九州大学学術情報リポジトリ
Kyushu University Institutional Repository

非心型Langevin氏確率方程式中の常數の圖式推定法とその臨床醫學的應用

増山, 元三郎
中央氣象臺氣象研究所衛生氣象研究室 | 統計數理研究所第三部

https://hdl.handle.net/2324/12919

出版情報：統計数理研究. 2 (2), pp.30-32, 1949-01-20. 統計科学研究会
バージョン：
権利関係：

KYUSHU UNIVERSITY

引用文献

[1] K. Ito, On the Normal Stationary Process with no Hysteresis, Proc. Imp. Acad., Vol. 20 (1944), p. 199.

[2] 小河原正己，定常正規多重 Markoff 過程，本誌第2巻第1號（昭和23年）42頁。

非心型 Langevin 氏確率方程式中の常數の圖式推定法とその臨床醫學的應用

增山元三郎

中央氣象臺氣象研究所衛生氣象研究室，統計數理研究所第三部

（昭和23年1月22日氣象研究所談話會講演，昭和23年1月28日受理）

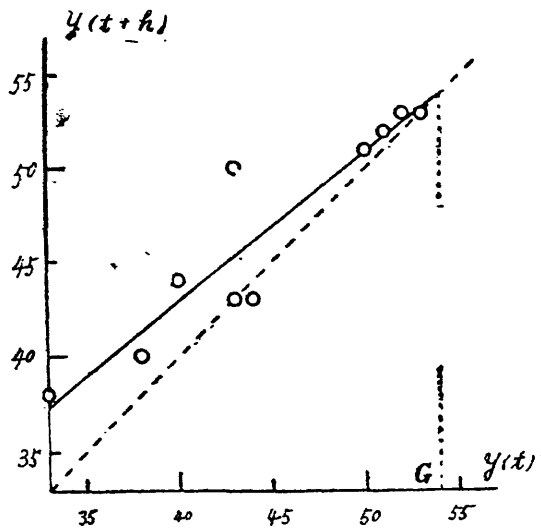
非心型 Langevin 氏確率方程式とは，$r(>0)$，G をある常數として

(1)　$du/dt=r(G-u)+A(t)$

で表されるものを指す。玆に $A(t)$ は不規則な變動を表すもので t を固定して平均すると零になるものである。即ち

(2)　$\overline{A(t)}=0$.

この形の式は Brown 運動の場合[1]，低氣壓の移動の場合[2] に既に應用されているが，著者は癌齊による治療開始後の貧血患者の赤血球數，血色素量の增加（第1圖）がこの形であることを先年指摘した[3] 1)。又この式で t を時間以外の媒介變數とすれば，著者等の重層法による實驗公式[4]，補體價推定の場合の溶血曲線[5]（近似的に第2圖）及び X 線照射後の動物の累積死亡數（第3圖）もこの形になる。



第1圖

數學的に r, G をどういう風にして推定すればよいかの問題は今考えないで，逐次近似法の出發點となるような r, G の近似値を圖式解法で求める方法を述べよう。變動項の影響が少ければ，次に述べる近似解だけで實用上充分であらう。

