汚染削減と経済成長の理論分析

大住, 圭介
九州大学大学院経済学研究院 経済工学部門 経済システム解析 : 教授

https://doi.org/10.15017/10613

出版情報：經濟學研究. 73 (5/6), pp.1-13, 2007-05-31. 九州大学経済学会
バージョン：
権利関係：

汚染削減と経済成長の理論分析

大 住 圭 介

1 序

低い経済発展段階では地球環境は経済システムにとって，主として資源を供給する役割，つまり地球環境は経済システムにとってソース (source) としての機能を果たしていた．この点で，1970 年代には石油価格の高騰に関連して，資源の枯渇と成長の限界が論じられ，経済学の領域でも枯渇資源あるいは再生可能資源と経済成長の問題が活発に議論された[1].

しかし，現在では状況は一変している．地球環境に関連して，最近議論の対象になっていることは次のような問題である．

(1) 2005 年のハリケーン（カトリーナ）により，ニューオリンズで甚大な被害が発生した．

(2) 従来，冬季に寒冷のために土中の害虫が死去していたが，最近は冬でもそれほど雪が降らず，農作物の被害が報告されている．

(3) 北極圏の氷河が溶けており，また気温の上昇により海面の上昇が生じ，太平洋の幾つかの島が水没する危険性がある．ロシアのヤクーツクでは，平均気温が過去 100 年で約 2.5 度上昇している．シベリアの永久凍土の境界が年間 5〜6 メートル後退している．

(4) 梅雨期における集中豪雨が激化している．

これらの現象の背後にある要因については議論が続けられてきたが，最近公表された気候変動に関する政府間パネル (IPCC) 第 4 次評価報告書によって一応の決着をみた[2]．さらに，主として地球温暖化は大気中の CO_2 の濃度の上昇に関連していると指摘されている[3]．このような地球温暖化を含んで，焦眉の急となっている種々の環境問題に対して，汚染等を拡散・吸収する地球自体の自浄作用の側面，つまり地球のシンク (sink) としての機能の重要性が認識されるようになっている．

このような状況の変化に呼応して，地球環境と経済成長に関する理論的・実証的研究が活発になされている．実証的な研究としては，Grossman and Krueger (1995), Vogan (1996),

[1] Dasgupta and Heal (1974), Stiglitz (1974), Dasgupta and Heal (1979), Clark (1990), Nordhaus (1992) 等の文献を参照せよ．

[2] 第 1 次報告書では，「観測された温度上昇は大部分が自然変動によることもあり得る」ということであったが，第 4 次報告書では「過去半世紀の気温上昇のほとんどが人為的温室効果ガスの増加による可能性がかなり高い」と主張している．

[3] 一説には，既に 7,300 億トンの CO_2 が蓄積されており，さらに，毎年 63 億トンが生産活動により大気中に排出され，そのうち，光合成により 14 億トン，海中に 17 億トンほど吸収され，残りの 32 億トンが大気中に排出されていると推定されている．地球温暖化を回避するには，この排出を削減することが不可欠であるとされている．

Brock and Taylor (2005) 等の多数の研究が存在する．ここでは，Brock and Taylor (2005) における実証研究をベースとした定型化された事実を紹介しておくことにしよう．

(1) 1940–1998 年の期間で，GDP 1 単位当たりの汚染物質は減少傾向にある．

(2) 1972–1994 年の期間で，GDP 1 単位当たりの民間の汚染削減費用に対する支出 (PACE) の比率は 1980 年まで急激に上昇しているが，その後一定に留まっており，その比率は約 1.5 パーセントである．

(3) ほとんどの汚染物質は最初上昇し，その後，減少傾向にある．このようにデータによって環境クズネッツ曲線 (Environmental Kuznet curve) の存在が示唆されている[4]．

上述の実証的な定型化された事実を考慮して，地球環境と経済成長の関連で理論的な展開をするには，次のような要素を考慮しなければならない．

(1) ソースだけではなく，シンクとしての地球環境の役割も取り込んだフレームワークを構築しなければならない．

(2) 最適成長経路あるいは市場均衡成長経路として，長期的に環境クズネッツ曲線のようなパターンはどのような要因で生じるか．

(3) 動学的な一般均衡論的なシステムのもとで，イノベーションと誘発的技術進歩の役割が強調されなければならない．

最近，内生的成長論の隆盛の影響を受けて，地球環境のシンクとしての機能を取り込んだフレームワークの構築が経済学でも追求されるようになり，経済成長との関連で動態的なシステムの開発が進行中である．Gradus and Smulders (1993)，Bovenberg and Smulders (1995)，Smulders and Gradus (1996)，Stokey (1998)，Brock and Taylor (2003)，(2005) を参照せよ．

