

多様形地位指数曲線の作成 : 曲線形に関するパラメータを変化させるモデル

寺岡, 行雄
九州大学農学部附属宮崎演習林

<https://doi.org/10.15017/10908>

出版情報 : 九州大学農学部演習林報告. 72, pp.135-142, 1995-03-30. 九州大学農学部附属演習林
バージョン :
権利関係 :

多様形地位指数曲線の作成* 曲線形に関するパラメータを変化させるモデル

寺岡行雄**

抄 録

地位指数は林業経営上重要な基準情報であり、経営対象の場所及び樹種に関して適切な地位指数曲線が準備されなければならない。しかし、従来は異なる地位であってもその形はガイドカーブに同形とされているが、異なる成育条件下によって成長プロセスも異なるはずである。そこで、地位に応じて形を変える地位指数曲線の作成方法が検討された。

まず、地位別に選定した71年生ヒノキ12本の樹幹解析による樹高成長データをRichards成長関数にあてはめ、地位指数とパラメータの関係が求められた。次に、Richards成長関数のパラメータを地位指数の関数とすることによって、それぞれに応じた曲線形を持つ地位指数曲線(多様形地位指数曲線)が作成された。さらに、資料に用いた樹高成長データとの比較により精度の検証が行なわれた。

その結果、多様形の地位指数曲線は、異なる樹高成長過程を適切に表現するものであることが示された。

キーワード：多様形地位指数曲線，ヒノキ，Richards成長関数，樹高成長，樹幹解析

1. はじめに

林地生産力の指標である地位指数は、木材生産を目的とした林業経営上の指針として重要であるが、森林の潜在生産力を示すものとして林木成長を扱う問題にも必要となる。筆者らは、先に地形図上で読み取れる立地因子から地位指数を推定する方法について検討したが(寺岡ら, 1991)、その際には基礎情報として林齢-樹高曲線、すなわち地位指数曲線が用いられた。この地位指数曲線は、地位指数の推定精度に大きく影響する重要な情報であるので、それぞれの地位における樹高成長の時系列変化を、的確に表現するものでなければならない。ところが従来の地位指数曲線は、すべての樹高-林齢関係から平均的な曲線形を適合させた結果として導かれるガイドカーブと同じ形に作成されている(Bruce, 1926; 西澤, 1972)。これは、各地位での相対樹高成長率が一定になることを意味している(Borders *et al.*, 1984)。しかし、一般に樹高成長の相対成長率は一定ではなく、その地点の立地的な要因に依存していることから(Stage, 1963; Borders *et al.*, 1984)、地位の違いによって曲線形が変化するモデルが必要となる。

* TERAOKA, Y. : The Development of Polymorphic Site Index Curves : Using a Varying Shape Form Parameter Model.

** 九州大学農学部附属宮崎演習林

Miyazaki Branch of University Forests, Faculty of Agriculture, Kyushu University, Shiiba, Miyazaki 883-04

曲線形が変化する、つまり多様な形を持つ地位指数曲線 (Polymorphic curves : 以下、多様形地位指数曲線) については、いくつかの研究がなされている (Stage, 1963 ; Curtis, 1964 ; Borders *et al.*, 1984)。しかし、ガイドカーブとして一般に用いられる、Mitscherlich 曲線や Gompertz 曲線の各パラメータを変えただけでは、時間に関してあるいは上限値に対して曲線を伸縮させるだけであり、曲線の形を本質的に変えることにはならない。

そこで、本研究ではパラメータの値によって異なる曲線形を表現できる Richards 成長関数を用いることにより、多様形地位指数曲線の作成を試みた。具体的には、各地位での樹幹解析の結果から得られる林齢-樹高成長データを Richards 成長関数にあてはめ、そのパラメータと地位指数との関係から、多様形地位指数曲線を作成し、その有効性について検討することを目的とした。

なお、本研究の一部は 1991 年第 102 回日本林学会大会で口頭発表したものである。

2. 対象地, 資料木及び方法

対象としたのは九州大学福岡演習林新建, 新谷団地に所在する 71 年生ヒノキ (*Chamaecyparis obtusa* Endl.) 人工林である。その中で、なるべく地位がばらつくように設定した 12 個の調査林分から資料木として、優勢木と判断されたものを 1 本ずつ計 12 本を選定した。資料木の詳細を表 1 に示す。

多様形地位指数曲線の作成及びその精度の検証は以下の方法により行った。

まず、資料木のすべてを樹幹解析 (石橋, 1983) により、樹高成長経過を調べる。次に、各樹高成長経過を Richards 成長関数にあてはめ、どのようなパラメータを持つか明らかにする。なお、各樹高成長データを Richards 式にあてはめるためには、京都府立大学の伊藤達夫氏によるプログラムを使用させていただいた。さらに、50 年生時での樹高を地位指数として、地位指数と各パラメータの関係を回帰によって求めることにより、地位指数に応じて曲線形を変化させる多様形地位指数曲線を作成する。最後に検証として、本モデルの地位指数曲線と現実の樹高成長曲線とを比較することにより、精度を検討した。

表 1 資料木の詳細
Table 1 Tree height and D.B.H. of sample trees.

