

多元分布と比評價

北川, 敏男
統計数理研究所 | 九州大学

楠田, 丘
労働省

堤, 光臣
教育研修所

<https://hdl.handle.net/2324/12926>

出版情報 : 統計数理研究. 2 (3), pp.40-44, 1949-09-30. 統計科学研究会
バージョン :
権利関係 :



以上綜合して適観且 $\int_{-\infty}^{\infty} x(s)ds < \infty, \int_{-\infty}^{\infty} x(s)d\bar{s} < \infty$

なる如き $x(s)$ に対しては (5.7) が唯一つの解 $y_n(s)$ を有し、且つ $x(s) \geq 0$ ならば $y_n(s) \geq 0$ 然も $\|y_n\| = \|x\|$ なることがわかつた。のみならずまた $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = x$ も云へたのであるが、上の如き $x(s)$ は $L_1(-\infty, \infty)$ に於て $L_1(-\infty, \infty)$ の norm の意味で稠密であるから、結局 (2.6), (3.2) の双方が證明されたことになる。(以上)

註 Fokker-Planck 方程式を熱傳導方程式と考へて取扱ふ W. Feller の方法りに比して上の方法の方が簡單である。即ち (2.6) と (3.2) さへ證明できれば (2.8) によつて解 U_i が得られるのであるから、時間變數を除いた非齊次 elliptic な方程式 (5.7) に

歸着されるからである。然も §3 の一般定理 (3.2) ((2.6)と結び付けた) の應用として計算を進めるのだから確率論的ではあるまいか。

引用文獻

- 1) 筆者：日本數學會誌3號に掲載される筈 (1947年秋の日本數學會例會に報告したるもの)
- 2) S. Kakutani: Concrete representation of abstract L-spaces and the mean ergodic theorem, *Ann. of Math.*, 42 (1941).
- 3) A. Khintchine: Deduction nouvelle d'une formule de P. Levy, *Bullet. de l'université d'état a Moscow*, A. 1 (1937).
- 4) W. Feller: Zur Theorie der stochastischen Prozesses, *Math. Ann.*, 113 (1936).

多元分布と比評價

北川 敏 男 (統計数理研究所及九州大學)
 楠田 丘 (勞働省)
 堤 光 臣 (教育研究所)

(昭和23年5月21日受理)

§1 まえがき 或る統計量 X の調査に際し、他の統計量 Y の調査結果を利用し、 X の推定或いは層別化に役立たせると云ふ方法は、實際上極めて重要である。例へば、(i) 理論的には Hurwitz, Hansen 等の有限母集團よりの抽出理論に於ける比評價の利用 (ii) J. Neyman の二重抽出法 (Double Sampling) の理論。 (iii) 我國に於ける實例としては、昭和22年度稻の作付實面積の推定。(こゝでは8月1日の申告面積が Y である。 Y に関しては悉皆調査を行ひ、 X に関しては全國的1萬9千筆の抽出調査である。)

この論文は、一般的研究の準備として始めた研究の報告である。

[1] 以上の様な諸問題に更に立入つて論ずるための理論的型式としての多次元分布導入の問題を論

ずる。

- (a) 多次元分布として何を導入すればよいかの問題
- (b) かくして導入された多次元分布に關する諸計量の計算。

[2] 比評價の問題の取扱ひに關する一般的構成を與へる。

[3] 將來の擴張方法に關しての見解の開陳。

§2 多次元分布の理論形式の選擇 [1]に關しては：

- (a) 一次元 Gibrat 分布を擴張して多次元, Gibrat 分布を作ることが一つの方法として考へられてよいといふことが我々の主張である。

Gibrat 分布といふのは、1931年 Gibrat によつて導入されたもので、周知の如く、その分布密度が、

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(x-a)} e^{-\frac{(\log(x-a)-m)^2}{2\sigma^2}}$$

で表はされるものである。即ち統計量 X が、Gibrat 分布をなすといふのは、 e^{X-a} が正規分布をなすことである。但しここに a は適當にとつた常数である。これに関しては Pae-Tsi-Yuan (1) の計算が發表されてゐる。