このような理論的な議論の進展の中で，本論文では，次のことを企図する．

(1) 環境クズネッツ曲線の背後に存在する汚染削減技術の変化に関する重要な理論的文献である Stokey (1998) と Brock and Taylor (2003)，(2005) の議論を一般的なシステムで統合的に展開し，理論的限界と意味を明確にする．

(2) 地球環境と経済成長の問題に関する議論に関連して，依然として残されている不十分な数理的展開を厳密なものにする．

2 環境汚染と内生的経済成長の一般的モデル

2.1 一般的設定

次のような問題が考察される．

$$\text{maximize} \int_0^\infty e^{-\rho t}\left\{\frac{C^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}-\frac{B}{\gamma}X^\gamma\right\}dt$$

subject to

[4] Grossman and Krueger (1995) は，一人当たり GDP と環境汚染の程度の間には逆 U 字の関係がある，つまり環境クズネッツ曲線 (Environmental Kuznet curve) の存在を確認した．大坂 (2005) の第 7 章も参照せよ．

$$\dot{K} = Ae^{gt}K^{\alpha}z - \delta K - C,$$
$$\dot{X} = Ae^{gt}K^{\alpha}\phi(z) - \eta X,$$
$$K(0) = K_0, \quad X(0) = X_0.$$

ここで，ρ は時間選好率，δ は資本減耗率，η は自然の吸収率である．また，K は物的資本の量，C は消費量，X は汚染物質量である．さらに，$\sigma > 0$，$\gamma > 1$ とする．最後に，z は汚染の排出を表す技術パラメータであり，数値が大である程，技術的に劣悪であることを示している．したがって，$1 - z$ で削減技術を表すパラメータであると仮定することも可能である．以下，下記のケースを特に検討する．

Stokey のケース：$g > 0$，$\alpha > 1$，$\phi(z) = z^{\beta}$，$\beta > 1$.

Broch and Taylor のケース：$g = 0$，$\alpha = 1$，$\phi(z) = 1 - (1 - z)a$，$a > 1$.

2.2 一般的なフレームワーク

ハミルトニアンは次のように設定される．

$$H = \frac{C^{1-\sigma} - 1}{1 - \sigma} - \frac{B}{\gamma}X^{\gamma} + \lambda_1\left\{Ae^{gt}K^{\alpha}z - \delta K - C\right\} + \lambda_2\left\{Ae^{gt}K^{\alpha}\phi(z) - \eta X\right\}.$$

$(\hat{K}(t), \hat{X}(t), \hat{C}(t), \hat{z}(t))$ が最適経路であるとしよう．そのとき，$(\lambda_1(t), \lambda_2(t))$ が存在して，次のことが成立する．

(1) 任意の $C \geq 0$ と任意の t に対して，

$$H(\hat{K}(t), \hat{X}(t), \hat{C}(t), \hat{z}(t), \lambda_1(t), \lambda_2(t)) \geq H(\hat{K}(t), \hat{X}(t), C, \hat{z}(t), \lambda_1(t), \lambda_2(t)).$$

したがって，

$$\hat{C}(t)^{-\sigma} = \lambda_1(t).$$

(2) （実行可能な）任意の z と任意の t に対して，

$$H(\hat{K}(t), \hat{X}(t), \hat{C}(t), \hat{z}(t), \lambda_1(t), \lambda_2(t)) \geq H(\hat{K}(t), \hat{X}(t), \hat{C}(t), z, \lambda_1(t), \lambda_2(t)).$$

すなわち，（実行可能な）任意の z と任意の t に対して，

$$\begin{aligned}
&\frac{\hat{C}(t)^{1-\sigma} - 1}{1 - \sigma} - \frac{B\hat{X}(t)^{\gamma}}{\gamma} \\
&+ \lambda_1(t)\left\{Ae^{gt}\hat{K}(t)^{\alpha}\hat{z}(t) - \delta\hat{K}(t) - \hat{C}(t)\right\} + \lambda_2(t)\left\{Ae^{gt}\hat{K}(t)^{\alpha}\phi(\hat{z}(t)) - \eta\hat{X}(t)\right\} \\
&\geq \frac{\hat{C}(t)^{1-\sigma} - 1}{1 - \sigma} - \frac{B\hat{X}(t)^{\gamma}}{\gamma} \\
&\quad + \lambda_1(t)\left\{Ae^{gt}\hat{K}(t)^{\alpha}z - \delta\hat{K}(t) - \hat{C}(t)\right\} + \lambda_2(t)\left\{Ae^{gt}\hat{K}(t)^{\alpha}\phi(z) - \eta\hat{X}(t)\right\}.
\end{aligned}$$

