逐次抜取検査方式の一例 : 棄却域を設けない場合

森口, 繁一
東京大學第一工學部應用數學教室

出版情報：統計数理研究. 3 (1/2), pp.50-52, 1949-12-20. Research Association of Statistical Sciences

は明かに (4.2) の特別の場合である。

(2) $R_\tau\equiv 0$ $(\tau>h)$ とみなされる場合には

$$X(t)=Y(t)+B^{(1)}Y(t-1)+\cdots+B^{(h)}Y(t-h) \tag{4.12}$$

を採用する。

$$\begin{aligned}&E\{X(t)X'(t-\iota)\}\\&=B^{(\iota)}(E(YY'))+B^{(\iota+1)}(E(YY'))B^{(1)\prime}+\cdots\\&\quad+B^{(h)}(E(YY'))B^{(h-\iota)\prime}\ (\iota=0,1,2,\cdots,h)\end{aligned} \tag{4.13}$$

から未知数 $B^{(\iota)}$ $(\iota=1,2,\cdots,h)$ 及び $E(YY')$ を求めることができる。$A^{(\iota)}$ は

$$A^{(\iota)}+B^{(1)}A^{(\iota-1)}+\cdots+B^{(h)}A^{(\iota-h)}=0 \quad (\iota=1,2,\cdots) \tag{4.12}$$

但し $A^{(0)}=I$, $A^{(-\iota)}=0$ $(\iota>0)$, から求められる。以下(1)の場合と殆んど同様にして外挿も行われる。

文献及び註

1) H Cramér On the theory of Stationary Random Processes, *Ann. Math* 41 (1940).
2) J.L. Doob The Elementary Gaussian Process, *Ann. Math. Stat.* 15 (1941).
3) G. Maruyama · The Harmonic Analysis of Stationary Stochastic Processes, 九大理學部研究報告 (1947).
4) H. Wold A Study in the Analysis of Stationary Time Series (1938).
5) 小河原正巳：次元の異るベクトル確率變量の相關係数について，数學第1巻第3號(1948).
6) Doob のいう $M(1)$ 過程に相當するもの。
7) 日本應用力學會編，應用統計學，第7章(近刊)。

逐次抜取検査方式の一例

――棄却域を設けない場合――

森 口 繁 一

東京大學第一工學部應用数學教室

(昭和24年5月14日受理)

§1. まえがき 編集子から，急いで何か書くようにと頼まれたので，ちょうど手許にあった1つの例題を述べて，ご參考に供し，またご教示を得ることとしたい。問題はある製品の抜取検査である。検査された品物は良品と不良品とに分けられる（いわゆる“属性試驗”）。いままでの經驗によると，仕切の不良率は10%ぐらいが普通であり，ときたま30%ぐらいのものも出るという。そして30%以上の不良率をもつ仕切は取引きしたくないのだそうである。ところで現在この品物の検査は1種の2回抜取検査方式を用いて行うことになつている。これを新しい逐次抜取検査方式に改めるにはどうすればよいか？ それがわれわれに與えられた問題である。

§2. 現行の検査方式 現行の方式は大體次ぎの通りである：—(1) まず5個を抜き取つて試驗し，それが全部良品ならば仕切を合格とする。(2) いまの5個のうちに不良品があれば，さらに30個を抜き取つて試驗する。その30個のうちの不良品が1個以下ならば仕切を合格とする。(3) いまの30個のなかの不良品が2個以上あれば，全数検査を行う。

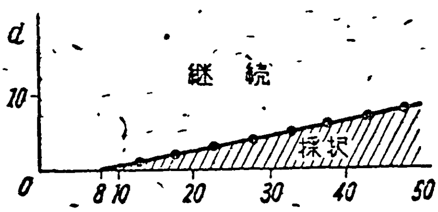
検査中に發見された不良品の處置については明確な記述がないが，多分すべて良品ととりかえるのであろう。そして仕切は結局つねに採擇されるので，本來の意味での生産者危險は0であるといわねばならない。消費者危險というものも，本來の意味では考えにくい。しかし，もしも全数検査を受けることなく採擇される確率 L_p を 仕切不良率 p に對して記寫するならば，それはある意味において検査方式の特性を表わすものと見られよう。（この曲線を“OC 曲線”と呼ぼう。）