これを二次元に擴張するならば (X, Y) が二次元 Gibrat 分布をなすといふのは、或適當に選んだ常数 a, b に対して (e^{X-a}, e^{Y-b}) が二次元正規分布をなすことであると定義出来る。これを考へる理由は、次の通りである。

理由 (i) 單なる二次元正規分布では $\frac{Y}{X}$ と云ふものの moment が存在しない。其他、多元分布といふものは、一般に取扱ひが解析的に容易でない。然るに二次元 Gibrat 分布では $\frac{Y}{X}$ が全母集団に關しても、階層別にしても容易にもとまる。

理由 (ii) 以上に述べた所は、一つの簡單化ではあるけれども、更に進んで (e^{X-a}, e^{Y-b}) が Gram-Charlier 分布をなすといふ場合をも考へるならば、記述論的には、更によりよく現象に fit した分布函数も導入出来る。しかもそれは、比評價の問題についてはその形式上、以下に述べると同様に計算が容易である。

理由 (iii) 一次元の Gibrat 分布は所得分布の問題として、近年更に重要性が認められて來た。そしてこれはある常数以下の値は絶対にとらない様な計量に關する分布としては相當基本的なものであると考えられる。

§ 3 多次元 Gibrat 分布の諸計量 簡單のためこゝでは二次元についてだけ述べる。多次元の場合も全く同様である。

(1°) X, Y が二次元 Gibrat 分布をなすといふのは (e^{X-a}, e^{Y-b}) が二次元正規分布をなすといふことである。こゝに a, b は、適當に選んだ常数。

(2°) 従つて二次元 Gibrat 分布に於いて $\frac{Y}{X}$ に關する統計量を取扱ふといふことは、二次元正規分布に於いて、 $\frac{e^Y}{e^X}$ の諸計量を計算することである。

この二つの簡單な事實は、問題を極めて、簡單にする。Y に關して階層別を施した場合即ち $S_i: h_i \leq Y$

$\leq h_{i+1}$ ($i=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) といふ風に切つた場合、この Stratum S_i に於ても、諸計量は容易に計算出来るのである。それには、次の様にすればよい。

今

$$(1) \quad I(k, l) = \int_a^\beta e^{kx} dy \int_{-\infty}^\infty e^{lx} p(x, y) dx \text{ とおく。}$$

茲に

$$(2) \quad P(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \exp \left[-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left\{ \frac{(x-\xi_1)^2}{\sigma_1^2} - 2\rho \frac{(x-\xi_1)(y-\xi_2)}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{(y-\xi_2)^2}{\sigma_2^2} \right\} \right]$$

すると、

$$(3) \quad I(k, l) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{k\xi_1 + l\xi_2 + 1/2(k^2\sigma_1^2 + \sigma_2^2 l^2)}$$

$$+ 2\sigma_1\sigma_2 l k \rho \int \frac{\frac{\beta-\xi_2-D}{\sigma_2} - \frac{a-\xi_2-D}{\sigma_2}}{\sigma_2} e^{-\frac{v^2}{2}} dv$$

但し、

$$(4) \quad D = \sigma_2(l + \rho k a_1)$$

さて、 $I(k, l)$ を用ひるならば、

$$(5) \quad E\{e^X\} = \frac{I(1, 0)}{I(0, 0)}$$

$$(6) \quad E\{e^Y\} = \frac{I(0, 1)}{I(0, 0)}$$

$$(7) \quad E\left\{\frac{e^X}{e^Y}\right\} = \frac{I(1, -1)}{I(0, 0)}$$

$$(8) \quad \text{Var}\left\{\frac{e^X}{e^Y}\right\} = E\left\{\left(\frac{e^X}{e^Y}\right)^2\right\} - \left(E\left\{\frac{e^X}{e^Y}\right\}\right)^2 \\ = \frac{I(2, -2)}{I(0, 0)} - \left(\frac{I(1, -1)}{I(0, 0)}\right)^2$$

$$(9) \quad \text{Var}\{e^X\} = E\{(e^X)^2\} - (E\{e^X\})^2 \\ = \frac{I(2, 0)}{I(0, 0)} - \left(\frac{I(1, 0)}{I(0, 0)}\right)^2$$