つまり，（実行可能な）任意の z と任意の t に対して，

$$\lambda_1(t)Ae^{gt}\hat{K}(t)^\alpha \hat{z}(t) + \lambda_2(t)Ae^{gt}\hat{K}(t)^\alpha \phi(\hat{z}(t)) \geq \lambda_1(t)Ae^{gt}\hat{K}(t)^\alpha z + \lambda_2(t)Ae^{gt}\hat{K}(t)^\alpha \phi(z).$$

以下，$\hat{K}(t) > 0$ であると仮定する．したがって，（実行可能な）任意の z と任意の t に対して，

$$\lambda_1(t)\hat{z}(t) + \lambda_2(t)\phi(\hat{z}(t)) \geq \lambda_1(t)z + \lambda_2(t)\phi(z).$$

いま，議論の簡単化のために，次のように定義する．

$$\hat{H}(z,t) = \lambda_1(t)z + \lambda_2(t)\phi(z)$$

この関数に関連して，次のことが成立する．

$$\frac{d\hat{H}(z,t)}{dz} = \lambda_1(t) + \lambda_2(t)\phi'(z), \quad \frac{d^2\hat{H}(z,t)}{dz^2} = \lambda_2(t)\phi''(z).$$

3　ストーキーの帰結の解釈

Stokey (1998) のケースを考察することにしよう．ここで，z の制御領域を $[0,1]$ とする．このケースでは，上記の定義は次のように表される．

$$\hat{H}(z,t) = \lambda_1(t)z + \lambda_2(t)z^\beta.$$

この関数に関連して，次のことが成立する．

$$\frac{d\hat{H}(z,t)}{dz} = \lambda_1(t) + \beta\lambda_2(t)z^{\beta-1},$$
$$\frac{d^2\hat{H}(z,t)}{dz^2} = \lambda_2(t)\beta(\beta-1)z^{\beta-2}.$$

ここでは，Stokey (1998) と同様に，$\lambda_2(t) < 0$ ということを前提にする．次のことが成立する．

$$\frac{d^2\hat{H}(z,t)}{dz^2} < 0.$$

したがって，t を所与として，$\hat{H}(z,t)$ は z に関して狭義の凹関数である．ここで，$z=1$ で評価すると，次のように表される．

$$\frac{d\hat{H}(1,t)}{dz} = \lambda_1(t) + \beta\lambda_2(t),$$
$$\frac{d^2\hat{H}(1,t)}{dz^2} = \beta(\beta-1)\lambda_2(t).$$

以上のことより，次のことが成立する．

$$\frac{d\hat{H}(1,t)}{dz} = \lambda_1(t) + \beta\lambda_2(t) \geq 0 \text{ ならば，} \hat{z}(t) = 1.$$
$$\frac{d\hat{H}(1,t)}{dz} = \lambda_1(t) + \beta\lambda_2(t) < 0 \text{ ならば，内点解であり，} \hat{z}(t) = \left(\frac{\lambda_1(t)}{-\beta\lambda_2(t)}\right)^{1/(\beta-1)}.$$

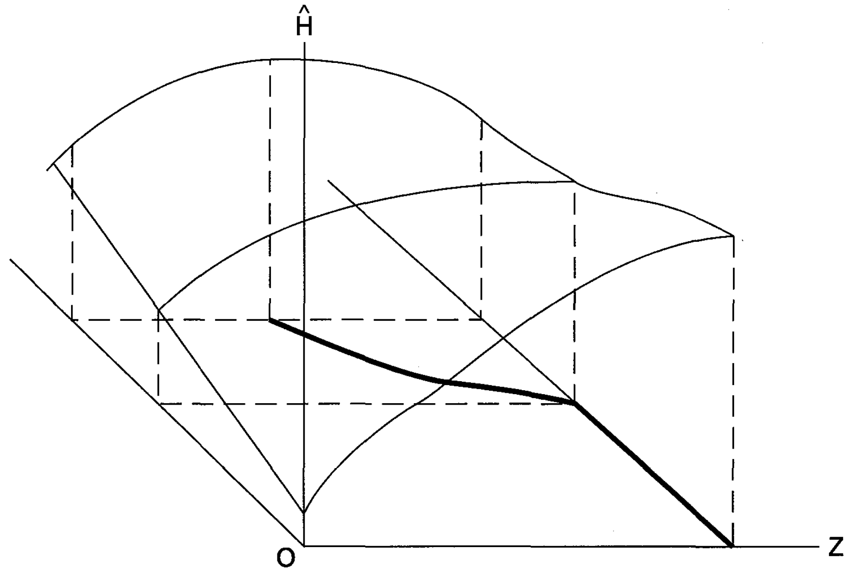
Stokey (1998) の議論では，直感的な推論により汚染削減技術の変化パターンが求められている．Stokey (1998) の議論が成立するには，次のような条件が必要である．