Tree No.	Height (m)	D. B. H. (cm)
1	14.20	25.8
2	14.50	26.4
3	15.80	28.6
4	15.90	25.0
5	16.60	24.5
6	16.50	26.0
7	17.60	28.8
8	16.90	25.8
9	16.05	29.6
10	18.75	27.0
11	19.00	33.1
12	19.10	35.7

3. Richards 成長関数

ここでは、簡単に Richards 成長関数の説明をする。1959 年に発表された Richards 成長関数 (Richards, 1959) は、von Bertalanffy の成長方程式：(1)式において、パラメータ m が $2/3 \leq m \leq 1$ の範囲内に制限されていたものを、経験的拡張として $0 \leq m < 1$ 及び $1 < m$ としたものであり、(2)式のように表される。

$$\begin{aligned} d\omega/dt &= (\text{合成}) - (\text{分解}) = \eta \omega^m - \kappa \omega & (1) \\ \omega &= A \times (1 - b \times \exp(-k \times t))^{(1/(1-m))} & (m < 1) \text{ または,} \\ \omega &= A \times (1 + b \times \exp(-k \times t))^{(-1/(m-1))} & (m > 1) & (2) \end{aligned}$$

ここで、 A 、 b 、 k 及び m は Richards 成長関数のパラメータである。

これらのパラメータの性質について、大隅の説明を援用することにする (大隅, 1985)。パラメータ A は成長の上限を表し、大きいほど成長上限値が高い (大きい) ことを意味しており、パラメータ k は時間に対する反応、すなわち曲線の立ち上がりの程度を表している。 k が大きくなるに従って、曲線は平らな形状からシグモイド状へと変化する。パラメータ b は時間 t が 0 のときの初期値に関するものであり、これは 1 として仮定し、固定することにした。パラメータ m は曲線の型を表しており、具体的には m の値により、成長の型に関して $0 \leq m < 1$ なる領域と $1 < m$ なる領域とに分けられ、前者の場合、その曲線は Mitscherlich 型となり、後者の場合は Logistic 型となる。そして、二つの領域の境界に Gompertz 式が位置付けられる。なお、 $m=0$ とおくと Mitscherlich 式そのものになり、 $m=2$ とすると Logistic 式が得られる。したがって、Richards 成長関数を用いることにより、Mitscherlich 式、Logistic 式及び Gompertz 式の 3 つの成長式を統一的に取り扱うことができ、しかもその中間的な性質を持つ曲線をも表現することが可能となる。

4. 地位指数とパラメータの関係

4.1. 方法

まず、解析の対象とした資料木 12 本について、0.2m から 1.0m 間隔で円板を採取し、樹幹解析を行う。資料木はいずれも 71 年生であり、樹幹解析から得られる樹高成長曲線上で、基準齡 (本研究では 50 年を設定) での樹高を調べ、これを地位指数とする。

次に、樹高成長のデータを Richards 成長関数にあてはめ、各資料木の樹高成長曲線が持つパラメータを求め、得られたパラメータと地位指数の関係を検討する。

4.2. 結果及び考察

樹幹解析を行ったヒノキ 12 本の樹高成長曲線を Richards 成長関数にあてはめて得られたパラメータ A 、 k 、 m と、各資料木の地位指数 (50 年生時での樹高) との関係を図 1、図 2 及び図 3 に示している。

まず、各資料木の地位指数についてみると、地位指数は 12.31m から 16.17m の範囲であり、これを九州地方ひのき林分収穫表 (熊本営林局編, 1962) に対比してみると、地位二等地から三等地に相当する。

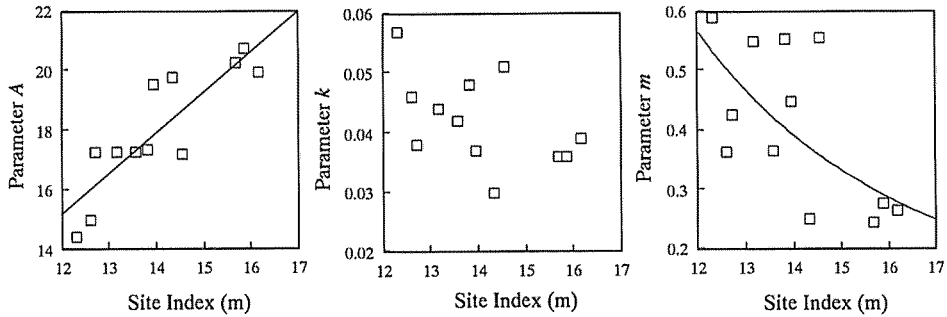


Fig. 1 The relationship between site indices and parameter- A .

