九州大学学術情報リポジトリ
Kyushu University Institutional Repository

談合防止政策の有効性 : Laffont=Tiroleモデルの検証

三浦, 功
九州大学大学院経済学研究院 : 助教授 : 公共経済学

https://doi.org/10.15017/1061

出版情報：經濟學研究. 68 (4/5), pp.159-190, 2002-08-30. 九州大学経済学会
バージョン：
権利関係：

談合防止政策の有効性
— Laffont=Tirole モデルの検証 —

三　浦　　功

1　はじめに

わが国では、近年、入札談合に関する規制強化の気運が高まりつつあるものの公共入札に絡む談合事件が相変わらず跡を絶たない。入札業者間で談合することにより、落札予定者や落札価格を決めたり、あるいは入札当局がある特定の業者と談合して、入札前に予定価格や設計価格をその業者に漏らしたりするケースが依然として多い。実際、公正取引委員会 (2001) の年次報告書によると、平成 12 年度において公取委が審査した入札談合事件は 14 件あり、審査行為累計別では入札談合が最も多くなっている。このようなことから、入札談合を防止する政策を早期に実施することは今後わが国において競争政策をより一層推進するにうえで、極めて重要で課題であるといえよう。このような認識に立ち、本稿では、談合問題の中でもとくに公共入札における入札当局と特定の業者との談合に焦点を当てながら、談合防止政策の有効性について理論的に考察していく。入札談合を経済理論的な観点から分析した文献の中で、業者間の談合に関するものとしては、Robinson (1985), Graham and Marshall (1987), McAfee and McMillan (1992), Miura (1999), Miura (2001) が、また入札当局と業者の間の談合問題を取り上げたものに、Laffont and Tirole (1993)[1], 金本 (1991), (1993), (1994), 細江 (1994) がある。

Laffont and Tirole (1993), 細江 (1994) は、公共入札において入札当局と企業が談合（官製談合）するケースを１人のプリンシパル（議会）と２人のエージェント（入札当局と企業）の三層構造から成るエージェンシーモデルにより、詳細に論じている。とくに Laffont and Tirole (1993) は入札当局がプリンシパルには知り得ない公共プロジェクトの品質情報を操作することにより、企業と談合するケースについて詳細な分析を試みている。彼等の主要な貢献は、インセンティブ・メカニズムの枠組みで談合防止契約を導出した点に求められる。ただ、談合防止契約の社会厚生的意味づけに関する分析は不十分であり、社会的観点から談合防止契約がどのように評価できるかについては検討すべき余地を残している。本稿の目的は、彼等が導出した談合防止契約の規範的性質を明らかにすることで、談合防止政策の有効性に関する理解を深める点にある。

本稿の構成は以下の通りである。2 節では、Laffont and Tirole (1993) の公共入札モデルが定式化され、入札当局が事前に入札企業の効率性について

[1]第 14 章を参照せよ。以後、本稿における Laffont and Tirole (1993) のからの引用はすべて同章に基づくものであることを付記しておく。

完全情報を得ているケースが検討される。3節以降では、入札企業の効率性について自企業はそれを正確に知っているが他企業、入札当局およびプリンシパルは知らないという情報の非対称性が仮定される。まず、3節において入札当局が事前に知り得る企業の公共プロジェクトに対する品質情報をプリンシパルへ正直に伝えるケースが分析される。4節からは、入札当局と企業が談合するケースが議論される。4節では品質が（立証不可能な）ソフト情報であるケースが、5節と6節では品質が（立証可能な）ハード情報で入札当局が一方の企業としか談合する可能性がないケースと双方の企業と談合する可能性があるケースがそれぞれ検討される。続く7節では談合を許容する入札契約を考え、それを社会的観点から6節で導出された談合防止契約と比較する。最後の8節では、本稿の主要な結論を要約し、今後の課題について言及する。

2　入札モデル

政府は、ある公共プロジェクトを入札によって、民間企業に請け負わせるものとする。単純化のため、この入札に参加を予定している企業は2社であるとする。これらの企業を企業1, 企業2と呼ぶことにする。企業 i $(i=1,2)$ が、このプロジェクトを受注したときの費用が

$$C^i = \beta^i - e^i, \qquad (i=1,2)$$

で表されるものとする。ここで β^i は、費用削減の努力をしないときの費用（以下では β^i を効率性パラメータと呼ぶ）を、e^i は努力により削減可能な費用を表している。両企業の効率性パラメータは、$\underline{\beta} < \overline{\beta}$ である2点分布 $\{\underline{\beta}, \overline{\beta}\}$ に従っており、そのことは、プリンシパル、入札当局および双方の企業にとって共有知識であるとする。さらに、β^i が効率的（$\beta^i = \underline{\beta}$）となる確率を ν $(0 \leq \nu \leq 1)$ とする。企業 i の効用関数を

$$U^i = t^i - \psi(e^i), \qquad (i=1,2) \tag{1}$$

で表す。ここで t^i は入札当局から企業 i に対し生産費用以外に支払われる純トランスファー（したがって、実際の支払額は $t^i + C^i$ になる）を、$\psi(e^i)$ は企業 i が e^i の費用削減の努力をするとき、それに付随して発生する不効用（その値は貨幣で評価されている）をそれぞれ表す。なお、不効用関数は、次の条件を満たすものとする。

$$\psi(0) = 0,\ \psi' > 0,\ \psi'' > 0,\ \psi''' \geq 0$$

公共プロジェクトの品質（社会的便益）は $\overline{S}$ かあるいは $\underline{S}$ のいずれかの値をとり、$\overline{S} > \underline{S}$ であるとする。企業 i が施工したときの公共プロジェクトの社会的便益を S^i とする。プリンシパルは入札前の段階では、受注企業がどちらの社会的便益をもたらすかを把握しておらず、$S^1 = \overline{S}, S^2 = \underline{S}$ あるいは $S^1 = \underline{S}, S^2 = \overline{S}$ がそれぞれ $\frac{1}{2}$ の確率で実現すると予想しているものとする。これに対し、入札当局は、入札前に次のような三つの状態

$$\sigma = 1 \quad \Leftrightarrow \quad S^1 = \overline{S},\ S^2 = \underline{S},$$

$$\sigma = 2 \quad \Leftrightarrow \quad S^1 = \underline{S},\ S^2 = \overline{S},$$
$$\sigma = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \emptyset.$$

のうち、いずれかの状態にあるとする。$\sigma = 1, 2$ では、入札当局は企業がどちらの品質のプロジェクトを実現するかを把握しており、$\sigma = 0$ では、入札当局は何も学んでいないことを意味する。なお、プリンシパルは入札当局の品質取得状況を $\xi = Prob\ (\sigma = 1) = Prob\ (\sigma = 2) \leq \frac{1}{2}$ で予想しているものとする。さて、入札当局は、プリンシパルに品質情報を提供する見返りとしてプリンシパルから所得 s を受け取り、効用 $V(s) = s - s^*\ \ (s \geq s^*)$ を得ると仮定する。ここで s^* は、入札当局の留保所得を表す。以下では、公共プロジェクトから生じる社会厚生を消費者余剰、入札当局の効用および落札企業の効用の総和で定義しよう。企業 i が落札したときの社会厚生を $W(i)$ で表すことにすると

$$W(i) = S^i - (1+\lambda)(C^i + t^i + s) + U^i + (s - s^*) \tag{2}$$

ここで、λ はプリンシパルから入札当局や企業に対し 1 円の所得移転を行うときにかかる（社会）コストを表している。(1) 式より (2) 式は

$$W(i) = S^i - (1+\lambda)(C^i + \psi(e^i)) - \lambda(U^i + (s - s^*)) - (1+\lambda)s^* \tag{3}$$

と書き換えられる。

2.1　完全情報のケース

ここでは、プリンシパルに対し、入札当局が事前に入手している情報はすべて正直に報告するという意味で入札当局は良心的 (benevolent) であると仮定する。さらに、入札当局は、プロジェクトの品質情報 σ に加え、効率性パラメータ β をも入札前に知っているものし、落札企業の事後的な生産費用も観察可能であるとしよう。この場合、入札当局は落札企業の努力水準も把握できるので、本来、企業が決めるべき努力水準は入札当局の規制下に服することになり、事実上、プリンシパルが努力水準を決めるものとみなしてよい。$x^i_\sigma(\beta^1, \beta^2)$ を、プロジェクトの品質情報が σ であり、さらに、企業 1, 2 の効率性パラメータがそれぞれ β^1, β^2 であるとき、企業 i の落札確率を表すものとしよう。以下では、プリンシパルにとって最適となる $x^i_\sigma(\beta^1, \beta^2)$ を求める。その際、入札当局や両企業へのトランスファーは (3) 式から出来るだけ少ない方がプリンシパルにとって望ましいので、最適な状態では、$s = s^*, U^i = t^i - \psi(e^i) = 0$ が成り立つ。最適解はつぎの二つのケースに場合分けして求められる。

（ケース 1）　$\Delta S \leq (1+\lambda)\Delta\beta$　（ただし、$\Delta S = \overline{S} - \underline{S}, \beta = \overline{\beta} - \underline{\beta}$）

ケース 1 の下で、まず、情報構造 $(\sigma, \beta^1, \beta^2)$ が $(1, \overline{\beta}, \underline{\beta})$ であるときの最適な企業 1 の落札確率 $x^1_1(\overline{\beta}, \underline{\beta})$ を求めよう。プリンシパルが企業 1 に落札させるものとすれば、その場合の社会厚生は

$$W(1) = \overline{S} - (1+\lambda)(\overline{\beta} - e^1 + \psi(e^1)) - (1+\lambda)s^* \tag{4}$$

となり、逆に企業2に落札させると

$$W(2) = \underline{S} - (1+\lambda)(\underline{\beta} - e^2 + \psi(e^2)) - (1+\lambda)s^* \tag{5}$$

となる。ここで、努力水準e^iは、社会厚生を最大にするように求められるので、

$$\min_{e^i} \quad (1+\lambda)(\beta^i - e^i + \psi(e^i))$$

の解となり、$\psi'(e^i) = 1$を満たす。この条件を満たすe^iをe^*と置く。このとき、(4), (5)式の大小を比較すると、ケース1の条件より$W(1) \leq W(2)$が成り立つ。よって、企業2に落札させることが社会厚生を最大にするので、$x_1^1(\overline{\beta}, \underline{\beta}) = 0$となる。同様な方法で、各情報構造における企業1の落札確率を求めると以下のようになる。

$$\begin{aligned}
&x_1^1(\underline{\beta}, \overline{\beta}) = 1, \quad x_1^1(\overline{\beta}, \underline{\beta}) = 0, \quad x_1^1(\underline{\beta}, \underline{\beta}) = x_1^1(\overline{\beta}, \overline{\beta}) = 1, \\
&x_2^1(\underline{\beta}, \overline{\beta}) = 1, \quad x_2^1(\overline{\beta}, \underline{\beta}) = 0, \quad x_2^1(\underline{\beta}, \underline{\beta}) = x_2^1(\overline{\beta}, \overline{\beta}) = 0, \\
&x_0^1(\underline{\beta}, \overline{\beta}) = 1, \quad x_0^1(\overline{\beta}, \underline{\beta}) = 0, \\
&x_0^1(\underline{\beta}, \underline{\beta}) \in [0,1], \quad x_0^1(\overline{\beta}, \overline{\beta}) \in [0,1]
\end{aligned}$$

以上より、ケース1の条件は、社会厚生上、品質格差ΔSよりも企業間の効率性格差$\Delta\beta$の方が重要になることを意味するのである。さて、ケース1においてプリンシパルが入札当局から企業の効率性や品質に関する情報を入手する前の時点での期待社会厚生（この値をW_1^{FI}で表す）を計算すると

$$\begin{aligned}
W_1^{FI} \;=\; & 2\xi(\overline{S} - \nu(1-\nu)\Delta S) + (1-2\xi)\left(\frac{\overline{S}+\underline{S}}{2}\right) \\
& - (1+\lambda)(\underline{\beta} - e^* + \psi(e^*) + s^*) - (1-\nu)^2(1+\lambda)\Delta\beta
\end{aligned}$$