われわれの場合，$L_p=(1-p)^5+\{1-(1-p)^5\}\{(1-p)^{30}+30p(1-p)^{29}\}$ で，OC 曲線は第2圖の點線のようになる。ここで注意すべきは，$p_1=0.10$ に對

して $L_{p_1}=0.666$，すなわち，不良率10％なる仕切を次ぎ次ぎと検査するとき，その2/3は全数検査を受けることなく採択されるが，残りの1/3は全数検査を受けなければならないということである。また $p_2=0.30$ に對して $L_{p_2}=0.168$ であるから，不良率30％の仕切でも，6つに1つは全数検査を受けないでそのまゝ採択されてしまう。

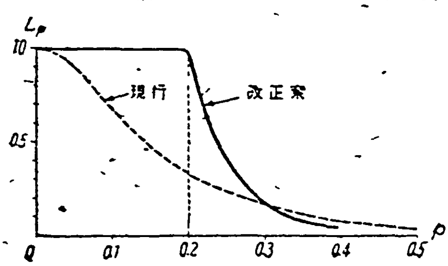
§3. 逐次抜取検査方式　上の検査方式にかわるべき逐次抜取検査方式を，次ぎの條件によつて立案して見よう：— $p_1=0.10$，$\alpha\equiv 1-L_{p_1}=0$；$p_2=0.333$，$\beta\equiv L_{p_2}=0.10$．（このように数値をえらんだ理由はあとまわしとする。）

まず限界線を定める。　$a\equiv\log\{(1-\beta)/\alpha\}=\infty$，$b\equiv\log\{(1-\alpha)/\beta\}=1$，　$g_1\equiv\log(p_2/p_1)=0.52244$，$g_2\equiv\log\{(1-p_1)/(1-p_2)\}=0.13012$，$g_1+g_2=0.65256$．$h_1\equiv b/(g_1+g_2)=1.5324$，$h_2\equiv a/(g_1+g_2)=\infty$．$s\equiv g_2/(g_1+g_2)=0.1994$．［記號は S.R.G.，"Sequential Analysis, Applications" による。］従つて採択の限界線は $d_1=-h_1+sn=-1.5324+0.1994\,n$，棄却の限界線は $d_2=h_2+sn=\infty$．すなわち棄却の限界線は無限に上の方にある。（これは $\alpha=0$ ととつたことに對應するのである）。——第1圖。



第 1 図

次ぎに OC 曲線：$p\leqq s$ に對しては $L_p=1$，$p>s$ に對しては $p=(1-L_p^{s/h_1})/(1-L_p^{1/h_1})$．［これらは $\alpha\neq 0$ の場合の式から極限として求めても容易に出てくるし，上記の文献の Appendices, B-30頁にも出ている。］計算の結果は第2図の実線のようになる。これを現行の方式に對する OC 曲線（點線）と比較して見ると，不良率が約30％以上のときは，全数検査を受けることなく合格となる確率 L_p が，現行よりも小さくなつていることがわかる。すなわち，ある意味において，消費者危険は小さくなつていると言える。



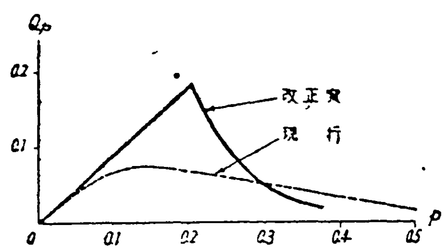
第 2 図

§4. 平均検査個数　われわれの場合には，全数検査を受けるか受けないかのちがいはあるにしても，結局はすべての仕切が採択されてしまうのであるから，本來の意味の生産者危険というものはつねに0であると言えるであろう。それで，生産者の側から見た検査方式の比較基準としては，むしろ平均検査個数を問題にすべきであろう。

現行の方式では，仕切不良率が10％のときに全数検査を受ける確率が約1/3である。仕切の大きさがたとえば300であるとすれば，平均検査個数は $5\times0.590+35\times0.0752+500\times0.334=105.8$ となる。仕切がもつと大きくなれば平均検査個数はさらに増す。仕切の大きさが100であつたとしても，平均検査個数は約40である。