図1 地位指数とパラメータ A の関係

Fig. 2 The relationship between site indices and parameter- k .

図2 地位指数とパラメータ k の関係

Fig. 3 The relationship between site indices and parameter- m .

図3 地位指数とパラメータ m の関係

パラメータ A は 14.42 から 20.74 の範囲にあり、地位指数が高くなるに従ってパラメータ A も大きくなる傾向がうかがえる。次に、パラメータ k は 0.030 から 0.057 の範囲にあるが、地位指数の変化による一定の傾向は認められない。さらに、パラメータ m についてみると、その値は 0.243 から 0.590 の範囲にあり、樹木番号 9 (以下、TN9 と表記する) を除くと地位指数の増加によって減少する傾向がみられる。

5. 多様形成長曲線の作成

5.1. 方法

前章の結果から、地位指数が高くなるに従ってパラメータ A は増加傾向を示し、 m は減少する傾向を持っていることが分かった。しかし、 k に関してははっきりとした傾向は認められなかった。

先に説明した各パラメータの性質から考えると、地位指数が高くなるにつれて、成長上限値である A が大きくなるのは当然の結果であり、この両者間には (3) 式のように一次線形関係があるものと考えた。

$$A = a_1 \times SI + c \quad (3)$$

ここで、 a_1 は係数、 c は定数項、 SI は地位指数である。

次に、 m は地位指数の増加に従って減少している、つまり地位指数の高いところほど Mitscherlich 型の成長であることを示している。地位が高ければ、曲線の立ち上がりの速い Mitscherlich 型であろうと予想されることから、妥当な結果であると言えるが、 m には $0 \leq m$ という制約があるため、減少関数であっても 0 に漸近するカーブを描くと考えられる。そこで、 m と地位指数との関係を (4) 式のように仮定した。

$$m = a_2 \times SI^{a_3} \quad (4)$$

ここで、 a_2 、 a_3 は係数、 SI は地位指数である。

最後に、パラメータ k は Richards 関数において時間に対する反応を表しており、曲線の立ち上がりに関係する m の影響から、 k と地位指数との関係が明確にならなかったものと考えられる。また、(2)式において t が基準年齢 (50 年) の場合、両辺が等しくならなければならないことから、 k を修正項的に取り扱い、(5)式のように計算上で求めることにした。

$$k = -(1/50) \times \ln(1 - (SI/A)^{1-m}) \quad (5)$$

以上の仮定に基づき、地位指数とパラメータ A 及び m との回帰式を計算した。次に、この回帰式を用いて、地位指数の値に依存してパラメータ A , m , k が変化する、つまり地位指数によって曲線の形が変化する地位指数曲線を作成した。

5.2. 結果及び考察

地位指数とパラメータ A 及び m との回帰式を求めた結果を、(6)式及び(7)式に示している。また、その傾向を図示するため、回帰曲線を図1及び図3に付け加えている。

$$A = 1.359 \times SI - 1.117 \quad (r=0.862) \quad (6)$$

$$m = 246.933 \times SI^{-2.447} \quad (r=0.663) \quad (7)$$

A の場合は相関係数が 0.862 であったが、 m の場合は 0.663 と決して良好とは言えない結果であった。しかし、両者の関係を全体的には表しているものと考え、(6)式、(7)式からパラメータ A と m を求め、(5)式から計算される k を地位指数別に求めたのが表2である。

A は単調に増加し、 m は急激に減少している。 k も減少傾向を示している。これらのことから、地位指数が高くなるに従って、上限値が高くなり、曲線形は Gompertz 型から Mitscherlich 型へと移行することにより、時間 t に対して敏感に反応する曲線となることが分かる。

以上の結果から、地位指数に応じてパラメータの値を変化させる地位指数曲線を作成し、図4に示す。パラメータ m が地位指数によって変化することから、それぞれの曲線型は異なっており、ある時点における曲線間の差は一定でないことが図上で認められる。また、

表2 地位指数と回帰式により推定されたパラメータ
Table 2 Site indices and estimated parameters from regression.