となる。

（ケース2）$\Delta S > (1+\lambda)\Delta\beta$

ケース1とは逆に、ケース2では、社会厚生上、企業間の品質格差の方が効率性格差よりも重要な意味をもつ。このケースにおいて、各情報構造の下での企業1の落札確率は以下のように求められる。

$$\begin{aligned}
&x_1^1(\underline{\beta}, \overline{\beta}) = x_1^1(\overline{\beta}, \underline{\beta}) = x_1^1(\underline{\beta}, \underline{\beta}) = x_1^1(\overline{\beta}, \overline{\beta}) = 1, \\
&x_2^1(\underline{\beta}, \overline{\beta}) = x_2^1(\overline{\beta}, \underline{\beta}) = x_2^1(\underline{\beta}, \underline{\beta}) = x_2^1(\overline{\beta}, \overline{\beta}) = 0, \\
&x_0^1(\underline{\beta}, \overline{\beta}) = 1, \quad x_0^1(\overline{\beta}, \underline{\beta}) = 0, \\
&x_0^1(\underline{\beta}, \underline{\beta}) \in [0,1], \quad x_0^1(\overline{\beta}, \overline{\beta}) \in [0,1]
\end{aligned}$$

このケースにおける期待社会厚生をW_2^{FI}で表すと、

$$\begin{aligned}
W_2^{FI} \;=\; & 2\xi\overline{S} + (1-2\xi)\left(\frac{\overline{S}+\underline{S}}{2}\right) - (1+\lambda)[\underline{\beta} - e^* + \psi(e^*) + s^*] \\
& - (1+\lambda)[2\xi\nu(1-\nu) + (1-\nu)^2]\Delta\beta
\end{aligned}$$

と求められる。

3　入札当局が良心的なケースの最適入札

本節では、前節と同様、入札当局が良心的である仮定は踏襲するが、入札当局は入札前の段階では、企業の効率性パラメータに関して完全な情報を入手しておらず、β^i の値は企業 i だけの私的情報であるケースを考察する。なお、落札後の実際の費用については、入札当局によって観察可能であると仮定する。入札当局は良心的なので、公共プロジェクトの品質情報に関してはプリンシパルへ正しい情報伝達がなされる。以下では各 σ に対して、プリンシパルは入札契約をデザインする問題を考えよう。以上の前提のもとでは、顕示原理が適用でき、企業がその私的情報を正しく報告するケースに限定して入札契約をデザインすればよい。いま、効率性パラメータの値として企業1が β^1 を企業2が β^2 をそれぞれ入札当局に報告したとする。このとき、各 σ に対して、$t^i_\sigma(\beta^1,\beta^2)$ を企業 i へのトランスファー、$C^i_\sigma(\beta^1,\beta^2)$ を企業 i に落札させたときの目標費用、$x^i_\sigma(\beta^1,\beta^2)$ を企業 i の落札確率として、入札契約を $\{t^1_\sigma(\beta^1,\beta^2),\ C^1_\sigma(\beta^1,\beta^2),\ x^1_\sigma(\beta^1,\beta^2),\ t^2_\sigma(\beta^1,\beta^2),\ C^2_\sigma(\beta^1,\beta^2),\ x^2_\sigma(\beta^1,\beta^2)\}$ で表すことにして、プリンシパルにとって最適な入札契約を求めていこう。まず、企業1の効率性パラメータが $\underline{\beta}$ であるときの誘因両立性条件は

$$
\begin{aligned}
&E_{\beta^2}t^1_\sigma(\underline{\beta},\beta^2) - E_{\beta^2}x^1_\sigma(\underline{\beta},\beta^2)\psi(\underline{\beta} - C^1_\sigma(\underline{\beta},\beta^2)) \qquad (\underline{IC}_1)\\
&\qquad \geq E_{\beta^2}t^1_\sigma(\overline{\beta},\beta^2) - E_{\beta^2}x^1_\sigma(\overline{\beta},\beta^2)\psi(\underline{\beta} - C^1_\sigma(\overline{\beta},\beta^2))
\end{aligned}
$$

となる。ここで、E_{β^2} は下添え字 β^2 を確率変数とする期待値を意味する。例えば、$E_{\beta^2}t^1_\sigma(\underline{\beta},\beta^2) = \nu t^1_\sigma(\underline{\beta},\underline{\beta}) + (1-\nu)t^1_\sigma(\underline{\beta},\overline{\beta})$ である。同様に、企業2の効率性パラメータが $\underline{\beta}$ であるときの誘因両立性条件は

$$
\begin{aligned}
&E_{\beta^1}t^2_\sigma(\beta^1,\underline{\beta}) - E_{\beta^1}x^2_\sigma(\beta^1,\underline{\beta})\psi(\underline{\beta} - C^2_\sigma(\beta^1,\underline{\beta})) \qquad (\underline{IC}_2)\\
&\qquad \geq E_{\beta^1}t^2_\sigma(\beta^1,\overline{\beta}) - E_{\beta^1}x^2_\sigma(\beta^1,\overline{\beta})\psi(\underline{\beta} - C^2_\sigma(\beta^1,\overline{\beta}))
\end{aligned}
$$

となる。一方、企業1, 2の効率性パラメータが共に $\overline{\beta}$ であるときの個人合理性条件はそれぞれ

$$
\begin{aligned}
&E_{\beta^2}t^1_\sigma(\overline{\beta},\beta^2) - E_{\beta^2}x^1_\sigma(\overline{\beta},\beta^2)\psi(\overline{\beta} - C^1_\sigma(\overline{\beta},\beta^2)) \geq 0 \qquad (\overline{IR}_1)\\
&E_{\beta^1}t^2_\sigma(\beta^1,\overline{\beta}) - E_{\beta^1}x^2_\sigma(\beta^1,\overline{\beta})\psi(\overline{\beta} - C^2_\sigma(\beta^1,\overline{\beta})) \geq 0 \qquad (\overline{IR}_2)
\end{aligned}
$$

で与えられる。このとき、入札契約が $(\underline{IC}_1)$, $(\underline{IC}_2)$, $(\overline{IR}_1)$, $(\overline{IR}_2)$ を満たしているとき、企業1, 2の効率性パラメータが共に $\underline{\beta}$ であるときの個人合理性条件を表す不等式は厳密な不等号で成り立つのでこの条件は、分析上無視できる。さらに、最適な入札契約のもとでは、$(\underline{IC}_1)$, $(\underline{IC}_2)$, $(\overline{IR}_1)$, $(\overline{IR}_2)$ はすべて等式で成立し、しかも企業1, 2の効率性パラメータが共に $\overline{\beta}$ であるときの誘因両立性条件を表す不等式は厳密な不等号で成り立つ。ここで、最適な入札契約のもとでの、企業1の期待利潤（情報レント）を $U^1_\sigma(\underline{\beta})$ で表す。$(\underline{IC}_1)$, $(\overline{IR}_1)$ が等号で成り立つことから、

$$
U^1_\sigma(\underline{\beta}) \;=\; E_{\beta^2}t^1_\sigma(\underline{\beta},\beta^2) - E_{\beta^2}x^1_\sigma(\underline{\beta},\beta^2)\psi(\underline{\beta} - C^1_\sigma(\underline{\beta},\beta^2))
$$

$$
\begin{aligned}
&= E_{\beta^2} t^1_\sigma(\overline{\beta},\beta^2) - E_{\beta^2} x^1_\sigma(\overline{\beta},\beta^2)\psi(\overline{\beta} - C^1_\sigma(\overline{\beta},\beta^2)) \\
&= E_{\beta^2} x^1_\sigma(\overline{\beta},\beta^2)[\psi(\overline{\beta} - C^1_\sigma(\overline{\beta},\beta^2)) - \psi(\underline{\beta} - C^1_\sigma(\overline{\beta},\beta^2))] \\
&= \nu x^1_\sigma(\overline{\beta},\underline{\beta})[\psi(\overline{\beta} - C^1_\sigma(\overline{\beta},\underline{\beta})) - \psi(\underline{\beta} - C^1_\sigma(\overline{\beta},\underline{\beta}))] \\
&\quad + (1-\nu) x^1_\sigma(\overline{\beta},\overline{\beta})[\psi(\overline{\beta} - C^1_\sigma(\overline{\beta},\overline{\beta})) - \psi(\underline{\beta} - C^1_\sigma(\overline{\beta},\overline{\beta}))] \\
&= \nu x^1_\sigma(\overline{\beta},\underline{\beta})\Phi(e^1_\sigma(\overline{\beta},\underline{\beta})) + (1-\nu) x^1_\sigma(\overline{\beta},\overline{\beta})\Phi(e^1_\sigma(\overline{\beta},\overline{\beta})), \qquad (6)
\end{aligned}
$$

と表される。ここで、

$$
\begin{aligned}
&e^i_\sigma(\beta^1,\beta^2) = \beta^i - C^i_\sigma(\beta^1,\beta^2) \quad (i=1,2) \\
&\Phi(e) = \psi(e) - \psi(e - \Delta\beta)
\end{aligned}
$$

である。同様にして、企業2の期待利潤（情報レント）を $U^2_\sigma(\underline{\beta})$ とすると、

$$
U^2_\sigma(\underline{\beta}) = \nu x^2_\sigma(\underline{\beta},\overline{\beta})\Phi(e^2_\sigma(\underline{\beta},\overline{\beta})) + (1-\nu) x^2_\sigma(\overline{\beta},\overline{\beta})\Phi(e^2_\sigma(\overline{\beta},\overline{\beta})) \qquad (7)
$$

となる。さて、S^i_σ を品質情報 σ の下で、企業 i が受注したときの公共プロジェクトの期待社会便益を表すものとする。このとき

$$
\begin{aligned}
&S^1_1 = \overline{S}, \quad S^1_2 = \underline{S}, \quad S^1_0 = \frac{\overline{S} + \underline{S}}{2}, \\
&S^2_1 = \underline{S}, \quad S^2_2 = \overline{S}, \quad S^2_0 = \frac{\overline{S} + \underline{S}}{2}
\end{aligned}
$$

となる。品質情報 σ の下での期待社会厚生は次式のようになる。

$$
\begin{aligned}
W_\sigma &= E_{\beta^1,\beta^2}\{S^1_\sigma - (1+\lambda)(\beta^1 - e^1_\sigma(\beta^1,\beta^2) \\
&+ \psi(e^1_\sigma(\beta^1,\beta^2)) + s^*)\} x^1_\sigma(\beta^1,\beta^2) - \lambda\nu U^1_\sigma(\underline{\beta}) \\
&+ E_{\beta^1,\beta^2}\{S^2_\sigma - (1+\lambda)(\beta^2 - e^2_\sigma(\beta^1,\beta^2) \\
&+ \psi(e^2_\sigma(\beta^1,\beta^2)) + s^*)\}(1 - x^1_\sigma(\beta^1,\beta^2)) - \lambda\nu U^2_\sigma(\underline{\beta}) \qquad (8)
\end{aligned}
$$

ただし、$e^i_\sigma(\beta^1,\beta^2) = \beta^i - C^i_\sigma(\beta^1,\beta^2)$ である。また、(8) 式では入札当局への報酬は常に $s = s^*$ としている。これは、入札当局がどのような品質情報を入手しても、それを正しくプリンシパルに報告するので、情報レントが入札当局には生じ得ないことによる。(8) 式では、プリンシパルの選択変数を $(e^i_\sigma(\beta^1,\beta^2),\ x^i_\sigma(\beta^1,\beta^2))$（ただし、$\sigma = 0,1,2,\ i = 1,2,\ \beta^1,\beta^2 = \underline{\beta},\overline{\beta}$）とみなせるので、プリンシパルにとっての問題はつぎのように表すことができる。

