

近代統計学の基盤：方法論的見地から

北川, 敏男
九州大学理学部統計数理研究所

<https://hdl.handle.net/2324/12904>

出版情報：統計数理研究. 2 (1), pp.1-12, 1948-05-10. Research Association of Statistical Sciences

バージョン：

権利関係：

近代統計學の基盤¹

——方法論的見地から——

、北川敏男

統計数理研究所 九州大學理學部

- | | |
|--------------|--------------|
| §1. 古典統計學の限界 | §5. 推測統計學の基盤 |
| §2. 近代統計學の系譜 | A. 圓場試驗法の沿革 |
| §3. 記述統計學の文法 | B. 大量生産の管理 |
| §4. 推測統計學の論理 | §6. 結 び |

§1. 古典統計學の限界 周知の如く、統計學は3つの源泉から出發した。その1つは、獨逸の國勢學派であつて、Hermann Conring (1606—81年)、Gottfried Achenwall (1719—72年)が、その創建者である。その2つは、英國の政治算術學派であつて、John Graunt (1620—74年)；William Petty (1623—87年)等が輝かしい。その3つは、佛國を中心とした古典確率論であつて、Blaise Pascal (1623—62年)、Pierre de Fermat (1601—1655)等に始まり James Bernoullis (1654—1705年)等により發展されたものである。ほぼ時期を同じく、統計學の3つの源泉が相異なる様相に於いて出現した事實は、こゝに最も攻究を要する點であらう。獨逸國勢學派の歩み來たところは、分類、表示、比較といふ線までであつて、數量化への進展は、本格的には、英國政治算術學派にまたねばならなかつた。言ふ迄もなく、こゝ英國に於いては資本主義經濟が發足しつゝあり、これに對比して、獨逸の後進性封建制をそこに基盤として明確に指摘し得るであらう。市民社會なくしては、それは越へ得ない線である。佛國の古典確率論の起源を、賭博遊戲の流行のなかに見出して安心するのは、吾々のとらないところである。賭博の流行自身は商業資本の集積に關連してゐるのである。この基盤を離れては理解されない。(例へば Petersburg の問題を見よ。)ひとしく古典確率論といつても、James Bernoullis、De Moivre の頃と Pierre Simon Laplace の頃とは思想的には既に相對立するものであり、前者には神學的ヴェールがつきまどつてゐる。後者にはフランス革命の息吹を感じないわけには行かないのである。これら3つの源泉より、相互に無關係或は相反撥し合ひつゝ發展し來つた統計學が、1つの綜合に達したのが今より100年前即ち1830—50年の頃である。たゞこゝに綜合とは外面的な意味であつて辨證法的な止揚はないといふべきであらう。こゝにその代表者として Adolff Quetelet (1796—1874年)を、われわれは見出すのである。古典統計學の定礎者としての Quetelet を、統計學の歴史に於いて特徴付けるものは何であらうか。

Graunt から Johann Peter Süssmilch (1707—57年)を経て、Quetelet に至る迄に統計學が歩み續けて到着し得た地點は、概観すれば統計的法則の確立といふことであつた。Graunt は、ロンドン市民の死亡表より、當時としては コロンブスのアメリカ發見に比すべき統計的事實の

発見をよく果し得た。けれども、大量観察の方法を明確に自覚するに至つたのは後世の Süssmilch の段階であつた。しかし、今日から見ればかくして確立されたと彼等の考へたところの統計的法則の解釋が問題である。Quetelet にあつては、Süssmilch の神學的ヴェールを拂拭することは出来た。だが彼の世界観は、要するに當時支配的であつたところの力學的・自然觀に強く影響されて居り、そのために Quetelet の統計學は、後世に於いて克服されねばならないところの根拠性を自らもつてゐた。數學、天體力學から天文、氣象の觀測、特にそれらの周回現象の觀測へ、更に動植物等の自然現象の觀察へと移つて行つたのが Quetelet の研究である。その自然觀には、天體力學等に於いて見事な成功を収めてゐた Newton 力學に伴つたところの力學的・自然觀が支配的であつたと見るべきであらう。Quetelet の社會物理學も、この様な自然觀のもとに、社會現象を類推的にながめようとするものであつた。天文觀測に於いて、觀測値は、眞値に觀測誤差が加つたものと見られ、しかも眞値の従ふところの法則は微分方程式によつて必然的に規定されたものとして與へられる。Quetelet にあつては社會現象を、これと類推的に考へて自然的なものと攪亂的なものに分けて見てゐるのである。この自然的なものとは、Spinoza の思想につながる。これは典型的なものといふ理念に當るのであつて、史實にも明らかなやうに Quetelet は詩聖 Goethe の原型の思想に深く影響されてゐるのである。そうして攪亂的なものに対する解釋に當つては、Pierre Simon Laplace (1749—1812 年) の古典確率論の立場を援用しようとするものであつたといふべきであらう。

Quetelet の統計學は、靜觀的な自然觀に立脚し、機械論的な決定論に制約されてゐた。従つて歴史性に對する認識の缺陥があつた。經濟社會の運動法則の様な觀念は全然これを缺いてゐる。數學的方法の使命についても充分の自覺を缺いて居り、従つて統計資料の安定性の吟味を缺いて居つた。統計強熱時代の風は、やがて沈靜に歸し、統計學は、科學の女王を潛稱することなく、意志の自由決定問題に煩はされることなく、着實な役目に立ち歸つた。それは 19 世紀後半、力學的・自然觀の次第に崩壊して行く頃と期を一にする。それは偶々期を一にしたのではない。同一の基因のあらわれに外ならないといふべきであらう。