$$(1) \qquad \frac{d\hat{H}(1,0)}{dz} = \lambda_1(0) + \beta\lambda_2(0) > 0,$$

$$(2) \qquad \text{ある } t > 0 \text{ で，} \quad \frac{d\hat{H}(1,t)}{dz} = \lambda_1(t) + \beta\lambda_2(t) < 0.$$

議論の展開に関連して若干の曖昧さは残るが，Stokey (1998) における主張は，環境クズネッツ曲線の背後にある汚染削減技術の変化パターンを理論的に解明することである．つまり，当初，経済の成長ともに環境汚染は進行するが，その後，環境を改善するための技術が開発されるとするパターンが1つの可能性として提示されている．その意味については図1を参照せよ．したがって，当初，汚染削減の点で劣悪な技術が使用され，その後，汚染削減の点で優れた技術に変更される．このことを前提として，環境クズネッツ曲線に関する1つの根拠が提示されている．

図 1



4 ブロック=テイラーのフレームワークと帰結

4.1 フレームワークと準備的考察

前節で議論されたように，環境クズネッツ曲線の導出に関する Stokey (1998) の議論は厳密なものではなかった．一般的に，環境クズネッツ曲線を導出するという試みは Brock and Taylor (2003)，(2005) によってなされた．Brock and Taylar (2003), (2005) の議論の厳密な展開は主として Brock and Taylar (2003) によってなされているが，数理的展開が若干錯綜しており，必ずしも明確ではない．本節では，できるだけ論理の厳密化を企図する．Brock and Taylor (2003)，(2005) では，汚染の排出に関する技術パラメータに関連する規定が次のように変更された．

$$\text{maximize} \int_0^\infty U(C,X)e^{-\rho t}\,dt$$

subject to

$$\dot{K} = AKz - \delta K - C,\ \dot{X} = AK\{1-a(1-z)\} - \eta X,$$

$$K(0) = K_0,\ X(0) = X_0,\ C \geq 0,\ 1 - \frac{1}{a} \leq z \leq 1.$$

ハミルトニアンは次のように設定される．

$$H = \frac{C^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} - \frac{BX^{\gamma}}{\gamma} + \lambda_1\{AKz - \delta K - C\} + \lambda_2\{AK\{1-a(1-z)\} - \eta X\}.$$

$(K(t), X(t), C(t), z(t))$ が最適経路であれば，次のことが成立する．

$\exists(\lambda_1(t), \lambda_2(t))$：

(1) $\forall C \geq 0$：

$$H(K(t), X(t), C(t), z(t), \lambda_1(t), \lambda_2(t)) \geq H(K(t), X(t), C, z(t), \lambda_1(t), \lambda_2(t)).$$

(2) $\forall z \in \left[1-\frac{1}{a}, 1\right]$：

$$H(K(t), X(t), C(t), z(t), \lambda_1(t), \lambda_2(t)) \geq H(K(t), X(t), C(t), z, \lambda_1(t), \lambda_2(t)).$$

つまり，

$$\begin{aligned}
&\frac{C(t)^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} - \frac{BX(t)^{\gamma}}{\gamma} \\
&+ \lambda_1(t)\{AK(t)z(t) - \delta K(t) - C(t)\} + \lambda_2(t)\{AK(t)(1-a(1-z(t))) - \eta X(t)\} \\
&\geq \frac{C(t)^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} - \frac{BX(t)^{\gamma}}{\gamma} \\
&\quad + \lambda_1(t)\{AK(t)z - \delta K(t) - C(t)\} + \lambda_2(t)\{AK(t)(1-a(1-z)) - \eta X(t)\}.
\end{aligned}$$