問題 1
$$
\max_{(e^i_\sigma(\beta^1,\beta^2),\ x^i_\sigma(\beta^1,\beta^2))} W_\sigma
$$

この問題の解は、つぎの命題1にまとめられる。

命題 1 (Laffont and Tirole (1993)) 情報の非対称性下における入札当局が良心的なケースでの、最適入札契約は以下のように表される。

$[\sigma = 1]$

$$x_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta}) = x_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta}) = x_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta}) = 1$$
$$x_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) = \begin{cases} 1 & \text{if } \Delta S - (1+\lambda)\Delta\beta > A \\ \in [0,1] & \text{if } \Delta S - (1+\lambda)\Delta\beta = A \\ 0 & \text{if } \Delta S - (1+\lambda)\Delta\beta < A, \end{cases}$$
$$e_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta}) = e_1^2(\underline{\beta},\underline{\beta}) = e_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta}) = e_1^2(\overline{\beta},\underline{\beta}) = e^*,$$
$$e_1^2(\underline{\beta},\overline{\beta}) = e_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) = e_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta}) = e_1^2(\overline{\beta},\overline{\beta}) = \hat{e}$$

$[\sigma = 2]$

$$x_2^1(\overline{\beta},\overline{\beta}) = x_2^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) = x_2^1(\underline{\beta},\underline{\beta}) = 0$$
$$x_2^2(\underline{\beta},\overline{\beta}) = \begin{cases} 1 & \text{if } \Delta S - (1+\lambda)\Delta\beta > A \\ \in [0,1] & \text{if } \Delta S - (1+\lambda)\Delta\beta = A \\ 0 & \text{if } \Delta S - (1+\lambda)\Delta\beta < A, \end{cases}$$
$$e_2^2(\underline{\beta},\underline{\beta}) = e_2^1(\underline{\beta},\underline{\beta}) = e_2^2(\overline{\beta},\underline{\beta}) = e_2^1(\underline{\beta},\overline{\beta}) = e^*,$$
$$e_2^2(\underline{\beta},\overline{\beta}) = e_2^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) = e_2^2(\overline{\beta},\overline{\beta}) = e_2^1(\overline{\beta},\overline{\beta}) = \hat{e}$$

$[\sigma = 0]$

$$x_0^1(\underline{\beta},\underline{\beta}) \in [0,1],\ x_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta}) \in [0,1],$$
$$x_0^1(\underline{\beta},\overline{\beta}) = 1,\ x_0^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) = 0$$
$$e_0^1(\underline{\beta},\underline{\beta}) = e_0^2(\underline{\beta},\underline{\beta}) = e_0^1(\underline{\beta},\overline{\beta}) = e_0^2(\overline{\beta},\underline{\beta}) = e^*,$$
$$e_0^2(\underline{\beta},\overline{\beta}) = e_0^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) = e_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta}) = e_0^2(\overline{\beta},\overline{\beta}) = \hat{e}$$

ただし、$A = (1+\lambda)[\psi(\hat{e}) - \hat{e} + \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(\hat{e}) - \psi(e^*) + e^*]$,

$$\hat{e} = \arg\min_e \{\psi(e) - e + \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(e)\}$$

（証明）付録Aを参照せよ。

命題の含意はつぎのようになる。高品質の公共プロジェクトを供給する企業の生産性が、他の企業を下回らない限り、高品質の企業に落札させることになる。また、高品質の企業の生産性が他企業を下回るときには、品質格差ΔSが

$$(1+\lambda)\Delta\beta + (1+\lambda)[\psi(\hat{e}) - \hat{e} + \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(\hat{e}) - \psi(e^*) + e^*] \qquad (9)$$

を上回るときに限り、高品質の企業に落札させることになる。上式の第1項は、完全情報のときに生ずる生産性格差を表しており、第2項は情報の非対

称性が存在するとき、非効率な企業に落札させることに付随して発生する追加的費用の増加分を表す。よって、完全情報のケースに比べ、生産性格差によりウエートを置いて、落札企業を決める必要がある。ここで最適入札契約を導出する際、無視していた企業1,2の効率性パラメータが$\overline{\beta}$であるときの誘因両立性条件

$$
\begin{aligned}
&E_{\beta^2}t^1_\sigma(\overline{\beta},\beta^2) - E_{\beta^2}x^1_\sigma(\overline{\beta},\beta^2)\psi(\overline{\beta}-C^1_\sigma(\overline{\beta},\beta^2)) && (\overline{IC}_1)\\
&\qquad \geq E_{\beta^2}t^1_\sigma(\underline{\beta},\beta^2) - E_{\beta^2}x^1_\sigma(\underline{\beta},\beta^2)\psi(\overline{\beta}-C^1_\sigma(\underline{\beta},\beta^2))\\
&E_{\beta^1}t^2_\sigma(\beta^1,\overline{\beta}) - E_{\beta^1}x^2_\sigma(\beta^1,\overline{\beta})\psi(\overline{\beta}-C^2_\sigma(\beta^1,\overline{\beta})) && (\overline{IC}_2)\\
&\qquad \geq E_{\beta^1}t^2_\sigma(\beta^1,\underline{\beta}) - E_{\beta^1}x^2_\sigma(\beta^1,\underline{\beta})\psi(\overline{\beta}-C^2_\sigma(\beta^1,\underline{\beta}))
\end{aligned}
$$

が、それぞれ厳密な不等号で成り立つが、以下では$\sigma=1$のケースの$(\overline{IC}_1)$に関してのみ証明する。まず、命題1で与えられる最適入札契約のもとでは、$(\overline{IC}_1)$の左辺は0となるので、右辺が0未満となることを示せば良い。$(\overline{IC}_1)$の右辺は企業1の情報レント$U^1_1(\underline{\beta})$の式から

$$
\begin{aligned}
&E_{\beta^2}t^1_1(\underline{\beta},\beta^2) - E_{\beta^2}x^1_1(\underline{\beta},\beta^2)\psi(\overline{\beta}-C^1_1(\underline{\beta},\beta^2))\\
&\quad = \nu x^1_1(\overline{\beta},\underline{\beta})\Phi(e^1_1(\overline{\beta},\underline{\beta})) + (1-\nu)x^1_1(\overline{\beta},\overline{\beta})\Phi(e^1_1(\overline{\beta},\overline{\beta}))\\
&\quad +E_{\beta^2}x^1_1(\underline{\beta},\beta^2)\psi(\underline{\beta}-C^1_1(\underline{\beta},\beta^2)) - E_{\beta^2}x^1_1(\underline{\beta},\beta^2)\psi(\overline{\beta}-C^1_1(\underline{\beta},\beta^2))
\end{aligned}
$$

と書き換えられ、さらに命題1を用いると

$$
\begin{aligned}
&= \nu x^1_1(\overline{\beta},\underline{\beta})\Phi(\hat{e}) + (1-\nu)\Phi(\hat{e}) - (\psi(e^*+\Delta\beta)-\psi(e^*))\\
&\leq \Phi(\hat{e}) - \Phi(e^*+\Delta\beta)\\
&< 0
\end{aligned}
$$

となる。最後の不等式は、$\Phi' > 0$から得られる。以上より、$\sigma=1$のとき、$(\overline{IC}_1)$が厳密な不等号で成り立つことが確認できた。$\sigma=0,\ \sigma=2$のときも同様にして、$(\overline{IC}_1)$が厳密な不等号で成り立つことが示される。同様な事が$(\overline{IC}_2)$についても言える。また、以上の議論から、$\sigma=1$のとき企業1が効率的であるときの、最適な期待トランスファーは

$$E_{\beta^2}t^1_1(\underline{\beta},\beta^2) = \nu x^1_1(\overline{\beta},\underline{\beta})\Phi(\hat{e}) + (1-\nu)\Phi(\hat{e}) + \nu(\psi(e^*)-\psi(e^*+\Delta\beta))$$

と求められるが、この式に関連した事後的なトランスファー$t^1_1(\underline{\beta},\underline{\beta}), t^1_1(\underline{\beta},\overline{\beta})$は一意に決定できない。また、$\sigma=1$のとき企業1が非効率であるときの、最適な期待トランスファーは

$$E_{\beta^2}t^1_1(\overline{\beta},\beta^2) = \psi(\hat{e})(\nu x^1_1(\overline{\beta},\underline{\beta}) + 1 - \nu)$$

となりこの場合も、事後的トランスファーは一意には決まらない。この結果は、品質に関する他の情報$(\sigma=0,\ \sigma=2)$についても（もちろん、企業2についても）妥当する[2]。

[2]このような問題は、彼等の分析に固有のものではなく、Myerson (1981) など、メカニズム・デザインアプローチによるオークション分析において生じる。

4　品質情報の立証可能性と談合問題

前節までは、入札当局が良心的であることを前提として分析してきた。そのため、入札当局は公共プロジェクトの品質に関する情報をそれがどのような内容であれ常に正しくプリンシパルに伝えるものとされてきたが、本節から入札当局は必ずしも良心的であるとはいえず、時には品質に関する情報をプリンシパルに歪曲して伝える可能性がある場合を考察する。このような状況は、企業が入札当局に賄賂を提供することでその企業にとって、有利となる情報を流してもらうように、企業と入札当局が談合する場合に生じる。そこで、以下ではこのような企業と入札当局による談合問題を検討してみよう。その際、公共プロジェクトの品質に関する情報が、ソフト情報かハード情報かを区別する必要が出てくる。これは品質情報の性質によって、プリンシパルによる入札契約の策定方法が違ってくるからである。まず、ハード情報とは、プリンシパルが入札当局から得た情報を立証できる (verifiable) 場合を意味する。ただし、本節ではプリンシパルへの伝達内容が $\sigma = 0$ であるときには、プリンシパルも品質判断はできないものとする。これに対し、ソフト情報とはプリンシパルにとって立証不可能な (unverifiable) 情報を指しており、品質がソフト情報であればどのような品質情報に対しても、入札当局は σ として $\{0,\ 1,\ 2\}$ のいずれも正しい情報としてプリンシパルに報告できることになる。次節のハード情報下の分析においては、入札当局のみが品質情報を入手していると仮定する[3]。

さて、入札当局と企業との談合ゲームの時間的な順序は以下の通りである。はじめに、プリンシパルは入札当局と企業に入札契約を公表する。この契約には、入札当局の品質情報と企業による効率性パラメータの報告に応じて落札者（または落札確率）とプリンシパルから入札当局と企業へのトランスファーおよび落札者の受注費用が決定されることが明記されている。続いて、談合に関する追加契約 (side contract) が企業から入札当局に提示される。この追加契約では当事者間における談合の内容が明記されており、企業による効率性パラメータの報告および落札者の受注費用にそれぞれ依存するように賄賂額が決められている。なお、企業による追加契約は他企業には秘密裏になされるものとする。その後、入札当局は品質情報を、企業は効率性パラメータをプリンシパルに告げる。それらの報告に基づいて、プリンシパルが既に公表した入札契約にしたがって、落札者と目標生産費用を決定する。最後に落札者によって公共プロジェクトが施工され、入札契約と追加契約に基づき、トランスファーと賄賂の授受が実施される。

以下では、追加契約に基づく賄賂の授受に際し、費用がかかるものとし、企業 i から入札当局への１円の移転に $1+\lambda_i$ の支払いが必要になると仮定する。まず、品質情報がソフト情報であるケースを検討しよう。この場合、前述したように、プリンシパルにとって立証不可能な情報を指しており、どのような品質情報に対しても、入札当局は σ として $\{0,\ 1,\ 2\}$ のいずれもが正しい情