§2. 近代統計學の系譜 Quetelet 以後に於いては、1900 年を中心として前後 20 年間、支配的であつたところの Karl Pearson (1857—1936 年) の記述統計學と、1920 年頃より R. A. Fisher に依つて開拓された推測統計學とを、われわれは、代表的なものとする。これらの統計學は夫々歴史的に先行するものに連続してゐることは言ふ迄もない。即ち、古典統計學から記述統計學へ、そして記述統計學から推測統計學へといふ進展は、夫々前者から後者への脱皮的な生長を意味するのである。しかし乍ら、この連続性と共に、相互間に見られる飛躍も亦指摘されなければならぬ。この觀點を獲得するためには、われわれは、統計學の世界から離れて、19 世紀後半といふ時代を凝視するのが必要であらう。そうしてその結果—この場合には自然科学の飛躍といふ時代の結實を通じて、—統計學の飛躍の起因を探り得るのである。この様に、或るものを中間項にとつてそれを通じて基盤を探究することは、或る人達から見れば、まことに迂遠であり、嘲笑に値する愚鈍であるかも知れない。然しその様な迂遠をいとふことなく、科學史は一步一步緊密な連關に於いて固めて行きたいと私は考へる。

當時の自然科学史に於ける大きな飛躍は、1 つには進化論對立、2 つにはエネルギー恒存則の確立、3 つには細胞學の發達であつた。それらは統計學に對しても根本的な影響を及ぼしてゐることを茲に指摘したい。第 1 に進化論との関連であるが、Karl Pearson の統計學はもと進化論の數量的確認を 1 つの目標としたものであつて、その學問的性格は、Charles Darwin (1809—82 年) より Francis Galton (1822—1911 年) へ、そして Galton より Pearson への系譜を辿ることにより、最も明確に把握されるのである。第 2 に、エネルギー恒存則に確立は、熱力學の發達に附隨

してもたらされたものであるが、熱力学の諸法則が氣體運動論の立場から力學的解明を要求されるやうになり、James Clark Maxwell (1831--79年)、Ludwig Boltzmann (1811--1906年)を経て、Josiah Williard Gibbs (1839--1903年)の統計力学に到達し茲に確率論的方法の必須なことを明確に自覚し、次第に形式を整へるに至つた。特に Gibbs の統計集團の概念、Boltzmann のエルゴード假設等は、古典確率論の範疇をこへるものであつて、確率論の近代化を促進したのは、正にこの線に於いてであつたと見るべきであらう。しかも近代確率論の確立なくしては、推測統計学の數學的型式化は恐らく全きを 得なかつたであらう。第3に、細胞学の發達は、遺傳學を通じて、間接的ではあるが推測統計学の發達を促進した。Mendelの法則が、現代統計理論(例へば評價論)に對してもつとところの問題提出者としての意義は特筆されなければならないであらう。系統繁殖も利用する Gregor Johann Mendel (1822--84年)等の實驗遺傳學の方法は、統計学の基本たる母集團の概念に物質的基礎を確保した例に外ならないといふべきであらう。(Mendel に於ける統計的方法の意義に關しては一般に誤解なしとせぬ。考證を期待する)現代の推測統計學は、方法的には、これら3つの線何れにも負ふところが多いのであるが、尙それだけでは基盤として直接には不充分であつた。現代の推測統計学の基盤となつたものは、直接的にはむしろ農事試験の計畫と大量生産の管理とであつて、計畫と管理といふ2つの概念に、經濟計畫へ進む現代の社會が把握されなければならないであらう。われわれは次第に於いて記述統計學を回顧しよう。

§3. 記述統計學の文法 19世紀末より今世紀20年代頃に於いて支配的な地位を占めて來たのが記述統計學であつた。相關、回歸、積率(Moment)、四分位數、百分位數、Pearson型分布等々、統計學的諸概念、諸型式の多くを、われわれは Galton 及び Pearson に負ふものである。これらはもと生物統計学の研究手段として導入されたものであるが、進んで社會統計、經濟統計にも應用されるに至つたのであつて、現在に於いても、數理統計學といへば、こうした諸概念、諸數式の選用にあるやうに誤解してゐる人達もあるやうである。これ等の概念が統計學的に極めて有用であること、又、統計現象の觀察結果を簡明に要約する型式(formulae)の必要なこと、そういふことはもとより將來共、變ることのない基本的な要請であらう。事實推測統計學に於いても、これらの概念を利用することに於いて、記述統計學と變りはない。然し乍ら、利用する意味が異なるのである。

記述統計學は、生物統計學として生れ、進化論につながる系譜は上述の如くであるが、他面に於いて、その思想的背景に、經驗批判論のあることを、見落してはならない。力學的自然觀の崩壞のあとに起つたものに、經驗批判論があつた。Karl Pearson の科學觀は、まさにそれであつた。Pearson は Mach よりも更に徹底した記述論者であつた。その哲學上、決定的に、記述統計學に影響してゐるのである。進化論と經驗批判論との結びつきを解くことにより、記述統計學の性格が明らかにされるであらう。當時の進化論が觀察の歸納論理に立つこと、それは當時の英國の畜産技術を反映してゐることを先づわれわれは知つておくべきである。

記述統計學の功績として挙げ得ることは、第1に記述的用語の多くを用意したことである。次には、偶然變動を目安として必然性を檢出する論理を、一前時代よりもより明確に、自覚し使用したことである。第1の點に關しては、古典統計学の線よりもより進んだものであつて、統計的法則の解釋に對する認識の進歩であると云つても良いであらう。かゝる法則は、人間が構成したものであるとの認識を明らかにした點は、たしかに經驗批判論の明確にしたところである。たがその次に、それは客觀的な存在の模寫反映として構成されたものであると附言することを、經驗批判論者としての Pearson は拒否するであらう。これを拒否し、しかも、人間の實踐といふ面を通ずることなく法則の人間の構成を指導する原理を求めるとき、ひとは思惟の經濟といふやうなことに依存せざ