すなわち，$\forall z \in [1-\frac{1}{a}, 1]$：

$$\lambda_1(t)AK(t)z(t) + \lambda_2(t)AK(t)(1-a(1-z(t))) \geq \lambda_1(t)AK(t)z + \lambda_2(t)AK(t)(1-a(1-z)),$$

つまり，

$$AK(t)(1-z(t))\{-\lambda_1(t) - a\lambda_2(t)\} \geq AK(t)(1-z)\{-\lambda_1(t) - a\lambda_2(t)\}.$$

ここでは，Brock and Taylor (2003) と同様に，$S(t) = -\lambda_1(t) - a\lambda_2(t)$ とおくことにする．

$$\dot{\lambda}_1(t) = \rho\lambda_1(t) - \frac{\partial H}{\partial K} = \rho\lambda_1(t) - \lambda_1(t)\{Az(t) - \delta\} - \lambda_2(t)A(1-a(1-z(t))),$$

$$\dot{\lambda}_2(t) = \rho\lambda_2(t) - \frac{\partial H}{\partial X} = \rho\lambda_2(t) + BX(t)^{\gamma-1} + \lambda_2(t)\eta = (\rho+\eta)\lambda_2(t) + BX(t)^{\gamma-1}.$$

(1) $\forall t$：$S(t)=0$ のケース (すなわち，$-\lambda_1(t)-a\lambda_2(t)=0$)

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}_1(t) &= \rho\lambda_1(t)-\lambda_1(t)\{Az(t)-\delta\}-\lambda_2(t)A(1-a(1-z(t)))\\ &= -\lambda_1(t)\left\{Az(t)-\delta-\rho-\frac{1}{a}A+A(1-z(t))\right\}\\ &= -\lambda_1(t)\left\{A\left(1-\frac{1}{a}\right)-\rho-\delta\right\}.\end{aligned}$$

以下，記号の簡略化のために，$g=A\bigl(1-\frac{1}{a}\bigr)-\rho-\delta$ と記すことにする．

さて，次のように定義する．

$$D(z)=1-a(1-z).$$

環境汚染に関する蓄積方程式は次のように表される．

$$\dot{X}(t)=AK(t)D(z(t))-\eta X(t).$$

したがって，

$$\frac{\dot{X}(t)}{X(t)}=\frac{AK(t)D(z(t))}{X(t)}-\eta.$$

本稿では，一般的に変数 x の成長率を g_x と記す．以下では，均斉成長経路の可能性を検討することにする．そのためには，$\frac{AK(t)D(z(t))}{X(t)}=$ 一定 ということが成立しなければならない．したがって，次のことが成立する．

$$g_K+g_{D(z)}=g_X.$$

一方，このケースでは，任意の t に対して次のことが成立している．

$$\lambda_1(t)=-a\lambda_2(t).$$

したがって，

$$\frac{\dot{\lambda}_1(t)}{\lambda_1(t)}=-\frac{\dot{\lambda}_2(t)}{\lambda_2(t)}=-g.$$

他方，次の式が成立している．

$$\frac{\dot{\lambda}_2(t)}{\lambda_2(t)}=(\rho+\eta)+\frac{BX(t)^{\gamma-1}}{\lambda_2(t)}.$$

したがって，

$$g=(\rho+\eta)+\frac{BX(t)^{\gamma-1}}{\lambda_2(t)}.$$

ゆえに，

$$\lambda_2(t)=\frac{BX(t)^{\gamma-1}}{g-\rho-\eta}.$$

また，次のことが成立している．

$$\lambda_1(t) = C(t)^{-\sigma}.$$

よって，

$$C(t)^{-\sigma} = a\left\{\frac{BX(t)^{\gamma-1}}{\rho+\eta-g}\right\}.$$

したがって，

$$-\sigma\cdot\frac{\dot{C}(t)}{C(t)} = (\gamma-1)\frac{\dot{X}(t)}{X(t)}.$$

以上のことより，X の成長率が次のように求められる．

$$\frac{\dot{X}(t)}{X(t)} = \frac{-\sigma}{\gamma-1}\frac{\dot{C}(t)}{C(t)} < 0.$$

次に，$D(z)$ の動きを検討しよう．このケースでは，次のことが成立している．

$$\dot{X}(t) = AK(t)D(z(t)) - \eta X(t).$$

したがって，

$$\frac{\dot{X}(t)}{X(t)} = A\frac{K(t)}{X(t)}D(z(t)) - \eta.$$

以上のことより，

$$\left\{\frac{g}{1-\gamma}+\eta\right\} = A\frac{K(t)}{X(t)}D(z(t)).$$

したがって，

$$D(z(t)) = \frac{X(t)}{AK(t)}\left\{\frac{g+(1-\gamma)\eta}{1-\gamma}\right\} = \frac{X(t)}{AK(t)}\left\{\frac{(\gamma-1)\eta-g}{\gamma-1}\right\}.$$

