

非心型Langevin氏確率方程式中の常数の圖式推定法 とその臨床醫學的應用

増山, 元三郎

中央氣象臺氣象研究所衛生氣象研究室 | 統計數理研究所第三部

<https://hdl.handle.net/2324/12919>

出版情報：統計數理研究. 2 (2), pp.30-32, 1949-01-20. 統計科学研究会
バージョン：
権利関係：



引用文献

(1944), p. 199.

[1] K. Ito, On the Normal Stationary Process with no Hysteresis, Proc. Imp. Acad., Vol. 20

[2] 小河原正巳, 定常正規多重 Markoff 過程, 本誌第2巻第1號 (昭和23年) 42頁。

非心型 Langevin 氏確率方程式中の常数の圖式推定法と

その臨床醫學的應用

増山元三郎

中央氣象臺氣象研究所衛生氣象研究室, 統計数理研究所第三部

(昭和23年1月22日氣象研究所談話會講演, 昭和23年1月28日受理)

非心型 Langevin 氏確率方程式とは, $r(>0)$, G をある常數として

$$(1) \quad du/dt = r(G-u) + A(t)$$

で表されるものを指す。茲に $A(t)$ は不規則な變動を表すもので t を固定して平均すると零になるものである。即ち

$$(2) \quad \overline{A(t)} = 0$$

この形の式は Brown 運動の場合¹⁾, 低氣壓の移動の場合²⁾ に既に應用されているが, 著者は鐵劑による治療開始後の貧血患者の赤血球數, 血色素量の増加(第

1圖) がこの形であることを先年指摘した³⁾。又この式で t を時間以外の媒介變數とすれば, 著者等の重層法による實驗公式⁴⁾, 補體價推定の場合の溶血曲線⁵⁾ (近似的に第2圖) 及び X 線照射後の動物の累積死亡數(第3圖) もこの形になる。

數學的に r, G をどういふ風にして推定すればよいかの問題は今考えないで, 逐次近似法の出発點となるような r, G の近似値を圖式解法で求める方法を述べよう。變動項の影響が少ければ, 次に述べる近似解だけで實用上充分であらう。

(1) の形式的な解はよく知られているように

$$(3) \quad u(t) = G - Ce^{-rt} + e^{-rt} \int_0^t A(s)e^{rs} ds$$

従つて

$$(4) \quad u(0) = G - C$$

今

$$(5) \quad y(t) \equiv u(t) - u(0)$$

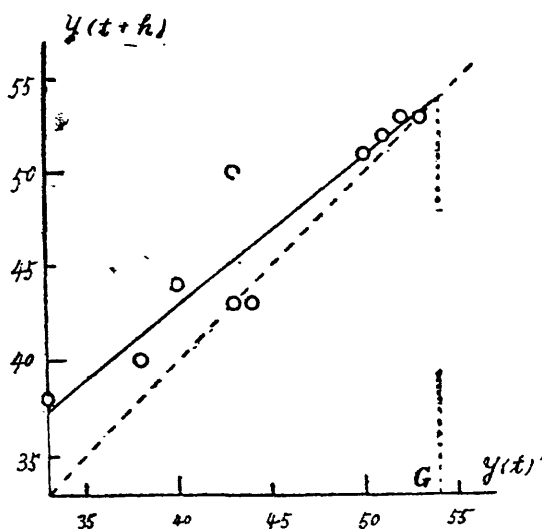
と置くと,

$$(6) \quad y(t) = C(1 - e^{-rt}) + e^{-rt} \int_0^t A(s)e^{rs} ds$$

h を既知常數として (6) の確率定差方程式に改めよう。(6) から

$$(7) \quad y(t+h) = C(1 - e^{-r(t+h)}) + e^{-r(t+h)} \int_0^{t+h} A(s)e^{rs} ds$$