$$(10) \quad \text{Var}\{e^Y\} = E\{(e^Y)^2\} - (E\{e^Y\})^2 \\ = \frac{I(0, 2)}{I(0, 0)} - \left(\frac{I(0, 1)}{I(0, 0)}\right)^2$$

$$(11) \quad \rho\{e^X e^Y\} = \frac{E\{e^X e^Y\} - E\{e^X\}E\{e^Y\}}{\sigma\{e^X\}\sigma\{e^Y\}}$$

$$(12) \quad E\{e^X e^Y\} = \frac{I(1, 1)}{I(0, 0)}$$

そこで今次の様におく。

$$(13) \quad R_A^B(x) = \frac{\phi(B-x)}{\phi(B)} \cdot \frac{\phi(A-x)}{\phi(A)}$$

但し

$$(14) \quad \phi(B) - \phi(A) = \int_A^B e^{-\frac{v^2}{2}} dv$$

$$(15) \quad A = \frac{\alpha - \xi_2}{\sigma_2} \quad B = \frac{\beta - \xi_2}{\sigma_2}$$

すると (5) - (12) からして

$$(16) \quad E\{e^X\} = e^{\xi_1 + \sigma_1^2/2} R(\rho\sigma_1)$$

$$(17) \quad E\{e^Y\} = e^{\xi_2 + \sigma_2^2/2} R(\sigma_2)$$

$$(18) \quad E\left\{\frac{e^X}{e^Y}\right\} = e^{\xi_1 - \xi_2 + (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_1\sigma_2\rho)/2} R(\rho\sigma_1 - \sigma_2)$$

$$(19) \quad \sigma^2\{e^X\} = e^{2\xi_1 + \sigma_1^2} \{e^{\sigma_1^2} R(2\rho\sigma_1) - R(\rho\sigma_1)^2\}$$

$$(20) \quad \sigma^2\{e^Y\} = e^{2\xi_2 + \sigma_2^2} \{e^{\sigma_2^2} R(2\sigma_2) - R(\sigma_2)^2\}$$

$$(21) \quad \sigma^2\left\{\frac{e^X}{e^Y}\right\} = e^{2(\xi_1 - \xi_2) + Q} \{e^Q R(2\rho\sigma_1 - 2\sigma_2) - R(\rho\sigma_1 - \sigma_2)^2\}$$

$$(22) \quad \rho\{e^X e^Y\} = e^{-(\xi_1 + \xi_2 + \sigma_1^2/2 + \sigma_2^2/2)} \times \frac{[e^{\sigma_1^2} R(2\rho\sigma_1 - \sigma_2) - R(\rho\sigma_1)R(\sigma_2)]}{[\sigma_1^2 R(2\rho\sigma_1) - \{R(\rho\sigma_1)^2\}]^{1/2} [\sigma_2^2 R(2\sigma_2) - R(\sigma_2)^2]^{1/2}}$$

上の諸式に於て $A = -\infty$, $B = +\infty$ なる時、即ち階層別を行はない場合には、 $R(x) = 1$ である。従つてその際、上式は夫々、

$$(23) \quad E\{e^X\} = e^{\xi_1 + \sigma_1^2/2}$$

$$(24) \quad E\{e^Y\} = e^{\xi_2 + \sigma_2^2/2}$$

$$(25) \quad E\left\{\frac{e^X}{e^Y}\right\} = e^{\xi_1 - \xi_2 + Q/2}$$

$$(26) \quad \sigma^2\{e^X\} = e^{2\xi_1 + \sigma_1^2} \{e^{\sigma_1^2} - 1\}$$

$$(27) \quad \sigma^2\{e^Y\} = e^{2\xi_2 + \sigma_2^2} \{e^{\sigma_2^2} - 1\}$$

$$(28) \quad \sigma^2\left\{\frac{e^X}{e^Y}\right\} = e^{2(\xi_1 - \xi_2) + Q} \{e^Q - 1\}$$

$$(29) \quad \rho\{e^X e^Y\} = e^{-(\xi_1 + \xi_2 + \sigma_1^2/2 + \sigma_2^2/2)} \frac{e^{\sigma_1\sigma_2\rho} - 1}{(\sigma_1^2 - 1)^{1/2} (e^{\sigma_2^2} - 1)^{1/2}}$$