るを得ないことになるのであらう。かくして自然の法則は便宜的な、心的速記である。従つて度数分布、積率、相關等々その何れに於いても、數量化された資料を表示する記述的用語の意義が強調されなければならないことになるのである。この事を特にわれわれは、相關といふ概念に於いて見るであらう。次に第2の功績に關して述べよう。もと進化論は、自然の生物界の歴史的發展を説くものであつて、力學的自然觀に伴ふ機械論的な靜態觀を打破するものである。しかも Darwin の進化論に於いては、進化の要因を、淘汰によつて偶然的變異が累積されて行くことにありと考へた。即ち個々の種の内部に於いて、個體と個體とを比較して見ると、それらは同一の形質をもつものでなく、それらは偶然的な差別性即ち偶然的變異を示すといふ自然の事實に先づ着眼したのである。次にダウニズムでは、この偶然的差別性そのものが、種の特質そのものを打破するに至るものと考へるのである。進化論の數量的確認を目標とした記述統計學が、この自然界の事實をありのままに記述する手段として、度数分布を必要とし、これを基本的概念においたことは當然である。更に上述の思想に對應して、著しい量的偏差は、新しい種族の表現を見ようとする立場に立つのである。然らば著しい量的偏差とは何であるか。それは偶然に起る量的偏差としては、生起することが極めて稀な様な大きな偏差であるといふ意味であり、更に換言すれば、當該偏差以上の偏差が起る確率は極めて小さいといふことを意味する。然らばこゝに確率は如何にして算出されるか。確率は、度数分布そのものを前提し、たとへて云へば、恰もその分布に従ふ如き球（構成要素）をもつ袋からの逢機抽出と考へることによつて、計算出来る。この様な見方を記述統計學がもつてゐたことは、Pearson の著 *The Grammar of Science* に於いて明確に見られるのである。かくして推測統計學と紙一重の差しかないことに氣づくであらう。しかも此の紙一重こそ極めて重大であり、記述統計學の限界を見究めることなくしてはとり去り得られないところの紙一重であるといはざるを得ないのである。

記述統計學のもつ限界性を指摘するならば第1にそれが經驗批判論であるが故の制約を挙げなければならぬ。例へば相關といふ概念は、記述統計學の基本概念であつて、Pearson は次の様にさへ云つてゐる。「数理統計學の目的は2箇以上の變量が、函數的關係にはない場合について、これら變量間の相互關係を論ずることである。例へば x と y との關係を見る場合、これを (x, y) 平面にプロットして見るとき、1本のまとまつた曲線の上にとつてゐるといふ風に、物理學者は理想化して取扱ふ。しかし統計學者の取扱ふのは、必ずしも1本の曲線の上に乗つてゐるとは限らず、大體に於いて或る帯狀の領域に散らばつてゐる様な關係である。」この様に記述統計學では函數の概念の擴張として相關の概念を理解しこれを廣く利用しようとしたのであるが、その場合、函數の概念に於いて理解したところのものは、 x がきまればこれに對して y がきまるといふ Dirichlet の定義によるものに相當するのであつて、それは、本質的に對應といふことでしかなかつたと見るべきであつて、そこに記述哲學が既に忍び込んでゐるのであるまいか。相關といふ概念に於いても、これが伴ふのであつて、對應が因果關係といふこととは較別されるべきであると同様に、相關關係だけからは、或る種の連關を論斷し得ない。たとへこれに想定し探究する手がかりとなるに止るものである。

記述統計學のもつ限界性の第2は、それが實驗の論理として徹底しないで、觀察の論理に止るところにある。「靜かに統計を集めて見る」といふ言葉にあらわれるところの靜觀が記述統計學には免れなかつた一面である。それは、Karl Pearson が Darwin の進化論の方法と Spinoza の觀照の哲學とに深く影響されたといふ事實からも肯けられる事實であつて、人間は實踐を通じて逐次近似的に客觀的存在の認識を、より一層深刻により一層正確にして行くといふ面が Karl Pearson の認識論に缺けてゐたことが、その致命的な制約となつてゐると見るべきであらう。統計的認識を

歸納論理の面から見るならば、この點が一層鋭く浮上ってくるのが看取され得るであらう。古典統計學も記述統計學も、ひとしく歸納論理のうち一致法に主として負つてゐた。これに反して、推測統計學は、同じく歸納論理ではあるが、差異法に多く關連して考へられなければならない。周知の如く一致法が觀察の論理であるのに対して差異法は實踐の論理であるといはれるのである。この點に關しては綜合科學（新刊）にこれを論じた。

記述統計學のもつ限界性の第3は、客觀的存在の否定に關するものであつて、いはゞ「物質の忘却」といふことに相當するものである。當時の進化論にあつては、進化並びに遺傳の物質的基礎に立入ることなく、表面的に現出するところの事實を、現象論的に記述する段著にあつた。それは當時の農業（畜産・技術として履まなければならない段階であつたであらう。しかし、人間の認識はこれに止まり得ないのである。何故ならば、人間の認識の目標とするところは、現状の解釋に止まらず、更に進んで現状の變革を要求するものである。單なる現象論的記述は、人間の認識の窮極の目的ではないのである。變革といふとき、對象に對する人間の働きかけ、實踐といふ面を前提とするのである。この實踐といふ面に於いて、ひとは始めて客觀的存在を確認せざるを得ないのである。