したがって，$D(z(t))$ が有意味であるためには，次のことが成立しなければならない．

$$\eta(\gamma-1) > g.$$

(2) $\forall t$：$S(t)<0$ となるケース (すなわち，$-\lambda_1(t)-a\lambda_2(t)<0$ となるケース)
このケースでは，$z(t)=1$ となり，次のことが成立する．

$$\begin{aligned}
&\dot{K} = AK - \delta K - C,\\
&\dot{X} = AK - \eta X,\\
&\dot{\lambda}_1 = -\lambda_1(A-\delta-\rho) - \lambda_2 A = -\lambda_1\left\{A - \frac{1}{a}A - \delta - \rho + \frac{1}{a}A\right\} - \lambda_2 A\\
&\quad = -\lambda_1 g - \frac{1}{a}\lambda_1 A - \lambda_2 A\\
&\quad = -\lambda_1 g - \frac{1}{a}A\{\lambda_1 + \lambda_2 a\},\\
&\dot{\lambda}_2 = (\rho+\eta)\lambda_2 + BX^{\gamma-1}.
\end{aligned}$$

(3) $\forall t$: $S(t) > 0$ となるケース

このケースでは，$z(t) = 1 - 1/a$ である．ゆえに，このケースでは次のことが成立する．

$$\begin{aligned} \dot{K} &= A(1-1/a)K - \delta K - C = (g+\rho)K - C, \\ \dot{X} &= -\eta X, \\ \dot{\lambda}_1 &= -\lambda_1(A(1-1/a) - \delta - \rho) = -g\lambda_1, \\ \dot{\lambda}_2 &= (\rho+\eta)\lambda_2 + BX^{\gamma-1}. \end{aligned}$$

したがって，このケースでは，次のことが成立する．

$$\frac{\dot{K}}{K} = (g+\rho) - \frac{C}{K}.$$

以上のことより，均斉成長経路上であれば，$\frac{C}{K}$ も一定である．したがって，

$$g_K = g_C = \frac{g}{\sigma}, \quad g_X = -\eta.$$

4.2 命題とその意味

Brock and Taylor (2003)，(2005) における主要な帰結は次のようなものである．

命題 (Brock and Taylor) : $g > 0$，$g > \eta(\gamma - 1)$ と仮定する．

(1) ($\forall t$: $S(t) < 0$ となるケースであり，したがって，$z(t) = 1$ である) 第 1 ステージから出発する最適成長経路は有限時間で第 1 ステージを離れることになる．

(2) ($\forall t$: $S(t) > 0$ となるケースであり，したがって，$z(t) = 1 - 1/a$ である) 第 2 ステージから出発する最適成長経路は第 2 ステージにとどまる．

(1) の証明

最適成長経路ならば第 1 ステージを離れるということを証明するために，最適成長経路が存在するとすれば，それは第 1 ステージに常にとどまっていると想定しよう．その場合，

$$\forall t\text{: } S(t) < 0,$$

つまり

$$\forall t\text{: } -a\lambda_2(t) < \lambda_1(t).$$

任意の t に対して $S(t) < 0$ であるので，前節の議論より，次のことが成立している．

$$\dot{\lambda}_1(t) = -\lambda_1\left\{A\left(1-\frac{1}{a}\right) - \delta - \rho + A\frac{1}{a}\right\} - \lambda_2 A = -\lambda_1 g - A\frac{1}{a}\lambda_1 - \lambda_2 A < -\lambda_1 g.$$

したがって，

$$\lambda_1(t) < \lambda_1(0)e^{-gt}.$$

また，次のことが成立する．

$$\lambda_2(t) = e^{(\rho+\eta)t}\left\{\lambda_2(0) + \int_0^t BX(s)^{\gamma-1}e^{-(\rho+\eta)s}\,ds\right\}.$$

横断性条件より，

$$t \to \infty \Rightarrow e^{-\rho t}e^{(\rho+\eta)t}\left\{\lambda_2(0) + \int_0^t BX(s)^{\gamma-1}e^{-(\rho+\eta)s}\,ds\right\}X(t) = 0.$$