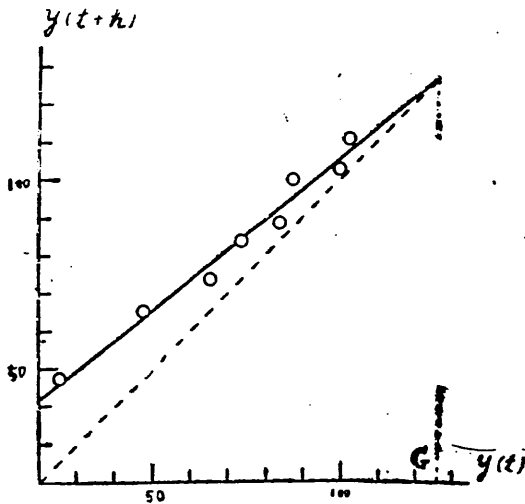
1) 貧血の程度の甚しい場合には $dy/dt = A_1(G-y) + A_2(G-y)^2$ と2次項迄はよくある。この場合は Verhulst の算定曲線が得られ, 逆數について定差法が利用できる。



第1圖

だから, (6), (7) から

$$\begin{aligned} (8) \quad y(t+h) - e^{-rh}y(t) - C(1-e^{-rh}) \\ = e^{-r(t+h)} \int_t^{t+h} A(s)e^{rs}ds \\ = e^{-r(t+h)} \int_0^h A(s-t)e^{rs}ds \end{aligned}$$



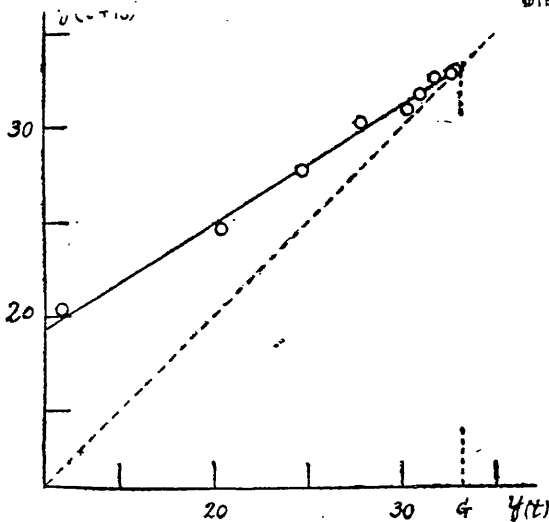
第 2 図

従つて t を固定して平均すると,

$$(9) \quad \overline{y(t+h)} - e^{-rh}\overline{y(t)} - C(1-e^{-rh}) = 0$$

今

$$(10) \quad X \equiv y(t), \quad Y \equiv y(t+h)$$



第 3 図

を座標として, 實測値 $[X, Y]$ を方眼紙上に記入して行くと, 實測點は (9) で表される直線 l の近傍にある。この直線を定差直線と呼ぼう。

定差直線上で, l と直線

$$(11) \quad Y = X$$

との交點の X 座標を X_0 とすると, (9) から

$$(12) \quad X_0 - e^{-rh}X_0 - C(1-e^{-rh}) = 0$$

従つて $e^{-rh} \neq 1$ だから

$$(13) \quad X_0 = C$$

故に (4) から

$$(14) \quad G = u(0) + X_0$$

として G が求まる。 l の傾きから e^{-rh} 従つて r が分るから l さえ推定すれば G も r も推定できることになる。

l の推定の仕方は, $y(t)$ の分布法則, 又は

$$e^{-rt} \int_0^t A(s)e^{rs}ds$$

の分布法則に關係し, これを豫め與えないと, これ以上細かいことはいえない。

1) 例えば R. H. Fowler: Statistical mechanics, 1936. § 20.9. 伏見康治: 確率論及統計論, 河出書房, 1942, § 41.

2) 高橋・桑畑: 外挿に依る低氣壓の中心及び速度の推定に就いて, 氣象集誌, 20 (1942), 161. 高橋浩一郎: 氣象統計, 河出書房, 1945, § 24.

3) 増山: 比色に依る溶血曲線の近似推定法, 統計研究講義録, 1 (1944), 195.

4) 増山: ベンシリン検定公式, 統計研究講義録, 2 (1946), 466. 増山: 一次元擴散を利用する定量法とその基礎公式, 科學, 17 (1947), 168.