記述統計學のもつ第4の限界性は、それが大試料論に制約されてゐるといふことである。即ち試料の大きい場合にしか一般には妥當しない理論的構造であるといふことである。推測統計學は周知の如く小試料論として規定付けられる。小試料論といふのは、試料の大きさ（構成數量）の小さい場合にしか利用出来ないといふ意味ではなくて、試料の大きさの大きい場合には勿論、小さい場合にも利用出来るところの、精密な理論であることを意味するのである。記述統計學に於いては、實驗といふ概念が明瞭でない。理論的模型と客觀的現實とが對立し、兩者の對決を假説の檢定として行ふといふ理念が明らかでなかつた。統計學の現在の用語でいふならば、母集團と試料との區別が明瞭でなかつた。われわれは、假説として母集團を設定する。われわれが統計的認識に於いて知りたと思ふのは母集團に就いての知識であり、しかもわれわれが現實にもつものは試料である。即ち統計資料なるものは、假説的な母集團からの試料としてこれを認める。これが現代の統計學の見方である。こゝで我々は統計的認識の特質といふことを省察する必要があるやうに思はれる。經驗批判論の歴史的社會的基盤を、こゝでは論じ得ないのであるが、Pearsonの生物統計學と同一系譜のGaltonの優生學を見るならば、その階級性も又掩ふべくもない。若き日の社會主義者Karl Pearsonが、その統計學を完成した日は、淋しき厭世主義者としての自分を見出さねばならなかつた。

§4. 統計的認識の構造 統計的認識の構造を解剖するには、われわれが現實に統計調査、統計的研究、特に變量分析及び實驗計畫に於いて如何に實踐しつゝあるかを、凝視する他はない。統計調査、統計的研究のそれらの實際面の經驗を通じて、我々の經驗するところは、典型的な統計的認識が次の諸段階を順次に経過しつゝ、形成されるといふ事實である。それは、集團化、標識化、層別化（要因別化）、等質化、數量化、と、そうして確率化といふ6段階である。先づ統計的認識は集團現象としての把握であり、その把握は箇物を、或る特定の標識に於いて（よつて）行ふものであるから、集團化と標識化とが先行するのはいふ迄もない。次に、ひとは統計的認識をもつて數量的な一計數的或は計量的な一認識であるといふ。然し、數量化の前に、異質的なものを、要因別に分割し、そうして分割された小集團がその内部では夫々等質的なものとなつてゐるといふ操作が前提されてゐなければならない。これを、我々は層別化により等質化に達するといふ風に表現したい。但し、こゝに云ふところの層別化は、抽出方法の層化法よりも廣義に解釋してゐる。このとき、ひとは、統計的認識の對象に對して、もつところの多くの知識を動員する機會をもつのである。對象の所屬する固有の領域の知識と、統計的認識方法とは、こゝに於いて緊密に協同しなければならぬ。この様な知識の動員によつて、我々は妥當な層別化を施し得るし、等質化を徹底させることが出来る。

しかし茲に併せて次の事が注意されなければならない。即ち、この様な知識は、以下に述べるやうに、當の統計資料自体によつて、その妥當性を批判される關係にもあるといふこと、そして等質的なものは、未だ必ずしも數量的なものでないこと、この2點が指摘されなければならない。數量の世界には演算がある。等質の世界の構成要素 A, B, C, \dots に對して、單に數量 a, b, c, \dots が夫々對應させられるといふのは、未だ數量化の段階とは云へない。數量 a, b, c, \dots に數量の世界の演算を施した結果 $f(a, b, c, \dots)$ —例へば $a+b+c, ab, \dots$ —等々—に對して、等質の世界にその原像の存在が意味をもたなければならない。意味をもつといふのは、必ずしも現にもつところの統計資料のなかに存在しなければならないといふ要請ではない。存在の可能性が前提されなければならないといふことである。かくして、我々は、我々が現實に存在するところの決定の資料をもつて、或る可能的なもの、或る假説的のもの1つの現實化であるとの假説を提示しつゝ、その解釋のもとに、統計資料を理解しようとする段階へ進む。即ち、統計資料は、或る假説的な母集團より抽出された試料であるとの見方に於いて、現實を理解しようとする。そのとき、母集團を或る意味で代表するところの試料の代表性が、如何にして客觀性を獲得し得るか問題である。願れば、層別化の操作に於いて、我々は既存の知識の動員に努めた。既にその動員の行はれ盡した段階にわれわれは今立つてゐる。このとき、我々はいはば、その内部に於いては、夫々1つの Chaos であるところの、部分集團を前にしてゐるのである。こゝに於いて、我々の依つて以つて立つところの方法は、Chaos に對する處理としての、確率化の操作でなければならない。骰子を空中に投上げて机上に靜止する面を読むとき、どの目が顯はれるかは、我々の豫測し得ないところの世界である。しかし、各自のあらわれる確率は夫々 $1/6$ であるといふ點に於いて客觀的な認識が可能である。統計的認識の段階に於いて、確率化があらわれるのは、確率を導入することによつて、認識の客觀性を保持しようとするものである。こゝに確率化とは、およそ次の意味に解すべきである。即ち、現實の資料を、可能的なものが現實化されたものとして見るとき、即ち母集團からの試料として、現實の資料をながめるといふ際に、母集團からの抽出操作に何等かの意味で隨機化 (randomization) を施すことによつて確率を導入することをいふのである。

われわれは、試料の客觀性を保持するために確率の導入を必要とすると云つた。この點が詳説されなければならないであらう。その意味は、偶然的な變動のもち得べき變動計量を客觀的に評價しようとするものであるといふべきであらう。然らば、その様な變動計量は何故に必要であらうか。それは一言をもつて云ふならば、推測論理の客觀性を保有しようとする點にある。先づ評價の問題としてこれを見よう。われわれの知りたいのは、母集團に關してであり、われわれの持つてゐるのは、試料に過ぎない。試料をもとにして下すところの判斷は、母集團に對する1つの推測であり委しく云へば評價である。この評價は、現實の試料にもとづく限り、偶然性を伴ふ。この偶然性は回避されない。しかしこの偶然性は克服される。それは要するに、この偶然性のもつ變動程度を知悉することに依つてである。