したがって，

$$\lambda_2(0) = -\int_0^\infty BX(s)^{\gamma-1}e^{-(\rho+\eta)s}\,ds.$$

ゆえに，

$$\lambda_2(t) = -e^{(\rho+\eta)t}\left\{\int_t^\infty BX(s)^{\gamma-1}e^{-(\rho+\eta)s}\,ds\right\}.$$

さらに，任意の t に対して，

$$\dot{X}(t) = AK(t) - \eta X(t) \geq -\eta X(t).$$

したがって，

$$X(t) \geq X(0)e^{-\eta t}.$$

ゆえに，

$$-\lambda_2(t) \geq e^{(\rho+\eta)t}\left\{\int_t^\infty BX(0)^{\gamma-1}e^{-(\gamma-1)\eta s}e^{-(\rho+\eta)s}\,ds\right\} = \frac{BX(0)^{\gamma-1}}{\eta\gamma+\rho}e^{-\eta(\gamma-1)t}.$$

したがって，

$$a\frac{BX(0)^{\gamma-1}}{\eta\gamma+\rho}e^{-\eta(\gamma-1)t} \leq -a\lambda_2(t) < \lambda_1(t) < \lambda_1(0)e^{-gt}.$$

したがって，

$$a\frac{BX(0)^{\gamma-1}}{\eta\gamma+\rho}e^{(g-\eta(\gamma-1))t} < \lambda_1(0).$$

ゆえに，$g > \eta(\gamma-1)$ ならば，これは矛盾である．

(2) の証明

$S(t) > 0$ の場合の一階条件を満足し，しかも横断性条件を満足する解は最適成長経路である．そのような成長経路については，任意の t に対して，$S(t) > 0$ となることを証明しよう．このケースでの最適成長経路の一階条件より，次のことが成立する．

$$\lambda_1(t) = \lambda_1(0)\exp -gt, \quad \lambda_2(t) = \frac{-BX(0)^{\gamma-1}\exp\{(1-\gamma)\eta\}t}{\rho+\gamma\eta}.$$

次のことが成立することを証明しなければならない．

$$\frac{aBX(0)^{\gamma-1}\exp\{(1-\gamma)\eta\}t}{\rho+\gamma\eta} > \lambda_1(0)\exp\{-gt\}.$$

このことは次のことが成立する場合に限って，成立する．

$$\frac{aBX(0)^{\gamma-1}}{(\rho+\gamma\eta)\lambda_1(0)} > \exp\{-g-(1-\gamma)\eta\}t.$$

ここで，第1ステージから第2ステージにスイッチした時点 t_s を次のように定義する[5]．

$$\frac{aBX(0)^{\gamma-1}}{(\rho+\gamma\eta)\lambda_1(0)} = \exp\{-g-(1-\gamma)\eta\}t_s.$$

したがって，上記の条件は次のことと同値である．

$$1 > \exp\{-[g-(\gamma-1)\eta](t-t_s)\}.$$

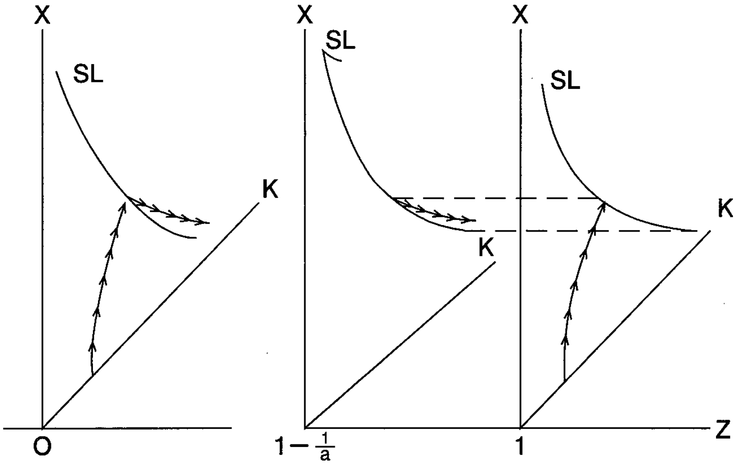
仮定により，$g-(\gamma-1)\eta>0$ であるので，任意の $t>t_s$ に対して次のことが成立する．