[3] この場合、自企業の品質情報を得ているか否かは問題ではない。なぜなら、品質情報に関する情報を持っていないときでも、その企業は入札当局から談合を通じて知ることができるからである。

報としてプリンシパルに報告できる。そのような問題を解決する方法は、プリンシパルは入札契約を策定する際、入札当局による品質情報を用いない事である。つまり、プリンシパルは $\sigma = 0$ の下で、最適な契約を作れば良いのである。

次節と次々節では、$\lambda_1 \equiv \lambda_f < \infty$ かつ $\lambda_2 = \infty$ のケース（非対称な談合）と $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_f$ のケース（対称な談合）をそれぞれ考察する。

5　ハード情報と非対称な談合

ここでは、入札当局が企業1のみと談合可能であるケースを考える。この場合、命題1で特徴づけられる最適入札契約を修正することにより、入札当局が良心的であるケースと同水準の期待社会厚生が得られる。この点を以下で確認しよう。いま、命題1の最適入札契約で書かれている $x_0^1(\overline{\beta}, \overline{\beta}) \in [0,1]$ を $x_0^1(\overline{\beta}, \overline{\beta}) = 0$ に置き換え、それ以外はすべて同一である入札契約を考えよう。この契約の下では、自然がどのように公共プロジェクトの品質情報を決めようとも、企業1が $\overline{\beta}$ タイプであれば期待利潤は常に0となる。一方、企業1が $\underline{\beta}$ タイプのときには情報レントが発生しており、品質情報を隠匿するために、入札当局に賄賂を提供する可能性がある。入札当局が品質情報として $r \in \{0,1,2\}$ をプリンシパルに報告したときの、$\underline{\beta}$ タイプの企業1の情報レントは (6) 式から

$$U_r^1(\underline{\beta}) = \nu x_r^1(\overline{\beta}, \underline{\beta})\Phi(e_r^1(\overline{\beta}, \underline{\beta})) + (1-\nu)x_r^1(\overline{\beta}, \overline{\beta})\Phi(e_r^1(\overline{\beta}, \overline{\beta}))$$

と表されるが、上記の入札契約の下では、

$$U_r^1(\underline{\beta}) = \begin{cases} [1-\nu+\nu x_1^1(\overline{\beta}, \underline{\beta})]\Phi(\hat{e}) > 0 & \text{if } r = 1 \\ 0 & \text{if } r = 2 \\ 0 & \text{if } r = 0 \end{cases}$$

と計算される。ハード情報の場合、入札当局が品質情報をプリンシパルに唯一歪曲して伝えられるのは、$r = 0$ のケースである。しかし、企業1にとって、$r = 0$ では情報レントが0であるため、追加契約を入札当局と結ぶインセンティブは存在せず、それゆえ、談合は起きない。以上のことを命題としてまとめる。

命題2 (Laffont and Tirole (1993)) 公共プロジェクトの品質がハード情報であり、入札当局が良心的ではなく、企業1のみと談合する可能性があるものとする。このとき、命題1で特徴づけられる入札当局が良心的なケースでの最適入札契約の中で、$(\sigma, \beta^1, \beta^2) = (0, \overline{\beta}, \overline{\beta})$ のときの企業1の落札確率を0に変えることで談合を防止でき、しかも、入札当局が良心的なケースと同一水準の期待社会厚生が得られる。

この命題の重要な含意は、非対称な談合が生じる可能性のあるときに、品質情報が開示されなければ、資金調達費用が非常に高く、それゆえ、談合する可能性がない企業（企業2）を優遇するような入札契約を策定することで、プリンシパルは厚生損失なしに談合問題を回避できるというものである。

6　ハード情報と対称な談合

ここでは、入札当局が企業1,2の双方と談合可能であるケースを考えてみることにしよう。前節までと同様、プリンシパルが企業1,2に正しい効率性パラメータを報告させるというインセンティブ・スキームを前提とする。そのスキームの中で、入札当局と両企業との談合を防止し、期待社会厚生を最大にする入札契約を求めることにする。仮に、プリンシパルが命題1で表される入札契約を用いるとしよう。このとき、企業1が非効率的であれば彼の情報レントは入札当局がどのような品質情報をプリンシパルに告げようとも常に0となるのにたいし、効率的であれば

$$U_r^1(\underline{\beta}) = \begin{cases} [1-\nu+\nu x_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta})]\Phi(\hat{e}) & \text{if } r=1 \\ 0 & \text{if } r=2 \\ (1-\nu)x_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta})\Phi(\hat{e}) & \text{if } r=0 \end{cases}$$

の情報レントを得ることになる。この場合、$U_2^1(\underline{\beta}) < U_0^1(\underline{\beta}) < U_1^1(\underline{\beta})$ が成り立つので、入札当局と企業1との間の談合は $\sigma=2, \beta^1=\underline{\beta}$ のときのみ生じる。そこで、以下ではこのケースを考えてみよう。まず、企業1は効率性パラメータ $\underline{\beta}$ を、入札当局は品質情報 $\sigma=2$ をそれぞれ正しくプリンシパルに報告するときの、プリンシパルから入札当局への報酬を s_2 とする。これに対し、他の品質情報あるいは $\beta^1=\overline{\beta}$ のときには談合の可能性は存在しないので、プリンシパルから入札当局への報酬は s^* に設定できる。企業1が談合するとき、企業1から入札当局への賄賂は最大で

$$\frac{1}{1+\lambda_f}[U_0^1(\underline{\beta}) - U_2^1(\underline{\beta})] \tag{10}$$

となる。このとき、企業1と入札当局の談合を防止するためには、入札当局が真の品質情報 $\sigma=2$ を報告するときの報酬 s_2 を、企業1から賄賂を貰い、虚偽の品質情報 $\sigma=0$ を報告するときのプリンシパルからの報酬 s^* と (10) 式で表される最大賄賂額の和以上にすればよいので

$$s_2 \geq s^* + \frac{1}{1+\lambda_f}[U_0^1(\underline{\beta}) - U_2^1(\underline{\beta})] \qquad (CP_1)$$

と表される。同様に企業2と入札当局の談合を防止する条件は

$$s_1 \geq s^* + \frac{1}{1+\lambda_f}[U_0^2(\underline{\beta}) - U_1^2(\underline{\beta})] \qquad (CP_2)$$

となる。ここで、s_1 は、企業2が効率性パラメータ $\underline{\beta}$ を、入札当局が品質情報 $\sigma=1$ をそれぞれ正しくプリンシパルに報告したときのプリンシパルから入札当局への報酬を表す[4]。以上より、プリンシパルの問題は以下のように定式化される。

[4] $\sigma=1$ で $(\beta^1,\beta^2)=(\underline{\beta},\underline{\beta})$ または $(\overline{\beta},\underline{\beta})$ のときには s_1 を、$\sigma=2$ で $(\beta^1,\beta^2)=(\underline{\beta},\underline{\beta})$ または $(\underline{\beta},\overline{\beta})$ のときには s_2 をそれぞれプリンシパルは入札当局へ支払う。

問題2
$$\max_{e^i_\sigma(\beta^1,\beta^2),\ x^i_\sigma(\beta^1,\beta^2),\ s_1,\ s_2} \quad \xi W_1 + \xi W_2 + (1-2\xi)W_0 - \lambda\nu\xi(s_1 - s^*) - \lambda\nu\xi(s_2 - s^*)$$

$$\begin{aligned} s.t.\quad s_2 &\geq s^* + \frac{1}{1+\lambda_f}[U^1_0(\underline{\beta}) - U^1_2(\underline{\beta})] && (CP_1)\\ s_1 &\geq s^* + \frac{1}{1+\lambda_f}[U^2_0(\underline{\beta}) - U^2_1(\underline{\beta})] && (CP_2)\\ s_1 &\geq s^* \\ s_2 &\geq s^* \end{aligned}$$

ここで W_σ $(\sigma = 0,1,2)$ は (8) 式で定義されたものである。さて、問題2の解に対し、つぎの補題を得る。

補題1 談合防止条件 (CP_1), (CP_2) はそれぞれ拘束的となる。
（証明）まず (CP_2) が拘束的であることを示す。仮に、(CP_2) が厳密な不等号で成り立っていたとしよう。すなわち、

$$s_1 > s^* + \frac{1}{1+\lambda_f}[U^2_0(\underline{\beta}) - U^2_1(\underline{\beta})]$$

であるとする。このとき、s_1 を出来るだけ小さくした方が、期待社会厚生は増えるので $s_1 = s^*$ となる。よって、問題2はつぎのように書き換えられる。

問題2′
$$\max \quad \xi W_1 + \xi W_2 + (1-2\xi)W_0 - \lambda\nu\xi(s_2 - s^*)$$

$$\begin{aligned} s.t.\quad s_2 &\geq s^* + \frac{1}{1+\lambda_f}[U^1_0(\underline{\beta}) - U^1_2(\underline{\beta})] && (CP_1)\\ s_2 &\geq s^* \end{aligned}$$

つまり、企業1と入札当局の談合防止のみ考えれればよいことになり、前節の非対称な談合に関する議論がそのまま適用できる。したがって、

$$x^1_0(\overline{\beta},\overline{\beta}) = x^1_0(\overline{\beta},\underline{\beta}) = x^1_2(\overline{\beta},\overline{\beta}) = x^1_2(\overline{\beta},\underline{\beta}) = 0$$

となる結果、$U^1_0(\underline{\beta}) = U^1_2(\underline{\beta})$ となるので、制約条件 (CP_1) は $s_2 \geq s^*$ に一致する。よって、最適入札契約の下では、$s_2 = s^*$ となる。さらに、

$$x^2_1(\overline{\beta},\overline{\beta}) = 0, x^2_1(\overline{\beta},\underline{\beta}) = 0$$

が成り立つが、このとき

$$\begin{aligned} s_1 - s^* - \frac{1}{1+\lambda_f}[U_0^2(\underline{\beta}) - U_1^2(\underline{\beta})] &= -\frac{1}{1+\lambda_f}[(1-\nu)\Phi(e_0^2(\overline{\beta},\overline{\beta}))] \\ &< 0 \end{aligned}$$

となり矛盾が生じる。(CP_1) が拘束的であることも同様にして示される。(証明終)

ここで補題 1 の意味について考えてみることにする。談合防止条件が拘束的

$$s_2 = s^* + \frac{1}{1+\lambda_f}[U_0^1(\underline{\beta}) - U_2^1(\underline{\beta})]$$
$$s_1 = s^* + \frac{1}{1+\lambda_f}[U_0^2(\underline{\beta}) - U_1^2(\underline{\beta})]$$

となるので、入札当局の超過所得と品質情報の相違から生じる情報レントの格差が等しくなることを意味する。後者は、企業が入札当局と談合する場合、その企業にとって可能な入札当局への賄賂の最大額を意味し、このような談合を回避するという条件の下でプリンシパルにとって最適な入札当局への報酬は、留保所得にこの賄賂の最大額を上乗せすればよいことを補題 1 は主張している。

この補題を利用して、最適入札契約を導出するが、その前に幾つか記号を定義しておく。まず、$\bar{e}$ と $\check{e}$ を

$$\bar{e} = \arg\min_e \left\{ \psi(e) - e + \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\frac{\lambda_f}{1+\lambda_f}\Phi(e) \right\},$$
$$\check{e} = \arg\min_e \left\{ \psi(e) - e + \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\left(1 + \frac{\xi}{(1-2\xi)(1+\lambda_f)}\right)\Phi(e) \right\}.$$

と定義する。つぎに、$\{\bar{e}(\Delta S),\ \mu(\Delta S)\}$ を $\{e,\ \mu\}$ に関する連立方程式

$$\begin{aligned} \Delta S &= (1+\lambda)\Big(\psi(\hat{e}) - \hat{e} + \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(\hat{e}) \\ &\quad -\psi(e) + e - \Big(\frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu} - \frac{\mu}{\xi(1-\nu)(1+\lambda)}\Big)\Phi(e)\Big), \\ \psi'(e) &= 1 - \Big(\frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu} - \frac{\mu}{\xi(1-\nu)(1+\lambda)}\Big)\Phi'(e) \end{aligned}$$