次に檢定の問題から眺めてみよう。集團化から數量化までへの過程に於て、我々のなし來つたところは、質より量への進行であつたと云へよう。そうして、その窮るところに、確率化の段階がある。この段階に到達するに至つて、われわれは今や逆に量より質への進行をも用意しつゝあるわけなのである。その意味は、さきに記述統計學のところ述べたやうに、質的差異と思はれるものを、偶然的變量を目安にして、檢定しようといふことである。こゝに、檢定のもつ論理の循環性にわれわれは着目しなければならない。この論理は、次の意味では循環的である。即ち檢定の目安に利用されるところの偶然的變量といふものは、われわれが行つて來たところの層別化、等質化によつて始めて得られたものであつて、層別化、等質化を前提とするものである。この前提のもとに得られ

たとこの目安を用ひて、前提自身を検定し批判しようとするから、それは明らかに循環的な論法でなくして何であらう。しかし乍ら、循環的なが故に、それを單に形式論理的に矛盾すると考へてはならない。われわれは、統計的認識のもつ辯證法的性格をこゝに把握すべきである。さきに要因ありとわれわれが考へたところも必ずしも、絶對不變的にそう前提されるわけではない。それは實際によつて検定されるべき假説として受取るべき場合があるわけである。突き止められる必然性を列挙し、これに依つて要因を擧げて來たわれわれは、そこから偶然性といふものを導き出して來たのであるが、たゞ單純にそう考へてはならない。この偶然性こそさきの必然性を却つて逆に検定すべき能力をもつ。偶然性と必然性と、この相互的依存關係、滲透關係をこゝに的確に把握しなければならぬ。この事は、見方をかへて云ふならば、因果追究的な研究と統計的な研究との相互依存的關係を示すものでもあるといへよう。

統計的認識の典型的な姿を、以上のやうに把握するならば、記述統計學の限界性を更に明確に指摘することが出来るであらう。第1に言はれることは、數量化の段階に問題があるであらう。例を記述統計學の原型である生物統計學について言ふならば、周知の如くそれは生物測定學に結びついて發達して來た。しかしながら、層別化(要因別化)の段階に於いて生物現象の本質にふれること淺くして、こゝを軽く素通りして、生物(例へば人體)の各部の計測値をもつて箇體を標識化するところに、弱點があるわけであらう。等質化が客觀性をもち得ないところに、科學として低度なものがあるといはなければならぬ。一勿論かく云ふことは、生物測定學をいささかたりとも無用視しようといふのではない。第1にそれは履むべき段階であるが、しかしそこに上り得ない段階であること、第2に生物學に應用される統計學は、生物測定學と運命を共にしなければならぬ譯でないこと、我々の強調したいのはこの2點なのである。一以上の結果として、母集團に關する假説を検定するための客觀的條件を整備する點に於いて、記述統計學者は誠に放漫であつたし時にはその用意を全然缺いてゐたといはれても仕方がないのである。この事は、推測統計學に進んできた現代、我々が過ぎにし方を振り返つて始めて見出すことの出来ることである。現代の統計學が推測統計學として、母集團に關する假説を検定することを目標となし得るといふことは、この目標を達成するための客觀的條件を整備することに努力を捧げて後始めて確保され得ることである。それは集團化、標識化、層別化(要因別化)、等質化、數量化、確率化に對する一層の用意があつて得られたことである。併し乍ら推測統計學が、この用意だけですぐに樹立されたものではないのは勿論である。精密試料論といふ部門の發達がこれに伴ふ必要があつた。とはいへ例へば、William Sealy Gosset (1876—1937年)が、その異常な才能により、t-分布の導入を行ひ數學上の一定理を獲得したといふことのみによつて統計學上の進歩を決定したと見るべきでないのも又言ふ迄もない。Gossetの當面した生産技術がt-分布の導入を必要とし、その利用を可能にしたといふ、その基盤が指摘されなければならぬ。客觀的存在と數學的存在との對應を確保してのみ、後者は前者を解明するための要具となり得るといふことを、我々はこゝにも見出すのである。

§5. 推測統計學の基盤 推測統計學となり得るための、客觀的條件の整備を如何にして用意したか、近代統計學が記述統計學から推測統計學へ脱皮するために必須な要件は何であつたか、われわれはこれらの問題を検討しなければならぬであらう。

それに対して、われわれの解答は3方面からなされるであらう。統計技術的に云ふならば、比較法と逢機化法との、任務機能を明確に自覺し、その活用を遺憾なく行ふといふ點が擧げられるであらう。論理的には、觀察の論理を一致法のみでなく實驗の論理たる差異法の利用に着眼してゐることが指摘されるし、従つて辯證法的性格を帯び來つた點にあると云へるであらう。數學的には、精密試料論を用意したことが、擧げらるべきであらう。本節では、統計技術の面からみて、現代統

計學の基盤を探ねることにしてしよう。

A. 圃場試験法の沿革 農事技術が技藝から科學の域へ進んだ最近 100 年間の歩みは、現代の統計學の基盤となるものである。特に Rothamsted 農事試験場の演じた役割は統計學史上不朽のものであらう。

London の北方約 25 哩の地點に位する Rothamsted の地主 John Lawes が、自己所有の農場に試験場を開設したのは、1843 年のことであつた。開設の目的は、農業の根本原理を究明し、農業技術の改善、農村生活の向上に資するにあつたが 試験場の研究範圍は極めて廣汎にわたり、動物の解剖學的研究、植物の栄養研究にも及んだ。特に 19 世紀農業の發達に對しては、當時盛んになつた肥料工業の進歩を通じて、(特に磷酸鹽及び窒素質肥料に關して) Rothamsted 試験場の演じた貢獻は大きなものがあるのは周知の通りである。