（イ）の形式的な解はよく知れているように

(3)　$u(t)=G-Ce^{-rt}+e^{-rt}\int_0^t A(s)e^{rs}ds$

從つて

(4)　$u(0)=G-C$

今

(5)　$y(t)\equiv u(t)-u(0)$

と置くと，

(6)　$y(t)=C(1-e^{-rt})+e^{-rt}\int_0^t A(s)e^{rs}ds$

h を既知常數として (6) を確率定差方程式に改めよう。(6) から

(7)　$y(t+h)=C(1-e^{-r(t+h)})$
$\qquad + e^{-r(t+h)}\int_0^{t+h} A(s)e^{rs}ds$

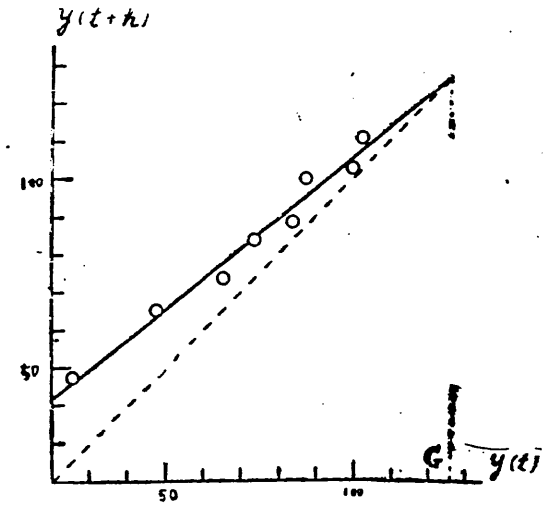
1) 貧血の程度の甚しい場合には $du/dt=A_1(G-y)+A_2(G-y)^2$ と2次の項迄とるようである。この場合は Verhulst の算定曲線が得られ，逆數について定差型が利用できる。

だから，(6)，(7) から

(8) $y(t+h)-e^{-rh}y(t)-C(1-e^{-rh})$

$$=e^{-r(t+h)}\int_t^{t+h}A(s)e^{rs}ds$$

$$=e^{-r(2t+h)}\int_0^h A(s-t)e^{rs}ds$$



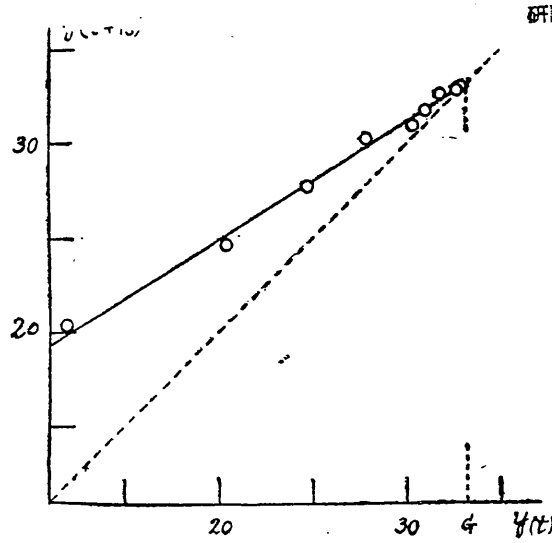
第 2 圖

從つて t を固定して平均すると，

(9) $\overline{y(t+h)}-e^{-rh}\overline{y(t)}-C(1-e^{-rh})=0$

今

(10) $X\equiv y(t)$，$Y\equiv y(t+h)$



第 3 圖

を座標として，實測値 $[X, Y]$ を方眼紙上に記入して行くと，實測點は (9) で表される直線 l の近傍にある。この圖を定差圖と呼ぼう。

定差圖上で，l と直線

(11) $Y=X$

との交點の X 座標を X_0 とすると，(9) から

(12) $X_0-e^{-rh}X_0-C(1-e^{-rh})=0$

從つて $e^{-rh}\neq 1$ だから

(13) $X_0=C$

故に (4) から

(14) $G=u(0)+X_0$

として G が求まる。l の傾きから e^{-rh} 從つて r が分るから l さえ推定すれば G も r も推定できることになる[1]。

l の推定の仕方は，$y(t)$ の分布法則，又は

$$e^{-rt}\int_0^t A(s)e^{rs}ds$$

の分布法則に關係し，これを豫め與えないと，これ以上結かいことはいえない[6]。

1] 例えば R. H. Fowler: Statistical mechanics, 1936. §20.9. 伏見康治: 確率論及統計論，河出書房，1942，§41.

2] 高橋・桑畑: 外挿に依る低氣壓の中心及び速度の推定に就いて，氣象集誌，20 (1942)，161. 高橋浩一郎: 氣象統計，河出書房，1945，§24.

3] 増山: 比色に依る溶血曲線の近似推定法，統數研講究錄，1 (1944)，195.

4] 増山: ペニシリン檢定公式，統數研講究錄，2 (1946)，466. 増山: 一次元擴散を利用する定量法とその基礎公式，科學，17 (1947)，168.