Site Index	Parameter-A	Parameter-k	Parameter-m
10	12.480	0.0585	0.7510
12	15.196	0.0451	0.5296
14	17.911	0.0389	0.3735
16	20.627	0.0354	0.2634
18	23.343	0.0331	0.1858
20	26.059	0.0317	0.1310
22	28.775	0.0306	0.0924
24	31.491	0.0299	0.0652
26	34.207	0.0234	0.0460
28	36.923	0.0290	0.0324
30	39.639	0.0287	0.0229

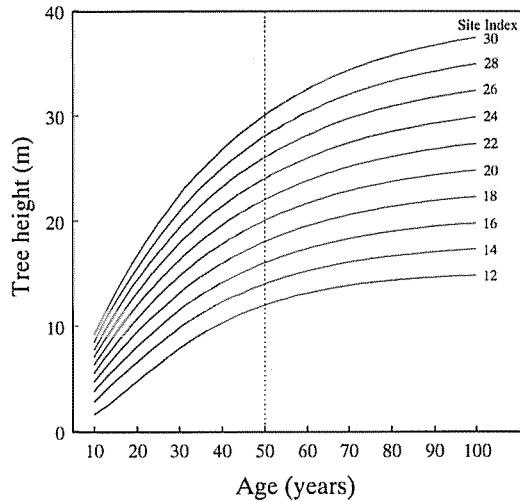


Fig. 4 The polymorphic site index curves.

図4 多様形地位指数曲線

一般に地位の低い林分は初期成長が悪く、急激な立ち上がりは見られない傾向が、この多様形地位指数曲線では表現されている。

6. 多様形成長曲線の検証

6.1. 検証方法

5章で作成した多様形地位指数曲線が、どの程度現実の樹高成長に適合しているか検証する必要がある。そこで、樹幹解析による樹高成長を真値と仮定し、資料木12本を用いて地位指数から推定されるパラメータによる地位指数曲線と比較することにより、その精度を検証することにした。

一般に理論モデルと実験値との適合を測るためには、残差平方和や相対誤差を用いる場合が多い。しかし、複数のモデルを比較する目的ではないことから、絶対値としてどの程度の誤差があるのか明らかになる方が実用上は有効であると考え、今回は70年生時までの5年間隔で計算値と真値との残差及び残差の絶対値の平均によって検討した。

6.2. 結果及び考察

表3に各資料木における、計算値と真値との残差及びその絶対値の平均を示している。

50年が基準齢のため、いずれの資料木においても、50年での残差は0mとなっている。1.0mを越す残差は10件あり全体に占める割合は5.6%であった。中でも最も大きな残差となったのは、TN2の20年の時で1.77mであるが、このTN2では15年、20年、25年と3年連続で計算値が1.0m以上の過小となっている。全体的に1.0m以上の残差が見受けられるのは25年生以下であるが、TN3とTN7においては70年で1.0m以上となっている。これらの原因として考えられることは、資料木での成長を的確に表現できなかった

ためである。しかし、検証に用いているのが単木の成長であり、成育環境の変動や攪乱の影響を反映させることができず、このような齟齬が生じたものと考えられる。

さらに、残差の絶対値の平均を見ると、TN8の0.133mからTN2の0.675mの範囲であり、大部分が0.5m未満であることから、計算値が真値に良く適合していると考えられる。

表3 本モデルによる計算値と樹幹解析による実測値の残差
Table 3 The difference between calculations and measurements.

Tree No. Age	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
10	0.05	0.87	0.12	-0.67	0.21	-0.93	-0.57	0.43	-1.05	0.05	-0.28	0.13
15	-0.04	1.39	-0.20	-1.03	0.47	-1.09	-0.86	0.12	-0.77	0.65	-0.04	0.35
20	0.63	1.77	0.26	-0.89	1.23	-0.48	-0.79	0.05	-0.71	0.91	0.64	0.75
25	0.85	1.37	0.48	-0.46	1.24	0.34	-0.49	-0.16	-0.69	0.97	0.60	0.94
30	0.94	0.99	0.70	-0.29	0.99	0.24	-0.04	-0.51	-0.48	0.71	0.36	0.37
35	0.79	0.77	0.48	-0.11	0.72	-0.03	0.26	-0.05	-0.22	0.39	0.07	0.01
40	0.34	0.54	0.33	-0.33	0.49	-0.21	0.30	0.01	-0.02	0.04	-0.04	-0.07
45	0.08	0.24	0.04	-0.20	0.18	-0.16	0.04	-0.05	0.04	-0.11	0.10	0.03
50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
55	-0.02	-0.22	0.13	0.25	0.11	0.15	0.14	0.00	-0.09	0.05	0.09	-0.21
60	-0.26	-0.25	0.50	0.16	0.27	0.26	0.50	-0.01	-0.35	0.30	0.21	-0.44
65	-0.22	-0.24	0.62	0.22	0.57	0.30	0.92	0.08	-0.61	0.41	0.28	-0.19
Ave. (abs.)	0.332	0.675	0.375	0.399	0.565	0.358	0.485	0.133	0.442	0.405	0.264	0.299

Note : Ave. (abs.) indicates the average of absolute difference values.