圃場試験に於いて、當面する問題は、地質の變化が原因となつて、試験の誤差が非常に大きいといふことである。Rothamsted 試験場には、1843 年創設以來、現在では舊圃場(Classical field)と云はれてゐるところの圃場がある。これは 1 つの標準をきめて之を不變にし永久に續行するもので、箇々の試験區(plot)は面積 1/2 エーカーを普通はこえないものであつて、これに對して一區づつ夫々或る特定の施肥を行ひ、その結果を比較して各種の肥料處理を比較しようといふのである。しかし、多年引続き試験した結果として、上述のやうに試験の誤差が非常に大きいといふことが判明した。試験場開設以來、同一の施肥を施した 2 つの試験區に於いて差額が 10%~20% に達する例もある。この様な事情のもとでは、施肥を異にする 2 つの試験區を比較する場合、どの程度施肥により、どの程度試験區固有の地質の相異によるかを判明しないことになる。舊圃場の考へ方として、試験圃場を入念に區切り、幾年にも互つて、同一試験區に同一施肥を繰返すのは、氣象條件のやうな時間的經過をもつ變動に關しての、施肥の影響は見得るわけではある。しかしこれにより試験區相互間に存在する地力の相異は見出され得ない。農事試験は、その當初より異質的な性質をもつ材料を取扱はねばならなかつたにも係らず、その點の反省が不充分であつた。そのため比較的大きな試験區を設けて廣い面積に互つて持續的な試験を行つた。その結果、勿論見るべき結果はあつたが、一面甚だしい無款もあつたわけで、決定的な結果を得るためには、大規模な試験を長期に互つて行ふ必要があつた。この點は、デンマークでもアイルランドでも同様であつて、例へばアイルランドに於いて小麥の 2 種 Archer と Goldthrope とを比較するため、6 ケ年に亘り、51 回比較試験を行つたと聞く。しかもそれだけではない。決定的な結果を出すためには、25% 以上も一方が他方より收量が多いことを實證しなければならなかつた。

この問題に於ける眞の困難が判明したのは 1910—11 年頃であつて、Stratt 及び Wood, Mercer 及び Hall, Montgomery 等によつて試験圃場の各部分の收量を比較することによつて判明されたのである。地力の地域的變動は、或る程度、地域的に傾向をもち、全くの randomness を示すものではない。この地域の變動に加へて收量に影響するものとしては、播種、秤量、測定等に関する種々の實驗誤差が累加してゐること、收量の結果を知るには少くも 1 ケ年を要すること、事故のために收量が得られない場合がよく起ること等が挙げられるであらう。圃場試験の當面する困難は、この様に大きい。統計學的處理といふことは、當時にあつても當然考へられたわけであつて Karl Pearson の生物統計學的方法を援用することは、農事試験を志す人達の試みたところであつた。例へば Mercer 及び Hall は、1 エーカーをわけて、小麥の場合 500 の小試験區で、マンゴルトの場合 200 の小試験區で、收獲してその變動性を示した。その結果によれば、成る程、正規分布のよい例にはなつてゐるが、同時に地力の變動がかたよつてゐたことも示された。上述の小試験區を單位にとり、これらの單位の小試験區を若干個づつ組にして假想的に種々の試験區をつ

くるといふことも試みられてゐる。この様にして判明したことは、試験圃場全體は一見極めて均一になつてゐたのであるが、収量には豫期しない變動が見られるのみならず、圃場のある部分は目立つて収量が高く、他の部分は目立つて低い。そこで収量によつて等高線をかくと地圖の様に山が所々にあらわれるのである。

地力のこの變動から吾々には一應次のやうな處置をすればよいのではないかと思はれるであらう。即ち

(1°) 相互に比較しようとする試験處理を受ける試験區をなるべく近くに置いて、地力の變動を均しい割合でうけるやうにすることを。

(2°) このためには試験區をなるべく小さくすること。

けれども農事試験の實際問題となると、第 1 に作業が不便である。第 2 に周邊効果があつていけない。即ち各試験區の外側にある周邊の収量が他の試験處理をうけるため、換言すれば他の品種のものとならんだり他の肥料をうけたりするものと隣合つてゐるために影響を受ける關係上、収量試験の資料として用ひるのは不適當である。試験圃場を小さく區分して小試験區を澤山つくと、この用ひられない部分が大きくなる。

この困難に當面して、農事試験家は種々の圃場試験法を考察して行つた。Beaven の正方形試験區の棋盤方式 (chessboard system of square yard plots), ロッド列法 (rodrows method), Beaven の半條播機法 (Half-Drill Strip Method), 等である。これ等を通じて見られる思想は、各種の試験事項が地域的に平均して分布されるよう、作爲的に配列するといふことである。特に半條播機法だけについて見るならば、これは條播機の種入箱を工夫して、これを 2 つずつ半分にわけ、その各々に相異なる品種 A, B を入れておき、これを播くとき一擧に A と B とを共に播くのであつて、先づ AB といふ風に播いて畝の端に達すると、こゝでは回轉して今度は BA となつて播くのである。この様に續けて行くから $ABBA, ABB, BA, A, A, \dots$ といふ風に並ぶ。但し A, B としてあらわすところは、作條が夫々 10 條内外からなつて居り、その幅は 2 米内外であつた。

以上の思想は、比較法の應用にあると云へよう。それは Student の最大類似法 (maximum contingency) に結實してゐる。

この様な思想に對して革命的な變換を與へたのは、外ならぬ R. A. Fisher である。それは、逢機化 (randomization) の思想を農事試験に導入するものである。即ち random arrangement の方法である。しかも同時に變量分析法 (analysis of variance) といふ統計的解析法が武器として登場したのである。新圃場 (New Field) の思想をこゝに見るのである。例へば亂塊法では、試験圃場を若干個のブロック (塊, 集區) に分ける。各ブロック内では、試験しようとする變員 (例へば品種, 施肥等) のすべてを 1 回はふくむ様にする。その點は從來の方法の如く系統的にやるわけであるが、愈々各ブロックの内部に於いて各試験區に、これらの變員を如何に配置するかは全く逢機的に行ふ。例へば骰子をふつてそれによつてきめる。この方法のなかに、前節で述べたところの確率化の理念を読みとることが出来るであらう。