の解とする。さらに、

$$\psi'(e) = 1 - \left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu} + \frac{\mu(\Delta S)}{(1-2\xi)(1-\nu)(1+\lambda)}\right)\Phi'(e)$$

を満たす e を $\check{e}(\Delta S)$ とする。これらの定義式を用いることにより、つぎの命題を得る。

命題 3 (Laffont and Tirole (1993)) 公共プロジェクトの品質がハード情報であり、入札当局が良心的ではなく、企業 1,2 の双方と談合する可能性があるものとする。このとき、最適な談合防止入札契約は、つぎのように特徴づけられる。

(ケース 1)

$$\begin{aligned}\Delta S \quad > \quad & (1+\lambda)\Big(\psi(\hat{e}) - \hat{e} + \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(\hat{e}) \\ & -\psi(\bar{e}) + \bar{e} - \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\frac{\lambda_f}{1+\lambda_f}\Phi(\bar{e})\Big)\end{aligned}$$

$[\sigma = 1]$

$$x_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta}) = x_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta}) = x_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta}) = 1,$$

$$x_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) = \begin{cases} 1 & \text{if } \Delta S - (1+\lambda)\Delta\beta > A \\ \in [0,1] & \text{if } \Delta S - (1+\lambda)\Delta\beta = A \\ 0 & \text{if } \Delta S - (1+\lambda)\Delta\beta < A, \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & e_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta}) = e_1^2(\underline{\beta},\underline{\beta}) = e_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta}) = e_1^2(\overline{\beta},\underline{\beta}) = e^*, \\ & e_1^2(\underline{\beta},\overline{\beta}) = e_1^2(\overline{\beta},\overline{\beta}) = \bar{e},\ e_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) = e_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta}) = \hat{e}. \end{aligned}$$

$[\sigma = 2]$

$$x_2^2(\underline{\beta},\underline{\beta}) = x_2^2(\overline{\beta},\underline{\beta}) = x_2^2(\overline{\beta},\overline{\beta}) = 1,$$

$$x_2^2(\underline{\beta},\overline{\beta}) = \begin{cases} 1 & \text{if } \Delta S - (1+\lambda)\Delta\beta > A \\ \in [0,1] & \text{if } \Delta S - (1+\lambda)\Delta\beta = A \\ 0 & \text{if } \Delta S - (1+\lambda)\Delta\beta < A, \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & e_2^2(\underline{\beta},\underline{\beta}) = e_2^1(\underline{\beta},\underline{\beta}) = e_2^2(\overline{\beta},\underline{\beta}) = e_2^1(\underline{\beta},\overline{\beta}) = e^*, \\ & e_2^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) = e_2^1(\overline{\beta},\overline{\beta}) = \bar{e},\ e_2^2(\underline{\beta},\overline{\beta}) = e_2^2(\overline{\beta},\overline{\beta}) = \hat{e}. \end{aligned}$$

$[\sigma = 0]$

$$\begin{aligned} & x_0^1(\underline{\beta},\underline{\beta}) \in [0,1], x_0^1(\underline{\beta},\overline{\beta}) = 1, x_0^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) = 0, x_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta}) \in (0,1), \\ & e_0^1(\underline{\beta},\underline{\beta}) = e_0^2(\underline{\beta},\underline{\beta}) = e_0^1(\underline{\beta},\overline{\beta}) = e_0^2(\overline{\beta},\underline{\beta}) = e^*, \\ & e_0^2(\underline{\beta},\overline{\beta}) = e_0^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) = e_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta}) = e_0^2(\overline{\beta},\overline{\beta}) = \check{e}. \end{aligned}$$

入札当局への報酬は、 $\sigma = 2$ で、企業 1 の効率性パラメータが $\underline{\beta}$ であるときには、

$$s_1 = s^* + \frac{1-\nu}{1+\lambda_f} x_0^2(\overline{\beta},\overline{\beta})\Phi(\check{e})$$

$\sigma = 1$ で、企業 2 の効率性パラメータが $\underline{\beta}$ であるときは、

$$s_2 = s^* + \frac{1-\nu}{1+\lambda_f} x_0^1(\overline{\beta}, \overline{\beta}) \Phi(\check{e})$$

となり、その他の場合には s^* となる。

（ケース 2）

$$\begin{aligned} \Delta S \quad < \quad & (1+\lambda)\Big(\psi(\hat{e}) - \hat{e} + \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(\hat{e}) \\ & -\psi(\bar{e}) + \bar{e} - \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\frac{\lambda_f}{1+\lambda_f}\Phi(\bar{e})\Big) \end{aligned}$$

ケース 1 の $\bar{e}$ は $\bar{e}(\Delta S)$ に、$\check{e}$ は $\check{e}(\Delta S)$ に置き換える。また、落札確率 $x_0^1(\overline{\beta}, \overline{\beta})$, $x_0^2(\overline{\beta}, \overline{\beta})$ は、$x_0^1(\overline{\beta}, \overline{\beta}) + x_0^2(\overline{\beta}, \overline{\beta}) = 1$ を満たす $[0, 1]$ に属する任意の実数である。さらに、落札確率 $x_1^2(\overline{\beta}, \overline{\beta}), x_2^1(\overline{\beta}, \overline{\beta})$ はそれぞれ

$$x_1^2(\overline{\beta}, \overline{\beta}) = \frac{\Phi(\check{e}(\Delta S))}{\Phi(\bar{e}(\Delta S))} x_0^2(\overline{\beta}, \overline{\beta}) \tag{11}$$

$$x_2^1(\overline{\beta}, \overline{\beta}) = \frac{\Phi(\check{e}(\Delta S))}{\Phi(\bar{e}(\Delta S))} x_0^1(\overline{\beta}, \overline{\beta}) \tag{12}$$

と表される。その他の落札確率や目標努力水準はすべてケース 1 と同様である。また、入札当局への報酬は、プロジェクトの品質内容や企業の効率性に関係なく常に s^* である。

（証明）付録 B を参照せよ。

命題 3 の含意を考えてみよう。付録 B で論じられているように問題 2 の制約条件 $s_i \geq s^*$ が拘束的か否かによって談合を防止する最適な入札契約は二つのケースに分けて導出されることになる。ケース 1 は、プロジェクトの品質格差 ΔS が大きいため、プリンシパルにとって、品質情報が価値をもつ場合で、品質情報を得る対価として入札当局に留保所得を上回る所得を支払うインセンティブをもつことになる。このとき、補題 1 から、その所得の超過分が企業の情報レントの格差と均衡するように契約を作ることがプリンシパルにとって要請される。これに対しケース 2 では、プロジェクトの品質格差が小さく、それゆえ、品質情報を入札当局から留保所得を越える対価を支払ってまで入手するインセンティブはもたない。この場合、入札契約は企業の情報レントの格差をなくすように、言い換えるならば、企業自身に談合のインセンティブを持たせなくするのが望ましいのである。

さらに、命題 3 から直接得られる結果を系としてまとめる。

系　命題 3 の入札契約に関して、

$$\lim_{\Delta S \to 0} \mu(\Delta S) = 0, \quad \lim_{\Delta S \to 0} \bar{e}(\Delta S) = \lim_{\Delta S \to 0} \check{e}(\Delta S) = \hat{e}$$

であり、特に $x_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta}), x_0^2(\overline{\beta},\overline{\beta}) = \frac{1}{2}$ のときには[5]、

$$\lim_{\Delta S \to 0} x_1^2(\overline{\beta},\overline{\beta}) = \lim_{\Delta S \to 0} x_2^1(\overline{\beta},\overline{\beta}) = \frac{1}{2}$$

が成り立ち、ケース2の入札契約は対称解になる。

（証明）$\mu(\Delta S), \bar{e}(\Delta S), \check{e}(\Delta S)$ の定義と (11),(12) 式から容易に導かれる。

つまり、企業間で品質格差がなく常に同一品質のプロジェクトを各企業が供給するときには、プリンシパルと入札当局の間の品質に関する情報の非対称性がなくなる結果、企業と入札当局との談合の可能性も消えてしまうのである。

つぎに企業間の品質格差 $\Delta S > 0$ を所与として、企業の談合費用 λ_f が非常に大きくなる場合を考えてみる。まず、談合防止制約を無視するとき、企業間で品質格差が少しでもあれば、その違いを入札契約に反映させた方が、一般にはプリンシパルにとって望ましい。つまり、入札当局から得る品質情報の有無によって、あるいは品質情報を得たときにはその内容如何によって、入札契約の内容を変えた方が社会厚生上望ましいのである。しかしながら、効率的企業は、品質情報の有無がもたらす情報レントの格差を巧みに利用して、入札当局へ賄賂を送り談合を働きかける可能性が出てくる。ここで、プリンシパルが談合防止制約を考慮するならば、入札当局から真の品質情報を引き出す見返りに、入札当局に対し留保所得 s^* を超過する報酬を与える必要が生じるが、談合費用 λ_f が大きいときには企業が入札当局に渡すことができる賄賂額が実質的に目減りすることになるので、その超過報酬を低めに押さられる。言い換えると、プリンシパルは談合防止費用を節約できることになる。こうして、企業の談合費用 λ_f が非常に大きい場合にはケース1が成り立つことになり、プリンシパルは品質格差を重視する入札契約を作成することになる。

本節では、これまで企業が入札当局に賄賂を提供することで生じる談合を防止するケースを考察してきたが、最後に命題3で表される入札契約を若干修正することで、入札当局の側が企業に賄賂を与えることで談合する場合も同時に防止する契約をデザインしてみることにしよう。まず、入札当局から企業に談合を依頼するのは、入札当局が $\sigma = i$ のシグナルを得たとき、企業 $j \neq i$ のタイプが $\overline{\beta}$ であるときであることに留意しよう。なぜなら、企業 j が正直に自己のタイプを告知したときには、入札当局は s^* の留保所得しか得られないのに対し、企業 j に $\underline{\beta}$ タイプであると虚偽の報告をしてもらうことにより、留保所得 s^* を上回る収入を得る可能性をもつからである。これまでの分析から、こうした状況はケース2では起きず、ケース1のみで発生することは明らかであろう。いま、入札当局が $\sigma = 1$ のシグナルを取得したとしよう。このとき、企業2のタイプが $\overline{\beta}$ であれば、企業2に $\underline{\beta}$ タイプであると虚偽の報告をしてもらうことにより、留保所得 s^* を上回る収入 s_1 が得られる。

[5] どちらの企業に落札させても社会的観点からみて無差別の状況になる場合、双方の企業の落札確率を等しくさせることは、公平性の観点に照らしてみても望ましいと考えられる。

よって、留保所得を超過分の期待値は、命題3から

$$\frac{(1-\nu)^2}{1+\lambda_f}x_0^2(\overline{\beta},\overline{\beta})\Phi(\check{e})$$

となる。ここで、入札当局が企業に賄賂を1円提供するときにかかるコストを λ_a で表すと、入札当局が企業2にたいし、支払うことのできる賄賂額は最大で

$$\frac{(1-\nu)^2}{(1+\lambda_a)(1+\lambda_f)}x_0^2(\overline{\beta},\overline{\beta})\Phi(\check{e})$$

となる。一方、$\overline{\beta}$ タイプの企業2が $\underline{\beta}$ であると虚偽報告をするときの期待損失額は

$$(1-\nu)x_1^2(\overline{\beta},\underline{\beta})\Phi(e^*+\Delta\beta)$$

である[6]。よって、入札当局が企業2に賄賂を与えることによって生じる談合を防止する条件は

$$\frac{(1-\nu)^2}{(1+\lambda_a)(1+\lambda_f)}x_0^2(\overline{\beta},\overline{\beta})\Phi(\check{e}) \leq (1-\nu)x_1^2(\overline{\beta},\underline{\beta})\Phi(e^*+\Delta\beta) \qquad (13)$$