5) 増山: 補體力價の推定法について, 醫學と生物學, 11 號 (1944). 増山: 補體力價と赤血球抵抗力, 醫學と生物學, 12 號 (1944). 何れも校正刷だけ残して空襲で喪失。後者は從來の補體力價が, 用いた赤血球に相對的にしか定まらないこと, 赤血球の對低張食鹽水抵抗力

1) この場合普通よく使われる形の最小自乗法は, 其儘では使えない。 X を變數として Y を變量と考える譯に行かないからである。本誌前號の拙文に用いた方法なら使える。この C を求めるやり方はもつと一般的な場合に擴張できる。

の分布曲線を豫め算べて、抵抗力の弱い部分を低張力鹽水で鹽してから力價を推定すると、特異的である等の溶血素に依る溶血が起りにくくなることを示したもので、赤血球浮遊液は Brinkman の處方を用い、液自身に依る赤血球の抵抗力の變化を防いである。

6) 例えば S. Chandrasekhar: Stochastic problems in physics and astronomy, Rev. Mod. Phys., 15 (1943), C ap. II.

A Graphical Method of Estimation of
Parameters Contained in the
Langevin's Non-central Stochastic Equation
by

Motosaburo Masuyama

Hygieno-meteorological Laboratory, Central
Meteorological Observatory, Tokyo. Institute
of Statistical Mathematics, Department of

Education.

Two parameters r and G in the well-known stochastic equation [1] are estimated graphically, utilizing, so to speak, the finite differences diagram $\{y(t), y(t+h)\}$. The slope of the straight line (9) is e^{-r} from which we can estimate r . C is equal to the X-coordinate c . f. (10) of the point of intersection of the line (9) and the bisector (11) of coordinate axes. G is estimated from (14). Three figures show its clinical applications. Fig. 1 shows the curing process of anemia during several weeks treatment with iron preparate. Fig. 2 shows the curve of hemolysis in titration of complement. Fig. 3 shows the cumulative sum of dead of animals after irradiation.

抽出検査に於ける再試験の問題

石 田 保 士

東京芝浦電気株式会社マツダ研究所

(昭和 23 年 5 月 27 日 第 3 回統計科學研究會特別講演
昭和 23 年 6 月 12 日 受 理)

大きさ n 個の 1 組の試料を抽出検査して、 r 個の不良を検出した場合、抽出検査、或は試験検査を、 (r/n) の記號で書き表はすことにする。試験検査の結果から即ち、試験不良率から、その母集団不良率の推定に關する推定を下さうとするのに、信頼推定の方法を用ゐるのが、最も有效な推定法である。これに依つて母集団不良率の信頼限度、即ちその下限と上限とが、任意の危険率の下に於いて決定せられるのである。記號として、下限と上限とを、夫々、 $p_1(r/n)$ 、 $p_2(r/n)$ のやうに書く。特に紛らわしい惧のない場合には、單に夫々、 p_1 、 p_2 と略して書くこともある。これ等の限度は夫々次の式を満足する p の値である。

$$\text{下限 } p_1: I_p(r, n-r+1)=\alpha_1 \quad (1)$$

$$\text{上限 } p_2: I_p(r+1, n-r)=1-\alpha_2 \quad (2)$$

茲に、 α_1 、 α_2 は、夫々下限、上限の危険率で、率ね

$\alpha_1=\alpha_2$ にとる。又、 I_p は不完全ベータ函數比である。これより直ちに次の關係が得られる。

$$p_1(r/n)=1-p_2(n-r/n)$$

$$p_2(r/n)=1-p_1(n-r/n)$$

筆者は嘗て、信頼推定に據る検査法の 1 つの形式を發表した。この發表は、昭和 17 年夏の頃、當時、河田博士、増山、坂元の兩學士及び筆者の 4 人の間に於いて居たセミナーで、筆者の當番にあつて話したのが最初であつた。翌昭和 18 年 1 月「應用数理」第 13 卷、第 1 號に“大量生産検査に於ける數理統計學の應用”と題して載せられたが論文としての最初の發表であつた。今、講義主題「推定に必要な部分」を、その中から次に抜萃することにする。

(以下抜萃) 第 1 表は危険率を .05 とし、許容最高