然しこの方法でも尙多くの缺點はあり得る。試験圃場を若干箇の亂塊が構成するのはよいが、これらの亂塊の大多數を通じて或る特定の 1 つの品種なり處理が他のもよりも、地力の點で有利な位置をとることはあり得る。例へば試験圃場は北側が肥沃であるが、或る A が各集區で北側にかたよつてゐるといふことは起り得る。この様な事情は當然變量分析法で考慮に入れられてゐるが、たゞ誤差を大きくすることを否めないのである。この困難を克服する爲に R. A. Fisher の採用したのが Latin 方格法であつた。これは試験項目が若干箇あるとき、これを縦からみても横から見ても各變員が 1 回づつあらわれる配置をいふのである。例へば試験項目の變員が 4 つで、これ

を A, B, C, D であらわすとき、第2圖のやうな配置法である。この第2圖 4×4 ラテン方格様な配列法は他にも幾通りもある。その何れかの配列法を、達意的に抽出して決定するのである。

地方の變動に對處するため、異常な困難を克服しなければならぬ。つた農事試験家は、その努力の結果として、更に進んで要因配列計費 (factorial experiment) の思想に達した。此の思想を次に要約しよう。

A	B	C	D
B	A	D	C
C	D	A	B
D	C	B	A

實驗にあつては、着目する観測結果或は效果に影響を及ぼすと想像される諸原因がある場合には、これらの諸原因を何等かの方法によつて、多數の基本的な要因に分解し、實驗の際には、そのうちの或る特定の因子を除いた他の諸因子を一定に保ち得る様な管理條件を設定し、この取除いた單一因子だけを、その管理條件のもとで變化させてその効果を見るといふ建前をとる。これを科學的研究道程の本筋であると看做してゐるのが一般の通念であらう。しかし、説明實驗はとにかくとして、眞に發見的な方法といへるであらうか、研究の實情に即して云へば、無數にあり得べき因子のうち、若干のものが特に研究の價値があらうとは思はれるけれども、これを決定的に證明するのは不可能なことが多いし、相互依存關係も又明瞭ではないのである。しかし従來は、多くの要因を同時に變化させ、その結果から結論を出すことは考へ得なかつた。それには如何なる實驗を計畫すればよいか。又計畫された實驗より得られた結果を如何に分析して求める知識を讀みとるか、この2點について何等知らなかつたのである。これに對處するものこそ實驗計畫法の理論である。これをうち樹てた Rothamsted 試験場の R. A. Fisher の功績は、不朽のものといはなければならない。しかもそれは、畢竟するに、比較法と達變法との、全面的なそうして適切な使用に由來するといへるのである。

我々はこれと同時に Gosset の功績を充分認めるべきであらう。アイルランドに於いて、ビール會社技師として、大麥栽培の技術面に通曉した彼が、上述の半條播機法の提唱者の1人であつた。Gosset の統計思想を表現するのに、1つの公式をもつてすることが出來よう。統計變量 X, Y の比較をするに當つて、 $X, Y, X-Y$ の標準偏差を夫々 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{x-y}$ とし X と Y との相關係數を ρ とすると

$$\sigma_{x-y}^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 - 2\rho\sigma_x\sigma_y$$

比較法の要訣は、上式の左邊を出来るだけ小さくすることであるが、普通 σ_x, σ_y を小さくすればよい様に考へてゐる。しかし ρ を大きくするといふ方法のあることに注意しなければならない。

B. 大量生産の管理 統計的認識の重要な觀點を、比較法と達變法とに見出した吾々は、統計的認識の辯證法的性格の一面を、大量生産管理に見出すであらう。大量生産管理に統計的方法が應用されるに至つたのは、20世紀初頭以來の獨占資本主義が規格統一と産業合理化に大童となつてからのことであり、その基盤なくしては、統計理論の基本たる母集團の概念をこの方面に於いて把握することは不可能であらう。近代の生産様式を表すところの繰返し作業は、元來、規格通りの品物を繰返し繰返し作ることである。それは、規格に規定された同一のものであることを目標としてゐる。しかるに現實には、全く規格通りといふことはない、若干の變動が寸法に品質に見受けられる。この變動は、或は材料の不齊に依ることもあらう。生産工程中に入り込む種々の複雑な要因によるものであらう。そのうち、技術的に確め得るものは、これを究明し盡すことであらう。けれども突き止め得ない、いはゞ管理し得ない所の變動が事實尙殘るのである。これに對して、統計的方法は、例へば管理圖の方法により、例へば技術検査の方法により、管理の方法を與へ得るのである。即ち或る變動が果して統計的な安定状態のもとにあらわれる偶然變動として看做されるかどうかを判定する目盛を提供するのが、確率論であり統計数理である。偶然變動があるといふ假説が棄却されな

ければならなくなると、それは技術的に究明されなければならないことになる。そこに技術と統計との協力があるわけである。ところでこゝに私が指摘したいことは、規格→生産→検査といふこの進行ではない。先づ規格を立てる。それに依つて生産を行ふ。生産の結果が果して規格通りか否かを検査する。それで事が終るならば、一方的な進行である。しかし實際はそうではない。元來、規格なるものを、天降りに立てられるものでなくして、生産の實狀に即して可能な現實的なものでなければならない。それは、現に生産を行ひ、そうしてその結果を検査し得てのみ把握されることでなければならない。或る特定の規格は、過去に於ける生産とその検査の上に立つ。規格、生産、検査の論理的性格は、假説の設定、實驗の遂行、假説の檢定といふ科學的認識の進行に夫々對應して考へられるべきものである。人間の認識は、この三段階を循環しつつ、螺旋的に進行して行く様に、生産技術の面に於いても、規格、生産、検査の三段階は螺旋的に經過しつつ進んで行く。大量生産管理の統計的方法の理論的根據を求めるとき、母集團の概念を要望されるのは當然である。しかし流れ作業に入るまでの試作の道程に於いて、或は大量生産に入つたと思はれてからの検査に於いて、いふところの母集團の概念も又假説の提出といふ意味に解釋されてなければならないであらう。そこには逐次近似の方法が前提されてなければならない。生産といふ實踐を通じて統計的安定状態をつくりといふ人間の主體性が看取されなければならない。それは母集團を前提するのではない。母集團をわれわれは客觀的に物質的につくり出さうとするのである。