改正案の方では，仕切不良率が20％を越えない限り全数検査を受ける確率は0である。そして平均検査個数は $\bar{n}_p=h_1/(s-p)$ で與えられる。従つて $p=0.1$ に對しては $\bar{n}_p=15.4$ である。（仕切の大きさに無關係！）これで見ると，平均検査個数における節約はきわめて著しい。

§5. 合格品平均品質　一般に，仕切不良率 p なる多数の仕切に上記のような検査方式を適用するとき，合格品の平均不良率は $Q_p=pL_p$ で與えられる。現行と改正案との兩方式について，p に對する Q_p のグラフ（AOQ 曲線）を作ると第3図のようになる。これで見ると，仕切不良率が約30％以上ならば現行よりもよくなるが，30％以下ではわるくなる。（これは OC 曲線の方から考えても當然である。）合格品平均品質



第 3 図

限界 (AOQL) は現行では約7%であるのに，改正案では20%となる。この點で比較すると，この改正案は消費者にとつて相當な“改惡”であるとも言える。

§6 改正理由と批判 上記の改正案の立案の基礎數値は，つぎのような條件を考えて定めた —(1) 消費者危險が現行よりも大きくならないこと。(2) 生產者危險および平均檢査個數をなるべく小さくすること。

生產者危險αをなるべく小さくしようと思えば，それを0にとるのが一番よいということになる。また，いまのように“棄却”のかわりに“全數檢査”という判決を出すような方式では，極端に考えて仕切の大きさを無限大と假定するならば，全數檢査を受ける確率がすこしでもあれば，たちまち平均檢査個數が無限大になつてしまうから，平均檢査個數をなるべくすくなくするためにも，“全數檢査”という判決を受ける確率を0にするのがよいと思われる。それで以上のように，普通の例題には出ていないような妙な定め方をしたのである。普通は平行な2直線として現われる限界線が，第1圖のように“採擇”の方だけしか現われてこなくなつたのはそのためである。もつとも，これで全數檢査を受ける確率がつねに0となるわけではない。直線の傾斜sよりも仕切不良率pの方が大きいならば，L_pは1より小さく，從つて$1-L_p$なる確率をもつて“全數檢査”となる。これは逐次拔取をいくらつゞけても採擇線にぶつからない場合なのである。

さて，上記の條件のうち (1) の方が，“$p>0.3$のとき，全數檢査を受けることなく拔擇する確率”が大きくならないようにということであるならば，一應この改正案で目的が達せられている。けれども，もし合格品平均品質が現行よりもわるくならないようにということであると，改正案は改惡となつてしまう。この邊のところは，消費者の立場からの希望をよくきいてから決定しないと，あとでさんざん苦情をきかされることになるかもしれない。

さらにまた，“良品ととりかえる”というとき，その良品はどこからどうして持つてくるつもりなのかということも，筆者にとつては1つの疑問である。これらのことを，實際家から，いろいろな具體例について，教えていただきたい。なお，ついでながら，“全數檢査”でなくて，“棄却”という判決をする場合，棄却された仕切はいつたいどう始末するのかということも，本當のことがよく分からないので，教えていただきたいと思う。

§7. むすび 拔取檢査についてあまりご存じでない方には，かなり偏したものではあるが，1つの例題を提供したことになり；相當よくご承知の方には，$\alpha=0$ という特別な場合の特性について，ちよつと注意をうながすことになり；實際家の方からは筆者の疑問に答えていただく機縁となり得たならば，貴重な紙面を費やしたこの小文も，多少の意義を持つわけである。最後に，この問題を筆者に示された山内二郎教授に感謝の意を表する。

順序づけ統計量を利用した「平均値と標準偏差の推定値の計算」について

山 内 二 郎

東京大學第一工學部計測工學教室

(昭和24年6月3日受理)

ある正規分布に從う母集團からとつた標本をつかつて平均値や標準偏差を推定するとき，もしその標本の數が非常に大きいと普通の方法では手數がかゝるので，標本を大きさの順にならべいくつかのある番目の標本だけをつかつて，その平均値で平均値の推定値としたり，部分範圍の平均値から標準偏差を推定したりすると實用上便利であり，その方面の研究[1),2)]が行われている。

平均をとるときに標本に適當な重さをつけたら，一次式による計算で推定の效率を幾分でも高められる方ではないかという考えで，計算を進めて見た。F. Mosteller[2)] の論文には重さを考えた一次式を扱つたと記