と表される。命題3より、$x_1^2(\overline{\beta},\underline{\beta})$ は

$$\Delta S-(1+\lambda)\Delta\beta-(1+\lambda)[\psi(\hat{e})-\hat{e}+\frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(\hat{e})-\psi(e^*)+e^*]$$

の符号に依存して、その値が決まる。そこで、まず

$$\Delta S-(1+\lambda)\Delta\beta > (1+\lambda)[\psi(\hat{e})-\hat{e}+\frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(\hat{e})-\psi(e^*)+e^*]$$

の場合を考える。この場合、$x_1^2(\overline{\beta},\underline{\beta})=0$ となるので、(13) 式の談合防止条件は

$$\frac{(1-\nu)^2}{(1+\lambda_a)(1+\lambda_f)}x_0^2(\overline{\beta},\overline{\beta})\Phi(\check{e}) \leq 0$$

[6] $\overline{\beta}$ タイプの企業2の誘因両立性条件は、3節の $(\overline{IC}_2)$

$$\begin{aligned}&E_{\beta^1}t_1^2(\beta^1,\overline{\beta})-E_{\beta^1}x_1^2(\beta^1,\overline{\beta})\psi(\overline{\beta}-C_1^2(\beta^1,\overline{\beta}))\\&\quad\geq E_{\beta^1}t_1^2(\beta^1,\underline{\beta})-E_{\beta^1}x_1^2(\beta^1,\underline{\beta})\psi(\overline{\beta}-C_1^2(\beta^1,\underline{\beta}))\end{aligned}$$

で表されるが、命題3の入札契約の下では、この条件式がどのように書き直されるかを見ていこう。まず、左辺は $\overline{\beta}$ タイプの企業の参加条件が拘束的となることから0になる。さらに、右辺の第一項 $E_{\beta^1}t_1^2(\beta^1,\underline{\beta})$ は、$\underline{\beta}$ タイプの企業2の誘因両立性条件が拘束的となることから、$U_1^2(\underline{\beta})+E_{\beta^1}x_1^2(\beta^1,\underline{\beta})\psi(\underline{\beta}-C_1^2(\beta^1,\underline{\beta}))$ に等しいので

$$右辺=U_1^2(\underline{\beta})+E_{\beta^1}x_1^2(\beta^1,\underline{\beta})\psi(\underline{\beta}-C_1^2(\beta^1,\underline{\beta}))-E_{\beta^1}x_1^2(\beta^1,\underline{\beta})\psi(\overline{\beta}-C_1^2(\beta^1,\underline{\beta}))$$

となる。命題3の入札契約の諸結果を用いることで、結局、右辺 $=-(1-\nu)x_1^2(\overline{\beta},\underline{\beta})\Phi(e^*+\Delta\beta)$ となり、負の値となる。この結果から、$\sigma=1$ のとき（したがって、$\sigma=2$ のときも）、非効率な企業の誘因両立性条件が非拘束的となることが明らかにされた。さらに、$\sigma=0$ のときも同様な結果が得られることが容易に確認できる。

となる。ここで、命題3より $x_0^2(\overline{\beta},\overline{\beta})\Phi(\check{e}) \neq 0$ なので、$\lambda_a, \lambda_f < \infty$ である限り、この条件は成立しない。つぎに、

$$\Delta S - (1+\lambda)\Delta\beta = (1+\lambda)[\psi(\hat{e}) - \hat{e} + \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(\hat{e}) - \psi(e^*) + e^*]$$

の場合を考えよう。このケースでは、$x_1^2(\overline{\beta},\underline{\beta})$ は0以上1以下の任意の値をとりうる。よって(13)式を満たすように $x_0^2(\overline{\beta},\overline{\beta})$ と $x_1^2(\overline{\beta},\underline{\beta})$ を選ぶことにより、談合を阻止できる。最後に

$$\Delta S - (1+\lambda)\Delta\beta < (1+\lambda)[\psi(\hat{e}) - \hat{e} + \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(\hat{e}) - \psi(e^*) + e^*]$$

の場合を考えよう。このケースでは、$x_1^2(\overline{\beta},\underline{\beta}) = 1$ となり、談合防止条件は

$$\frac{(1-\nu)^2}{(1+\lambda_a)(1+\lambda_f)}x_0^2(\overline{\beta},\overline{\beta})\Phi(\check{e}) \leq (1-\nu)\Phi(e^* + \Delta\beta)$$

と表される。命題3で与えられる $x_0^2(\overline{\beta},\overline{\beta})(\in (0,1))$ に対し、この条件は常に満たされる。

7　Collusion-free 契約との厚生比較

本節では、前節で導出された談合防止契約の有効性を検討する。そのため、まず、入札当局が良心的でなくてもプリンシパルは何ら談合対策を講じないケースを考えよう。このような契約はcollusion-free契約と呼ばれる。以下では、collusion-free契約として、とくに命題1で表される入札契約を用いることにする。さて、前節での議論で、$\sigma = 1$ で企業2が効率的なケースと $\sigma = 2$ で企業1が効率的なケースのとき、それぞれ入札当局との談合の可能性が生じることをみてきた。両ケースとも、入札当局がプリンシパルに品質情報として、$\sigma = 0$ を告げるとき、前者では企業2が超過レント $U_0^2(\underline{\beta}) - U_1^2(\underline{\beta})$ を後者では企業1が超過レント $U_0^1(\underline{\beta}) - U_2^1(\underline{\beta})$ を得る[7]。こうした超過レントは入札当局への賄賂の源泉となるが、以下では、超過レントはすべて企業が獲得し賄賂の授受がなくても談合が成立する場合を考えよう。このようなケースにおける期待社会厚生を EW_{cf} で表すことにする。ただし、EW_{cf} では $(1+\lambda)s^*$ が控除されているものとする。やや冗長な計算を繰り返すことにより、EW_{cf} はつぎのように整理される。

$$\begin{aligned} EW_{cf} &= \xi\Big[\nu^2\{\overline{S} - (1+\lambda)(\underline{\beta} - e^* + \psi(e^*))\} \\ &+ \nu^2\{\underline{S} - (1+\lambda)(\underline{\beta} - e^* + \psi(e^*))\} \\ &+ 2\nu(1-\nu)\{\overline{S} - (1+\lambda)(\underline{\beta} - e^* + \psi(e^*))\} \end{aligned}$$

[7]前者のケースで企業1も効率的であれば、彼の情報レントは、$U_1^1(\underline{\beta})$ から $U_0^1(\underline{\beta})$ へ、後者のケースで企業2も効率的であれば、彼の情報レントは、$U_2^2(\underline{\beta})$ から $U_0^2(\underline{\beta})$ へそれぞれ減少する。したがって、その場合、彼等は談合を阻止するインセンティブをもつであろう。その点に関しては、ここではとくに考察しない。

$$
\begin{aligned}
&+ \quad 2\nu(1-\nu)\{\underline{S}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e^*+\psi(e^*))\} \\
&+ \quad 2\nu(1-\nu)^2\{\overline{S}-(1+\lambda)(\overline{\beta}-\hat{e}+\psi(\hat{e}))\} \\
&- \quad \lambda\nu\Phi(\hat{e})\{1-\nu+\nu(1-\nu)+\nu(1-\nu)(x_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta})+x_2^2(\overline{\beta},\underline{\beta})) \\
&+ \quad 2\nu(1-\nu)^2\}\Big] \\
&+ \quad (1-2\xi)\Big[\nu^2\Big\{\frac{\overline{S}+\underline{S}}{2}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e^*+\psi(e^*))\Big\} \\
&+ \quad 2\nu(1-\nu)\Big\{\frac{\overline{S}+\underline{S}}{2}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e^*+\psi(e^*))\Big\} \\
&+ \quad (1-\nu)^2\Big\{\frac{\overline{S}+\underline{S}}{2}-(1+\lambda)(\overline{\beta}-\hat{e}+\psi(\hat{e})+\frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(\hat{e}))\Big\}\Big]
\end{aligned}
$$

つぎに、前節で導出された談合防止契約を考える。以下では、とくに

$$
\begin{aligned}
\Delta S \quad > \quad & (1+\lambda)\Big(\psi(\hat{e})-\hat{e}+\frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(\hat{e}) \\
& -(\psi(\bar{e})-\bar{e}+\frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\frac{\lambda_f}{1+\lambda_f}\Phi(\bar{e}))\Big)
\end{aligned}
$$

が成り立つ命題3のケース1を想定する。その場合、$(1+\lambda)s^*$ が控除された期待社会厚生を EW_{cp} とすると、EW_{cp} はつぎのように整理される。

$$
\begin{aligned}
EW_{cp} \quad = \quad & \xi\Big[2\nu^2\{\overline{S}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e^*+\psi(e^*))\} \\
&+ \quad \nu(1-\nu)\{\overline{S}-(1+\lambda)(\overline{\beta}-\hat{e}+\psi(\hat{e})+\frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(\hat{e}))\}x_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) \\
&+ \quad \nu(1-\nu)\{\underline{S}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e^*+\psi(e^*))\}(1-x_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta})) \\
&+ \quad \nu(1-\nu)\{\overline{S}-(1+\lambda)(\overline{\beta}-\hat{e}+\psi(\hat{e})+\frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(\hat{e}))\}x_2^2(\underline{\beta},\overline{\beta}) \\
&+ \quad \nu(1-\nu)\{\underline{S}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e^*+\psi(e^*))\}(1-x_2^2(\underline{\beta},\overline{\beta})) \\
&+ \quad 2\nu(1-\nu)\{\overline{S}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e^*+\psi(e^*))\} \\
&+ \quad 2\nu(1-\nu)^2\{\overline{S}-(1+\lambda)(\overline{\beta}-\hat{e}+\psi(\hat{e})+\frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(\hat{e}))\}\Big] \\
&+ \quad (1-2\xi)\Big[\nu^2\Big\{\frac{\overline{S}+\underline{S}}{2}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e^*+\psi(e^*))\Big\} \\
&+ \quad 2\nu(1-\nu)\Big\{\frac{\overline{S}+\underline{S}}{2}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e^*+\psi(e^*))\Big\} \\
&+ \quad (1-\nu)^2\Big\{\frac{\overline{S}+\underline{S}}{2}-(1+\lambda)(\overline{\beta}-\check{e}+\psi(\check{e}) \\
&+ \quad \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Big(1+\frac{\xi}{(1-2\xi)(1+\lambda_f)}\Big)\Phi(\check{e}))\Big\}\Big]
\end{aligned}
$$

さらに、$\Delta S-(1+\lambda)\Delta\beta > A$ を仮定する[8]。このとき、命題2と命題3から、$x_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) = x_2^2(\overline{\beta},\underline{\beta}) = 1$ となる。ここで、$DEW(\xi)$ を

$$DEW(\xi) \equiv EW_{cp} - EW_{cf}$$

と定義する。簡単な計算より

$$\begin{aligned} DEW(\xi) &= \xi\Big[\nu^2\Delta S \\ &+ 2\nu(1-\nu)\{\Delta S-(1+\lambda)(\Delta\beta+\psi(\hat{e})-\hat{e}+\frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(\hat{e}) \\ &- \psi(e^*)+e^*)\}+\lambda\nu(1-\nu^2)\Phi(\hat{e})\Big] \\ &+ (1-2\xi)\Big[(1-\nu)^2(1+\lambda)\{\psi(\hat{e})-\hat{e}+\frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(\hat{e}) \\ &- \psi(\check{e})+\check{e}-\frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Big(1+\frac{\xi}{(1-2\xi)(1+\lambda_f)}\Big)\Phi(\check{e})\}\Big] \end{aligned}$$