§6. 結び 近代統計学の基盤として、この小文に論じたところは、決して全貌をつくるものではない。こゝで私の意圖した事は、古典統計學、記述統計學、推測統計學と、大まかに眺めた場合の、これら3者の相互間の相異と連続とであつた。特に記述統計學と推測統計學との相互間の比較は統計學の發達の方向を見通し統計學の本質を見究めるための、重要な觀點を提供するものである。そうして推測統計學の特徴を、統計技術的には比較法と達議化法とにあるとし、論理的には實驗の論理の上に立つものとして、しかも辨證法的に理解されるべきものなることを主張したのであつた。このための例示として、農事試験の沿革と大量生産管理の方法とを挙げたのである。

以上の論述に於いて私は自然科学とか所謂技術の方面の淵源から眺めて來た。これに對して當然起り得べき疑問乃至批判は、社會統計學乃至經濟統計學といふものこそ所謂統計學の本流ではないか、これに觸れることなくして果して統計學の基盤を指摘し得るであらうかといふことであらう。これに對して私は次のやうに答へたい。

第1に、私はこゝでは統計的方法といふことに觀點を置いたといふことである。このため方法の變革に寄與したものが何であつたかを先づ指摘しなければならなかつた。變革の原理がこゝでは問題であつた。第2は、かくして指摘された基盤は、更に探究して行くとき、社會の物質的、經濟的基盤につき進まざるを得ないであらう。統計學の基盤としては當然そこまで進むべきであらう。その必要は認めるのであるが、こゝではそれに達せずして筆を措いてある。それは全面的に本格的に論ぜられるべきものとして置くべきであらう。第3に同じく紙數の關係があつて、統計的方法の觀點から重要な計量經濟學、計量心理學に於ける統計的方法に全然觸れてないことを御断りして置く。そうして第4に、若し統計學が自然科学か社會科學かといふ様な質問が尙あるとすれば、私は自分の立場として、その様な設問自體を反問したい。われわれ人間にとつては、究竟のところ唯1つの科學しかない。それは歴史である。自然科学の發達は、それを育成し得る社會の基盤の上に立ち社會の要望により方向付けられる、他方社會科學の本質的な進歩の多くは、所謂自然科学的方法の應用ではなかつたであらうか。

近代統計學の歩み來つて確保し得た地點は、自然科学、社會科學の全分野がそこに集つて更に前進を用意すべきところの1つの共通の前進基地を提供するもの如く思はれる。

終りに原稿を讀まれて批判を寄せられた増山元三郎博士に感謝の意を表したい。同氏の御注意により若干補筆するところがあつたことを附記したい。

有限母集團からの抽出法

増山元三郎

中央氣象衛生氣象研究室 東京大學物療内科教室 統計数理研究所

§1. 話の始めに

抽出法を紹介するには、靜觀的な記述の學問である古い統計學——それはその原語 Statistik = “status (國家狀態) の學問” の名にふさわしい——と行動的な推測と計畫の學問である新しい推計學——stochastics = “stochos (推測, 目論見) の學問”——の區別から出發することが好ましが、兩者の歴史とその經濟的基盤については北川敏男教授の優れた解説があるので夫を参照されたい。”

推計學では、特定の目印を持つ個體の總ての集りを母集團 (Population) とゆう。個體といつても生物を指すとは限らない。ある一定の管理水準で作られた製品の一つ一つを指してもよい。又目印といつても一つとは限らない。日本人とゆう目印と男性という目印と満 20 才とゆう目印を持つ個體 (=日本の壯丁) を考えてもよい。その母集團を形作る個體の幾つかを標本 (sample) 又は試料 (字面はよいが、資料と同音で拙い) とゆう。標本中の個體の員數を標本の大きさ (size of sample) とゆう。推計學では標本を調べて、これを手掛りに母集團の特性を掴もうとする。知りたいのは母集團についての知識であるが、員數の無限な母集團では全數調査は不可能であり、有限な母集團では全數調査の結果得た法則は、法則性追求の點からみて、他に應用の途がない法則という點で意味が無い。

全數検査の代表例として知られた國勢調査も、人口現象の時間的な一斷面の全數調査に過ぎないので、標本の全體を調べているに外ならないのである。資料が役立つか否かは、夫が行動の指針を與えるか否かに在る。どんなに完全な調査でも、その調査結果が分つた頃對象とした集團の質が變つてしまつていたので殆んど役立つはない。

現實に調べられるのは標本で、しかも知りたいのは標本の知識そのものではなく、母集團の知識であるとする、

- 1° どんな方法で推定すれば一番よいか?
- 2° その一番よい方法で推定した時、どの位の誤りを犯すか? (誤りを犯す確率を危険率 (Level of significance) とゆう。)
- 3° 標本の大きさを一定とするなら、その標本をどう抽いたらよいか?

1) 北川敏男: 數理統計學, 季刊大學, 3~4 號, 東京大學新聞社, 1947.

北川敏男: 近代統計學の基盤, 本誌. 北川教授は推計學を R. A. Fisher 流の推測統計學といつてられる。イギリスの農學者 R. A. Fisher がその創始者だからである。