§ 4 比評價 次に比評價の問題にうつる。

これは、以上の様に諸 moment がわかつてゐるから各層でも出来る。しかし、こゝでは簡単のための全母集団について述べる。

比評價として、

$$A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{Y_i} = (y_1 + y_2 + \dots + y_n),$$

$$B = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{\sum_{i=1}^n Y_i} = (y_1 + y_2 + \dots + y_n).$$

等の方法が知られてゐる。こゝで比評價による推定の問題のために1つの基礎的な乃至準備的な考察として

$$R_n(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{Y_i}, \quad R_n(n) = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{\sum_{i=1}^n Y_i}$$

の評価としての優劣を問題にしてゐる。

それには、一貫性 Consistency 有効性 efficiency の問題が起る。

この問題を取扱ふ上に於て、上述の1次元 Gibrat 分布を考えるならば、極めて便利であることは、以下に述べる通りである。方針としては、

(i) 問題を極限定理の形に於て取扱ふ。

(ii) これをやるためには、北川敏男：“大試料論の基礎”の中にある定理を使う。

以下、一般に、次の記法を用ゐる。確率変数列 $\{X_n\} (n=1, 2, 3, \dots)$ があつて、これが正規分布 $N(a, \frac{\sigma^2}{n})$ に法則収束するとき、次の如くあらわす：

$$X_n \xrightarrow{c.i.l} N\left(a, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

多次元分布に關しても同様の記法を用ゐる。

定理 I. 確率変数列 $\{H_n\} (n=1, 2, \dots)$ 及び函数 $f(x)$ があつて次の條件を満足するとする。

(1°) $\{H_n\}$ は $n \rightarrow \infty$ のとき、正規分布 $N(a, \frac{\sigma^2}{n})$

に法則収束する。即ち

$$H_n \xrightarrow{c.i.l} N\left(a, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

(2°) 或る正数 δ に對して $a - \delta \leq x \leq a + \delta$ に於いて、 $f(x)$ が純單調な函数であつて、到る所 $f'(x)$ が存在し、且つ $|f'(x)| > 0$

然るときには、次のことが成立つ： $f(H_n)$ は正規分布 $N(f(a), \frac{\sigma^2 |f'(a)|^2}{n})$ に法則収束する： $f(H_n)$

$$\xrightarrow{c.i.l} N\left(f(a), \frac{\sigma^2 |f'(a)|^2}{n}\right)$$

定理 II. 2次元確率分布をする確率変数の系列、 $\{(H_n, K_n)\} (n=1, 2, \dots)$ 及び、函数 $f(x)$,

$g(y)$ があつて、次の条件を満足するとする。

$$(1^\circ) \quad (H_n, K_n) \xrightarrow{c.i.l.} N\left[\left(a, b\right), \left(\frac{\sigma_1^2}{n}, \frac{\sigma_2^2}{n}, \rho\right)\right]$$

(2°) $f(x)$ 及び $g(y)$ が夫々 a , 及び b の近傍にて、定理 I の条件 (2°) と同様な条件を満たす。

然るときには、確率変数列 $\{f(H_n), g(K_n)\}$ は、次の様な法則収束をなす：

$$(31) \quad \left(f(H_n), g(K_n)\right) \xrightarrow{c.i.l.} N\left[\left(f(a), g(b)\right), \left(\frac{|f'(a)|^2 \sigma_1^2}{n}, \frac{|g'(b)|^2 \sigma_2^2}{n}, \rho\right)\right].$$

である。

これらの定理を用いる。先づ

(i) $R_n(n)$ について：

$$(32) \quad \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{Y_i} \xrightarrow{c.i.l.} N\left[E\left(\frac{X}{Y}\right), \frac{1}{n} \sigma^2\left(\frac{X}{Y}\right)\right]$$

然るに、

$$(33) \quad E\left(\frac{X}{Y}\right) = E\{e^{Y(X-Y)}\} = e^{\xi_1 - \xi_2} \cdot e^{(\sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1^2)/2}$$

$$(34) \quad \sigma^2\left(\frac{X}{Y}\right) = E\left\{\left(\frac{X}{Y}\right)^2\right\} - E^2\left(\frac{X}{Y}\right) = e^{2(\xi_1 - \xi_2)} \{e^{2(\sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1^2)} - e^{(\sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1^2)}\}.$$