7. 総合考察

以上までの結果より、多様形地位指数曲線の作成手順が明らかになり、樹幹解析から得られた樹高成長パターンで検証したところ、残差の絶対値の平均は最大で0.7m未満であった。これより、本研究での多様形地位指数曲線は、異なる地位での樹高成長をほぼ表すことができると分かった。このような多様形地位指数曲線に関する研究は、日本においてあまり行われていないが、狭い範囲であっても立地条件が大きく異なる日本の森林においては、必要な研究であると考えられる。

また、地位指数によってRichards成長関数のパラメータを変化させるモデルを提示したが、回帰式から得られた関係には、生物学的な根拠が乏しいことは否めない。したがって、各パラメータが成育環境によってどのように変わるかという実証的なデータの積み重ねが必要となる。

最後に、本研究での大きな問題点として、樹幹解析で得られるデータはあくまでも単木的なものであるのに対して、地位指数という概念は本来林分に対して適用されるということが挙げられる。本研究では基準齢を超える固定試験地の成長データが得られなかったため、優勢木での樹高成長データを代替的に利用した。しかし、地位指数を取り扱う以上は林分単位での議論となることから、本研究での多様形地位指数曲線を現実の林分に適用し、さらに改善することを今後の課題としたい。

謝 辞

本研究を進める上で御指導いただいた、九州大学農学部関屋雄偉名誉教授、柿原道喜教授、今田盛生教授に深く感謝いたします。また、現地での指導等、細かに御助言くださいました増谷利博助手に御礼申し上げます。さらに、本研究で用いた資料の現地収集の際には、九州大学農学部林学第一講座の皆さまに御協力いただき、ここに感謝いたします。

引用文献

- BORDERS, B. E., BAILEY, R. L., WARE, K. D. (1984) : Slash pine site index from a polymorphic model by joining (splining) nonpolynomial segments with an algebraic difference method. *For. Sci.* **30** : 411-423
- BRUCE, D. (1926) : A method of preparing timber-yield tables. *J. Agric. Res.* **32** : 543-557
- CURTIS, R. O. (1964) : A stem-analysis approach to site-index curves. *For. Sci.* **10** : 241-256
- 石橋整司 (1983) : 樹幹解析プログラム 2 題. *J. PC Forestry* **1**(2) : 22-38
- 熊本営林局<編> (1962) : 九州地方ひのき林分収穫表調製説明書. pp.39-43
- 西澤正久 (1972) : 森林測定. 農林出版, 東京, pp.243-256
- 大隅真一 (1985) : リチャーズ生長関数による人工同齡林の生長法則に対する解析的研究. 昭和 59 年度科
研費研究成果報告書 : pp. 1-112
- RICHARDS, F. J. (1959) : A flexible growth function for empirical use. *J. Exp. Botany* **10** : 290-300
- STAGE, A. R. (1963) : A mathematical approach to polymorphic site index curves for grand fir. *For. Sci.* **9** : 167-180
- 寺岡行雄・増谷利博・今田盛生 (1991) : 森林経営のための地位指数推定方法 - 地形図上で判読可能な
地形因子による樹高の推定 -. 九大農学芸誌 **45** (3, 4) : 125-133

(1994 年 11 月 1 日受付 ; 1994 年 12 月 28 日受理)

Summary

Site indices play an important role in forest management, and it is necessary to evaluate the site index for individual managing sites and species. Site index curves for particular species may vary in shape for different sites and environments.

However, traditional site index curves have been generated as a series of proportional curves, all with the same shape (anamorphic).

The Richards growth function model is applicable to sets of height-growth data obtained by stem-analysis. Estimated parameters of the function are then used to analyze the relation to site index.

This paper presents polymorphic site index (height-over-age) curves for hinoki (*Chamaecyparis obtusa* Endl.) in Japan produced using varying parameters that depend on the site index.

Key Words : polymorphic site index curve ; *Chamaecyparis obtusa* Endl.; Richards growth function ; tree height growth ; stem analysis.