と整理される。まず、$\xi=0$ のときには $\check{e}$ の定義より、$\check{e}=\hat{e}$ なので、$DEW(0)=0$ となり $EW_{cp}=EW_{cf}$ が成り立つ。つぎに、$\xi=\frac{1}{2}$ のケースを調べる。仮定 $\Delta S-(1+\lambda)\Delta\beta > A$ より、

$$\Delta S-(1+\lambda)(\Delta\beta+\psi(\hat{e})-\hat{e}+\frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(\hat{e})-\psi(e^*)+e^*) > 0$$

が成り立つ。さらに、$\psi''>0, \Phi''>0$ なので、$\check{e}<\hat{e}$ となり、$\Phi(\check{e})<\Phi(\hat{e})$ が成り立つ。よって

$$\begin{aligned} DEW\Big(\frac{1}{2}\Big) &> \frac{\lambda\nu(1-\nu^2)\Phi(\hat{e})}{2}-\frac{\lambda\nu(1-\nu)\Phi(\check{e})}{2(1+\lambda_f)} \\ &> 0 \end{aligned}$$

となり、$\xi=\frac{1}{2}$ のときには、$EW_{cp}>EW_{cf}$ が成り立つ。

つぎに、関数 $DEW(\xi)$ の一階微分 $DEW'(\xi)$ を求める。包絡線の定理から次式を得る。

$$\begin{aligned} DEW'(\xi) &= \nu^2\Delta S \\ &+ 2\nu(1-\nu)\Big\{\Delta S-(1+\lambda)(\Delta\beta+\psi(\hat{e})-\hat{e}+\frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(\hat{e}) \\ &- \psi(e^*)+e^*)\Big\}+\lambda\nu(1-\nu^2)\Phi(\hat{e}) \end{aligned}$$

[8]結局、公共プロジェクトに関する企業間の品質格差 ΔS が

$$\begin{aligned} \Delta S &> \max\ \{(1+\lambda)\Delta\beta+A, \\ &(1+\lambda)(\psi(\hat{e})-\hat{e}+\frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(\hat{e})-\psi(\bar{e})+\bar{e}-\frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\frac{\lambda_f}{1+\lambda_f}\Phi(\bar{e}))\} \end{aligned}$$

満たすほど、十分大きいことを仮定している。

$$
\begin{aligned}
&- \quad 2(1-\nu)^2(1+\lambda)\Big\{\psi(\hat{e}) - \hat{e} + \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(\hat{e}) \\
&- \quad \psi(\check{e}) + \check{e} - \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Big(1 + \frac{\xi}{(1-2\xi)(1+\lambda_f)}\Big)\Phi(\check{e})\Big\} \\
&- \quad \frac{(1-\nu)\lambda\nu\Phi(\check{e})}{(1-2\xi)(1+\lambda_f)}
\end{aligned}
$$

ここで

$$DEW'(0) > \lambda\nu(1-\nu^2)\Phi(\hat{e}) - \frac{\lambda\nu(1-\nu)\Phi(\hat{e})}{1+\lambda_f} > 0$$

が成り立つことに注意しよう。さらに、関数 $DEW(\xi)$ の二階微分 $DEW''(\xi)$ を計算する。再び包絡線の定理を用いると $DEW''(\xi)$ は次式のように整理される。

$$DEW''(\xi) = -\frac{(1-\nu)\lambda\nu\Phi'(\check{e})}{(1-2\xi)(1+\lambda_f)}\frac{d\check{e}}{d\xi} \tag{14}$$

(14) 式において $\Phi'(\check{e}) > 0$ なので、$\frac{d\check{e}}{d\xi}$ の符号が決まれば、$DEW''(\xi)$ の符号が確定する。$\check{e}$ の定義から

$$\psi'(\check{e}) - 1 + \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Big(1 + \frac{\xi}{(1-2\xi)(1+\lambda_f)}\Big)\Phi'(\check{e}) = 0$$

となる。この式の左辺を F と置き、陰関数の定理を用いると

$$\frac{d\check{e}}{d\xi} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial \xi}}{\frac{\partial F}{\partial \check{e}}} \tag{15}$$

となる。ここで

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial F}{\partial \check{e}} &= \psi''(\check{e}) - \check{e} + \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Big(1 + \frac{\xi}{(1-2\xi)(1+\lambda_f)}\Big)\Phi''(\check{e}) > 0 \\
\frac{\partial F}{\partial \xi} &= \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\frac{\Phi(\check{e})'}{(1-2\xi)^2(1+\lambda_f)} > 0
\end{aligned}
$$

となり、(15) 式から、$\frac{d\check{e}}{d\xi} < 0$ が成り立つ。よって、$DEW''(\xi)$ は正となる。われわれは、既に $DEW(0) = 0, DEW(\frac{1}{2}) > 0, DEW'(0) > 0$ となることを確認しているので、結局、$0 < \xi < \frac{1}{2}$ となる ξ に対して、$DEW(\xi)$ は狭義単調増加凸関数となることが明らかになった。以上の事からつぎの命題が成り立つ。

命題 4 公共プロジェクトの企業間における品質格差が十分大きいとき、談合防止契約は collusion-free 契約よりも社会的観点から望ましい。さらに、入札当局が品質情報を得る可能性が高まるにつれ、collusion-free 契約に対する談合防止契約の社会厚生上の優位性が格段に高まる。

8　おわりに

本稿では、公共入札において、入札当局と企業との談合問題をLaffont and Tirole (1993) のプリンシパル－入札当局－企業の三層構造から成る公共入札モデルに依拠しながら検討してきた。主要な結論は、命題4にまとめられており、公共プロジェクトの品質がハード情報であるとき、Laffont and Tiroleが導出した談合防止入札契約（命題3）は、企業間における公共プロジェクトの品質格差が十分大きいときには、談合対策を講じないときの入札契約（collusion-free契約）よりも社会的観点から望ましいというものである。こうして、われわれは、条件付きながら、談合防止政策の有効性を理論的に解明できたことになる。ただ、Laffont and Tirole (1993) では公共プロジェクトの品質が企業の効率性とは独立に外生的に与えられている上、企業間では常に品質格差が存在するという特殊な想定の下で分析が展開されているので、より一般的な枠組みで検討してみることが必要であろう。

付録 A (命題1の証明)

$\sigma = 1$ のときの期待社会厚生は、定数項 $-(1+\lambda)s^*$ を無視すると次式のように表せる。

$$
\begin{aligned}
& \nu^2[\overline{S} - (1+\lambda)(\underline{\beta} - e_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta}) + \psi(e_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta})))]x_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta}) \\
+ \quad & \nu^2[\underline{S} - (1+\lambda)(\underline{\beta} - e_1^2(\underline{\beta},\underline{\beta}) + \psi(e_1^2(\underline{\beta},\underline{\beta})))](1 - x_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta})) \\
+ \quad & \nu(1-\nu)[\overline{S} - (1+\lambda)(\underline{\beta} - e_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta}) + \psi(e_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta})))]x_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta}) \\
+ \quad & \nu(1-\nu)[\underline{S} - (1+\lambda)(\overline{\beta} - e_1^2(\underline{\beta},\overline{\beta}) + \psi(e_1^2(\underline{\beta},\overline{\beta})))](1 - x_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta})) \\
+ \quad & \nu(1-\nu)[\overline{S} - (1+\lambda)(\overline{\beta} - e_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) + \psi(e_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta})))]x_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) \\
+ \quad & \nu(1-\nu)[\underline{S} - (1+\lambda)(\underline{\beta} - e_1^2(\overline{\beta},\underline{\beta}) + \psi(e_1^2(\overline{\beta},\underline{\beta})))](1 - x_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta})) \\
+ \quad & (1-\nu)^2[\overline{S} - (1+\lambda)(\overline{\beta} - e_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta}) + \psi(e_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta})))]x_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta}) \\
+ \quad & (1-\nu)^2[\underline{S} - (1+\lambda)(\overline{\beta} - e_1^2(\overline{\beta},\overline{\beta}) + \psi(e_1^2(\overline{\beta},\overline{\beta})))](1 - x_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta})) \\
- \quad & \lambda\nu[\nu x_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta})\Phi(e_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta})) + (1-\nu)x_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta})\Phi(e_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta}))] \\
- \quad & \lambda\nu[\nu(1 - x_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta}))\Phi(e_1^2(\underline{\beta},\overline{\beta})) + (1-\nu)(1 - x_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta}))\Phi(e_1^2(\overline{\beta},\overline{\beta}))] \quad (A1)
\end{aligned}
$$

さらに上式はつぎのように書き換えられる。

$$
\begin{aligned}
& \nu^2[\overline{S} - (1+\lambda)(\underline{\beta} - e_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta}) + \psi(e_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta})))]x_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta}) \\
+ \quad & \nu^2[\underline{S} - (1+\lambda)(\underline{\beta} - e_1^2(\underline{\beta},\underline{\beta}) + \psi(e_1^2(\underline{\beta},\underline{\beta})))](1 - x_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta})) \\
+ \quad & \nu(1-\nu)[\overline{S} - (1+\lambda)(\underline{\beta} - e_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta}) + \psi(e_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta})))]x_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta}) \\
+ \quad & \nu(1-\nu)[\underline{S} - (1+\lambda)(\overline{\beta} - e_1^2(\underline{\beta},\overline{\beta}) + \psi(e_1^2(\underline{\beta},\overline{\beta}))) \\
- \quad & \frac{\lambda\nu}{1-\nu}\Phi(e_1^2(\underline{\beta},\overline{\beta}))](1 - x_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta})) \\
+ \quad & \nu(1-\nu)[\overline{S} - (1+\lambda)(\overline{\beta} - e_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) + \psi(e_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta})))
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&- \frac{\lambda\nu}{1-\nu}\Phi(e_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta}))]x_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) \\
&+ \nu(1-\nu)[\underline{S}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e_1^2(\overline{\beta},\underline{\beta})+\psi(e_1^2(\overline{\beta},\underline{\beta})))](1-x_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta})) \\
&+ (1-\nu)^2[\overline{S}-(1+\lambda)(\overline{\beta}-e_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta})+\psi(e_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta}))) \\
&- \frac{\lambda\nu}{1-\nu}\Phi(e_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta}))]x_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta}) \\
&+ (1-\nu)^2[\underline{S}-(1+\lambda)(\overline{\beta}-e_1^2(\overline{\beta},\overline{\beta})+\psi(e_1^2(\overline{\beta},\overline{\beta}))) \\
&- \frac{\lambda\nu}{1-\nu}\Phi(e_1^2(\overline{\beta},\overline{\beta}))](1-x_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta})) \qquad (A1')
\end{aligned}
$$

企業1に対する4通りの落札確率 $x_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta}), x_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta}), x_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta}), x_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta})$ と4通りの目標努力水準 $e_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta}), e_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta}), e_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta}), e_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta})$ および企業2に対する4通りの目標努力水準 $e_1^2(\underline{\beta},\underline{\beta}), e_1^2(\underline{\beta},\overline{\beta}), e_1^2(\overline{\beta},\underline{\beta}), e_1^2(\overline{\beta},\overline{\beta})$ の計12個の変数はそれぞれ独立なので、$(A1')$ 式の最大化は1, 2行目、3, 4, 5行目、6, 7, 8行目および9, 10, 11, 12行目をそれぞれ最大にすることと同値である。このとき、8個の目標努力水準は $(A1')$ 式の各鈎括弧の中を最大にするように求められる。まず、$(A1')$ 式の1,2行目について考えよう。$e_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta}) = e_1^2(\underline{\beta},\underline{\beta}) = e^*$ であり、$\overline{S} > \underline{S}$ なので、$x_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta}) = 1$ となる。つぎに $(A1')$ 式の3, 4, 5行目を考える。このケースでは、$e_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta}) = e^*,\ e_1^2(\underline{\beta},\overline{\beta}) = \hat{e}$ が成り立ち、$e^* > \hat{e}$ なので $x_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta}) = 1$ となる。$(A1')$ 式の6, 7, 8行目において、$e_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) = \hat{e},\ e_1^2(\overline{\beta},\underline{\beta}) = e^*$ が成り立つ。このとき、

$$
x_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) = \begin{cases} 1 & \text{if } \Delta S-(1+\lambda)\Delta\beta > A \\ \in [0,1] & \text{if } \Delta S-(1+\lambda)\Delta\beta = A \\ 0 & \text{if } \Delta S-(1+\lambda)\Delta\beta < A, \end{cases}
$$