5] 増山: 補體力價の推定法について，醫學と生物學，11 號 (1944). 増山: 補體力價と赤血球抵抗力，醫學と生物學，12 號 (1944). 何れも校正刷だけ殘して空襲で燒失。後者は從來の補體力價が，用いた赤血球に相對的にしか定まらないこと，赤血球の對低張食鹽水抵抗力

1) この場合普通よく使われる形の最小自乘法は，其儘では使えない。X を變數として Y を變量と考える譯に行かないからである。本誌前號の拙文に用いた方法なら使える。この C を求めるやり方はもつと一般的な場合に擴張できる。

の分布曲線を慎め調べて，抵抗力の弱い部分を低張食鹽水で壞してから力價を推定すると，特異的である等の溶血素に依る溶血が起りにくくなることを示したもので，赤血球浮遊液は Brinkman の處方を用い，液自身に依る赤血球の抵抗力の變化を防いである。

6) 例えば S. Chandrasekhar: Stochastic problems in physics and astronomy, Rev. Mod. Phys., 15 (1943), Cap. II.

A Graphical Method of Estimation of Parameters Contained in the Langevin's Non-central Stochastic Equation

by

Motosaburo Masuyama

Hygieno-meteorological Laboratory, Central Meteorological Observatory, Tokyo. Institute of Statistical Mathematics, Department of Education.

Two parameters r and G in the well-known stochastic equation (1) are estimated graphically, utilizing, so to speak, the finite differences diagram $[y(t), y(t+h)]$. The slope of the straight line (9) is e^{-rh} from which we can estimate r. C is equal to the X-coordinate c. f. (10)] of the point of intersection of the line (9) and the bisector (11) of coordinate axes. G is estimated from (14). Three figures show its clinical applications. Fig. 1 shows the curing process of anemia during several weeks treatment with iron preparate. Fig. 2 shows the curve of hemolyis in titration of complement. Fig. 3 shows the cummulative sum of dead of animals after irradiation.

抽出檢査に於ける再試驗の問題

石 田 保 士

東京芝浦電氣株式會社マツダ研究所

(昭和 23 年 5 月 27 日第 3 回統計科學研究會特別講演
(昭和 23 年 6 月 12 日 受 理

大きさ n 個の 1 組の試料を抽出檢査して，r 個の不良を檢出した場合，抽出檢査，或は試料檢査を，(r/n) の記號で書き表はすことにする。試料檢査の結果から即ち，試料不良率から，その母集團不良率の變化に關する推定を下さうとするのに，信頼推理の方法を用ゐるのが，最も有效な推定法である。これに依つて母集團不良率の信頼限度，即ちその下限と上限とが，任意の危險率の下に於いて決定せられるのである。記號として，下限と上限とを，夫々，$p_1(r/n)$，$p_2(r/n)$ のやうに書く。特に紛らはしい惧のない場合には，單に夫々，p_1, p_2 と略して書くこともある。これ等の限度は夫々次の式を滿足する p の値である。

下限 p_1: $I_p(r, n-r+1)=\alpha_1$ (1)

上限 p_2: $I_p(r+1, n-r)=1-\alpha_2$ (2)

茲に，α_1, α_2 は，夫々下限，上限の危險率で，率れ $\alpha_1=\alpha_2$ にとる。又，I_p は不完全ベータ函數比である。これより直ちに次の關係が得られる。

$$p_1(r/n)=1-p_2(\overline{n-r}/n)$$

$$p_2(r/n)=1-p_1(\overline{n-r}/n)$$

筆者は嘗つて，信頼推理に據る檢査法の 1 つの形式を發表した。この發表は，昭和 17 年夏の頃，當時，河田博士，增山，坂元の兩學士及び筆者の 4 人の間に開いて居たセミナリで，筆者の當番にあたつて話したのが最初であつた。翌昭和 18 年 1 月「應用數理」第 13 巻，第 1 號に "大量生産檢査に於ける數理統計學の應用" と題して載せたのが論文としての最初の發表であつた。今，講演主題研究に必要な部分を，その中から次に抜萃することにする。

(以下抜萃) 第 1 表は危險率を .05 とし，許容最高