であるから、次の結果を得る。

定理 1. 二次元 Gibrat 分布に従ふ相互に独立な確率変数の系列 $\{(X_k, Y_k)\} (k=1, 2, \dots)$ に関して次の法則収束が成立つ：

$$(35) \quad \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{Y_i} \xrightarrow{c.i.l.} N\left[E\left(\frac{X}{Y}\right), \frac{1}{n} \sigma^2\left(\frac{X}{Y}\right)\right]$$

茲に $E\left(\frac{X}{Y}\right)$, $\sigma^2\left(\frac{X}{Y}\right)$ は夫々 (33) 及び (34)

で與へられる。

(ii) $R_n(n)$ について：

定理 2. 二次元 Gibrat 分布に従ふ相互に独立な確率変数の系列 $\{(X_K, Y_K)\} (K=1, 2, \dots, n)$ に関しては、次の法則収束が成立つ：

$$(36/1) \quad \frac{\sum X_i}{\sum Y_i} \xrightarrow{c.i.l.} N\left[\alpha, \frac{\beta}{n}\right]$$

茲に

$$(36/2) \quad \alpha = e^{\xi_1 + \frac{\sigma_1^2}{2}} - \left(\xi_2 + \frac{\sigma_2^2}{2}\right)$$

$$\beta = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2 - 2\rho\sqrt{(\sigma_1^2 - 1)(\sigma_2^2 - 1)}) e^{2(\xi_1 - \xi_2) + (\sigma_1^2 - \sigma_2^2)}.$$

證明の方針：この極限分布を求めるには次の如く行う：

(i) 便宜上、暫らく、

$$(37) \quad T_n = \frac{1}{n} (X_1 + X_2 + \dots + X_n)$$

$$W_n = \frac{1}{n} (Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n)$$

とおく。

さて、 T_n の極限分布を求め、定理 I により $\log T_n$ の極限分布を求める。 $\log W_n$ の分布も同様である。

(ii) 次に (T_n, W_n) の同時分布を求め、定理 II により、 $(\log T_n, \log W_n)$ の極限分布を求める。これから $(\log T_n - \log W_n)$ の分布を求め定理 I により、 $\log T_n - \log W_n$ の分布を求める。

$$(38) \quad T_n \xrightarrow{c.i.l.} N\left[E(X), \frac{\sigma^2(X)}{n}\right].$$

$$(39) \quad W_n \xrightarrow{c.i.l.} N\left[E(Y), \frac{\sigma^2(Y)}{n}\right].$$

故に定理 I により、

$$(40) \quad \log T_n \xrightarrow{c.i.l.} N\left[\log E(X), \frac{\sigma^2(X)}{E^2(X)n}\right]$$

$$(41) \quad \log W_n \xrightarrow{c.i.l.} N\left[\log E(Y), \frac{\sigma^2(Y)}{E^2(Y)n}\right]$$

従つて、

$$(42) \quad (T_n, W_n) \xrightarrow{c.i.l.} N\left[\left(E(X), E(Y), \left(\frac{\sigma^2(X)}{n}, \frac{\sigma^2(Y)}{n}, \rho\right)\right)\right]$$

故に定理 II により、

$$(43) \quad (\log T_n, \log W_n) \xrightarrow{c.i.l.} N\left[(\log E(X), \log E(Y)), \left(\frac{\sigma^2(X)}{nE^2(X)}, \frac{\sigma^2(Y)}{nE^2(Y)}, \rho\right)\right]$$

従つて

$$(44) \quad \sigma^2(\log T_n - \log W_n) = \sigma^2(\log T_n) + \sigma^2(\log W_n) - 2E\{(\log T_n - E(\log T_n))$$

$$(\log W_n - E(\log W_n))\},$$

$$= \frac{\sigma^2(X)}{nE^2(X)} + \frac{\sigma^2(Y)}{nE^2(Y)} - 2\rho \frac{\sigma(X)}{nE(X)} \cdot \frac{\sigma(Y)}{nE(Y)}.$$