$$-a\lambda_2(t) > \lambda_1(t).$$

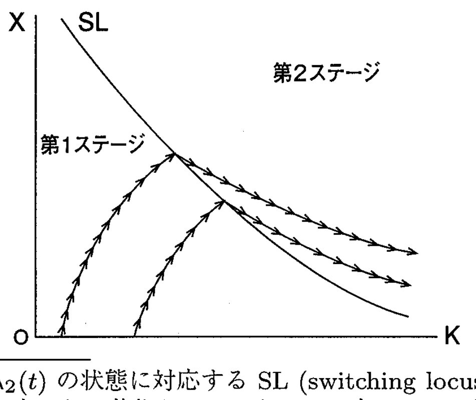
Q.E.D

この命題に関する状況が図2に示されている (図2 (b) は Brock and Taylor (2003) の Figure 1 と同じである)．最初の段階では，経済は第1ステージにしばらく留まり，国民所得は増加し，それに付随して汚染の程度も増加していく．その後，フロンティアに到着し，その後汚染削減技術の改良がなされ，第2ステージに入り，第2ステージに留まることになる．

図2 (a)



(b)



[5] $S(t)=0$, つまり，$\lambda_1(t)=-a\lambda_2(t)$ の状態に対応する SL (switching locus) は，Brock and Taylor (2003) では (1.38) で規定されている．本稿でもこれに依拠しているが，この点について厳密な議論が必要だと思われる．

参考文献

[1] Aghion, P. and P. Howitt, *Endogenous Growth Theory,* MIT Press, 1998.

[2] Bovenberg, A.L. and S. Smulders, "Environmental Quality and Pollution-augmenting Technological Change in a Two-sector Endogenous Growth Model," *Journal of Public Economics,* vol. 57 369–391, 1995.

[3] Bovenberg, A.L. and S. Smulders, "Transitional Impacts of Environmental Policy in an Endogenous Growth Model," *International Economic Review,* vol. 37, 861–893, 1996.

[4] Brock, W. and M.S. Taylor, "Economic Growth Theory and the Environment : A Review of Theory and Empirics," in P. Aghion and S. Durlauf (eds.) *Handbook of Economic Growth (vol. 1B),* Elsevier, 2005.

[5] Brock, W. and M.S.Taylor, "The Kindergarten Rule of Sustainable Growth," *NBER,* 1–52, 2003.

[6] Clark, C., *Mathematical Bioeconomics,* Wiley, 1990.

[7] Dasgupta, P. and G. Heal, "The Optimal Depletion of Exhaustible Resources," *The Review of Economic Studies,* vol. 41, 3–28, 1974.

[8] Dasgupta, P. and G. Heal, *Economic Theory and Exhaustible Resources,* Cambridge University Press, 1979.

[9] Gradus, R. and S. Smulders, "The Trade-off Between Environmental Care and Long-term Growth-Pollution in Three Prototype Growth Models," *Journal of Economics,* vol. 58, 25–51, 1993.

[10] Greiner, A., "Fiscal Policy in an Endogenous Growth Model with Public Capital and Pollution," *Japanese Economic Review,* vol. 56, 67–84, 2005.

[11] Grossman, G.M. and A.B. Krueger, "Economic Growth and the Environment," *Quarterly Journal of Economics*, vol. 2, 353–377, 1995.

[12] Heidug, W.K. and R. Bertram, "Environmental Policy, Induced Technological Change and Economic Growth : a Selective Review," *Environmental and Resource Economics,* 61–100, 2005.

[13] Nordhaus, W., "Lethal Model 2: The Limits to Growth Revisited," *Brookings Paper on Economic Activity*, Vol. 2, 1–59,1992.

[14] Smulders, S., "Environmental Policy and Sustainable Economic Growth," *De Economist,* vol. 143, 163–195, 1995.

[15] Smulders, S., "Endogenous Growth Theory and the Environment," in J.C.J.M van den Berg (eds.) *Handbook of Environmental and Resource Economics*, Edward Elgar, 610–621, 1999.

[16] Smulders, S. and R. Gradus, "Pollution Abatement and Long-term Growth," *European Journal of Political Economy*, 12, 505–532, 1996.

[17] Stiglitz, J., "Growth with Exhaustible Natural Resources: Efficient and Optimal Growth Paths," *The Review of Economic Studies,* vol. 41, 123–137, 1974.

[18] Stokey, N., "Are There Limits to Growth," *International Economic Review*, 39, 1–31,1998.

[19] Vogan, C.R., "Pollution Abatement and Control Expenditures, 1972–1994," *Survey of Current Business*, 48–67, 1996.

[20] 大坂仁『東アジアの経済発展，生産性の計量分析』多賀出版，2005 年.

[21] 大住圭介『経済成長分析の方法』九州大学出版会，2003 年.

［九州大学大学院経済学研究院　教授］