ところが

$$(45) \quad E(X) = E(e^V) = e\xi_1 + \frac{\sigma_1^2}{2}$$

$$(46) \quad E(Y) = E(e^V) = e\xi_2 + \frac{\sigma_2^2}{2}.$$

$$(47) \quad E(\log T_n - \log W_n) = (\xi_1 - \xi_2)$$

$$+ \left(\frac{\sigma_1^2}{2} - \frac{\sigma_2^2}{2} \right),$$

$$(48) \quad \sigma^2(X) = \sigma^2(e^V) = E(e^{2V}) - E^2(e^V) \\ = e2\xi_1 + \sigma_1^2(e^{\sigma_1^2} - 1)$$

依つて

$$(49) \quad \frac{\sigma^2(X)}{nE^2(X)} = \frac{e^{\sigma_1^2} - 1}{n}.$$

同様二

$$(50) \quad \frac{\sigma^2(Y)}{nE^2(Y)} = \frac{e^{\sigma_2^2} - 1}{n}$$

$$(51) \quad \frac{\sigma(X) \cdot \sigma(Y)}{E(X) \cdot E(Y)} = \rho \cdot \frac{(e^{\sigma_1^2} - 1)(e^{\sigma_2^2} - 1)}{(e^{\sigma_1^2} - 1)(e^{\sigma_2^2} - 1)}$$

故に、

$$(52) \quad (\log T_n - \log W_n) \xrightarrow{c.i.l.} \\ N \left[\left(\xi_1 - \xi_2 + \frac{\sigma_1^2}{2} - \frac{\sigma_2^2}{2} \right), \frac{1}{n} \left(e^{\sigma_1^2} + e^{\sigma_2^2} - 2 \right. \right. \\ \left. \left. - 2\rho \cdot (e^{\sigma_1^2} - 1)(e^{\sigma_2^2} - 1) \right) \right].$$

然るに求むる分布は $\frac{T_n}{W_n} = e^{(\log T_n - \log W_n)}$ の分布な

る故、定理 I を更に用ひればよい。

定理 I 及び定理 2 をもとにして、兩統計量の一致性、効率について、検討する。

然るに、一致性の條件は、一般に統計量 $R(n)$ について

$$(53) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} E\{R(n)\} = \frac{E(X)}{E(Y)}, \quad (R(n) \text{ は統計量})$$

が要求される。よつて

定理 3 (1°) $\{R_1(n)\}$ は満足せず。

(2°) $\{R_2(n)\}$ は Consistency である。

効率については、 $R_1(n)$, $R_2(n)$ (兩統計量) の比較になるが、これは個々の問題についてやればよい。

§ 5 将来の發展 としては、次の二點を検討し

得る。

(i) $(e^{X_1 - \mu_1}, e^{X_2 - \mu_2}, \dots, e^{X_n - \mu_n})$ が多次元 Gram-Charlier 級数をなすといふ型式を考へる。即ち

$$(54) \quad \sum_{m_1=0}^{\infty} \sum_{m_2=0}^{\infty} \dots \sum_{m_n=0}^{\infty} C_{m_1, m_2, \dots, m_n} \\ \frac{\partial^{m_1+m_2+\dots+m_n}}{\partial x_1^{m_1} \partial x_2^{m_2} \dots \partial x_n^{m_n}} \{p(x_1, x_2, \dots, x_n)\}$$

但し、ここに $p(x_1, \dots, x_n)$ は n 次元正規分布とする。

(ii) Hansen-Hurwitz 等の有限母集団からの標本抽出論の問題をこの型式のもとで、もつと委しく論じたい。

1) Pae-Tsi-Yuan: Ann. Math. Statist. 4 (1933), — .

標本二重抽出法について

河 野 和 正

九州大學理學部數學教室

(昭和23年5月29日日本數學會講演)

(昭和23年5月30日受理)

母集団の或る特性 X の平均値 $\bar{X}$ を決定する調査に於て、特性 X の一調査單位當りの費用 A が非常に高

いとき、支出さるべき費用 C を一定にすれば調査個數が少くなるからいきなり母集団から抽出すると要求