ただし、$A = (1+\lambda)[\psi(\hat{e}) - \hat{e} + \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(\hat{e}) - \psi(e^*) + e^*]$

を得る。$(A1')$ 式の9, 10, 11, 12行目では、$e_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta}) = \hat{e},\ e_1^2(\overline{\beta},\overline{\beta}) = \hat{e}$ となるので、$x_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta}) = 1$ となる。

$\sigma = 2$ や $\sigma = 0$ のケースも同様な方法で求められる。(証明終)

付録 B (命題3の証明)

(ケース1) の証明

問題の制約条件 $s_1 \geq s^*,\ s_2 \geq s^*$ が最適解の下で非拘束的であるとしよう。すなわち、$s_1 > s^*,\ s_2 > s^*$ が成り立つものとする。談合防止条件 $(CP_1), (CP_2)$ は先に確認したように拘束的なので、

$$
s_2 = s^* + \frac{1}{1+\lambda_f}[U_0^1(\underline{\beta}) - U_2^1(\underline{\beta})]
$$

$$
s_1 = s^* + \frac{1}{1+\lambda_f}[U_0^2(\underline{\beta}) - U_1^2(\underline{\beta})]
$$

が成り立ち、これら二式を問題2の目的関数である期待社会厚生の式に代入し整理するとつぎのように書ける。なお、定数項 $-(1+\lambda)s^*$ を期待社会厚生

の式から除外している。

$$
\begin{aligned}
& \xi[\nu^2\{\overline{S}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta})+\psi(e_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta})))\}x_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta}) \\
+ \quad & \nu^2\{\underline{S}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e_1^2(\underline{\beta},\underline{\beta})+\psi(e_1^2(\underline{\beta},\underline{\beta})))\}(1-x_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta})) \\
+ \quad & \nu(1-\nu)\{\overline{S}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta})+\psi(e_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta})))\}x_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta}) \\
+ \quad & \nu(1-\nu)\{\underline{S}-(1+\lambda)(\overline{\beta}-e_1^2(\underline{\beta},\overline{\beta})+\psi(e_1^2(\underline{\beta},\overline{\beta})) \\
+ \quad & \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\frac{\lambda_f}{1+\lambda_f}\Phi(e_1^2(\underline{\beta},\overline{\beta})))\}(1-x_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta})) \\
+ \quad & \nu(1-\nu)\{\overline{S}-(1+\lambda)(\overline{\beta}-e_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta})+\psi(e_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta})) \\
+ \quad & \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(e_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta})))\}x_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) \\
+ \quad & \nu(1-\nu)\{\underline{S}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e_1^2(\overline{\beta},\underline{\beta})+\psi(e_1^2(\overline{\beta},\underline{\beta})))\}(1-x_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta})) \\
+ \quad & (1-\nu)^2\{\overline{S}-(1+\lambda)(\overline{\beta}-e_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta})+\psi(e_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta})) \\
+ \quad & \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(e_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta})))\}x_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta}) \\
+ \quad & (1-\nu)^2\{\underline{S}-(1+\lambda)(\overline{\beta}-e_1^2(\overline{\beta},\overline{\beta})+\psi(e_1^2(\overline{\beta},\overline{\beta})) \\
+ \quad & \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\frac{\lambda_f}{1+\lambda_f}\Phi(e_1^2(\overline{\beta},\overline{\beta})))\}(1-x_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta}))] \\
+ \quad & \xi[\nu^2\{\overline{S}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e_2^2(\underline{\beta},\underline{\beta})+\psi(e_2^2(\underline{\beta},\underline{\beta})))\}x_2^2(\underline{\beta},\underline{\beta}) \\
+ \quad & \nu^2\{\underline{S}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e_2^1(\underline{\beta},\underline{\beta})+\psi(e_2^1(\underline{\beta},\underline{\beta})))\}(1-x_2^2(\underline{\beta},\underline{\beta})) \\
+ \quad & \nu(1-\nu)\{\overline{S}-(1+\lambda)(\overline{\beta}-e_2^2(\underline{\beta},\overline{\beta})+\psi(e_2^2(\underline{\beta},\overline{\beta})) \\
+ \quad & \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(e_2^2(\underline{\beta},\overline{\beta})))\}x_2^2(\underline{\beta},\overline{\beta}) \\
+ \quad & \nu(1-\nu)\{\underline{S}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e_2^1(\underline{\beta},\overline{\beta})+\psi(e_2^1(\underline{\beta},\overline{\beta})))\}(1-x_2^2(\underline{\beta},\overline{\beta})) \\
+ \quad & \nu(1-\nu)\{\overline{S}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e_2^2(\overline{\beta},\underline{\beta})+\psi(e_2^2(\overline{\beta},\underline{\beta})))\}x_2^2(\overline{\beta},\underline{\beta}) \\
+ \quad & \nu(1-\nu)\{\underline{S}-(1+\lambda)(\overline{\beta}-e_2^1(\overline{\beta},\underline{\beta})+\psi(e_2^1(\overline{\beta},\underline{\beta})) \\
+ \quad & \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\frac{\lambda_f}{1+\lambda_f}\Phi(e_2^1(\overline{\beta},\underline{\beta})))\}(1-x_2^2(\overline{\beta},\underline{\beta})) \\
+ \quad & (1-\nu)^2\{\overline{S}-(1+\lambda)(\overline{\beta}-e_2^2(\overline{\beta},\overline{\beta})+\psi(e_2^2(\overline{\beta},\overline{\beta})) \\
+ \quad & \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(e_2^2(\overline{\beta},\overline{\beta})))\}x_2^2(\overline{\beta},\overline{\beta}) \\
+ \quad & (1-\nu)^2\{\underline{S}-(1+\lambda)(\overline{\beta}-e_2^1(\overline{\beta},\overline{\beta})+\psi(e_2^1(\overline{\beta},\overline{\beta})) \\
+ \quad & \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\frac{\lambda_f}{1+\lambda_f}\Phi(e_2^1(\overline{\beta},\overline{\beta})))\}(1-x_2^2(\overline{\beta},\overline{\beta}))] \\
+ \quad & (1-2\xi)[\nu^2\left\{\frac{\overline{S}+\underline{S}}{2}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e_0^1(\underline{\beta},\underline{\beta})+\psi(e_0^1(\underline{\beta},\underline{\beta})))\right\}x_0^1(\underline{\beta},\underline{\beta}) \\
+ \quad & \nu^2\left\{\frac{\overline{S}+\underline{S}}{2}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e_0^2(\underline{\beta},\underline{\beta})+\psi(e_0^2(\underline{\beta},\underline{\beta})))\right\}(1-x_0^1(\underline{\beta},\underline{\beta}))
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+ \quad \nu(1-\nu)\left\{\frac{\overline{S}+\underline{S}}{2} - (1+\lambda)(\underline{\beta} - e_0^1(\underline{\beta},\overline{\beta}) + \psi(e_0^1(\underline{\beta},\overline{\beta})))\right\} x_0^1(\underline{\beta},\overline{\beta}) \\
&+ \quad \nu(1-\nu)\left\{\frac{\overline{S}+\underline{S}}{2} - (1+\lambda)(\overline{\beta} - e_0^2(\underline{\beta},\overline{\beta}) + \psi(e_0^2(\underline{\beta},\overline{\beta})) \right. \\
&+ \quad \left. \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\left(1+\frac{\xi}{(1-2\xi)(1+\lambda_f)}\right)\Phi(e_0^2(\underline{\beta},\overline{\beta})))\right\}(1-x_0^1(\underline{\beta},\overline{\beta})) \\
&+ \quad \nu(1-\nu)\left\{\frac{\overline{S}+\underline{S}}{2} - (1+\lambda)(\overline{\beta} - e_0^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) + \psi(e_0^1(\overline{\beta},\underline{\beta})) \right. \\
&+ \quad \left. \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\left(1+\frac{\xi}{(1-2\xi)(1+\lambda_f)}\right)\Phi(e_0^1(\overline{\beta},\underline{\beta})))\right\} x_0^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) \\
&+ \quad \nu(1-\nu)\left\{\frac{\overline{S}+\underline{S}}{2} - (1+\lambda)(\underline{\beta} - e_0^2(\overline{\beta},\underline{\beta}) + \psi(e_0^2(\overline{\beta},\underline{\beta})))\right\}(1-x_0^1(\overline{\beta},\underline{\beta})) \\
&+ \quad (1-\nu)^2\left\{\frac{\overline{S}+\underline{S}}{2} - (1+\lambda)(\overline{\beta} - e_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta}) + \psi(e_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta})) \right. \\
&+ \quad \left. \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\left(1+\frac{\xi}{(1-2\xi)(1+\lambda_f)}\right)\Phi(e_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta})))\right\} x_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta})) \\
&+ \quad (1-\nu)^2\left\{\frac{\overline{S}+\underline{S}}{2} - (1+\lambda)(\overline{\beta} - e_0^2(\overline{\beta},\overline{\beta}) + \psi(e_0^2(\overline{\beta},\overline{\beta})) \right. \\
&+ \quad \left. \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\left(1+\frac{\xi}{(1-2\xi)(1+\lambda_f)}\right)\Phi(e_0^2(\overline{\beta},\overline{\beta})))\right\}(1-x_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta}))] \qquad (B1)
\end{aligned}
$$

上式は、形式的には上から12行目までが$\sigma=1$のときの期待社会厚生を、13行目から24行目までが$\sigma=2$のときの期待社会厚生を、25行目から最終行（36行目）までが$\sigma=0$のときの期待社会厚生をそれぞれ表すものとみなせる。したがって、それぞれのケースでの期待社会厚生を最大にするようにすれば良い。

[$\sigma=1$のとき]

命題1のときと同様、それぞれの企業が効率性パラメータをプリンシパルに報告した後の社会厚生を最大にするように、各企業の落札確率と落札したときの目標努力水準を決めればよい。上式1行目と2行目の式から、

$$e_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta}) = e^* = e_1^2(\underline{\beta},\underline{\beta}),\ x_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta}) = 1$$

となり、3行目から5行目の式を用いると次式を得る。

$$e_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta}) = e^*,\ e_1^2(\underline{\beta},\overline{\beta}) = \bar{e},\ x_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta}) = 1$$

ただし、

$$\bar{e} = \arg\min_e \left\{\psi(e) - e + \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\frac{\lambda_f}{1+\lambda_f}\Phi(e)\right\}$$

である。つぎに、6行目から8行目の式より、

$$e_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) = \hat{e},\ e_1^2(\overline{\beta},\underline{\beta}) = e^*$$

となり、落札確率 $x_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta})$ は

$$x_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta})=\begin{cases}1 & \text{if } \Delta S-(1+\lambda)\Delta\beta>A\\ \in[0,1] & \text{if } \Delta S-(1+\lambda)\Delta\beta=A\\ 0 & \text{if } \Delta S-(1+\lambda)\Delta\beta<A,\end{cases}$$

ただし、$A=(1+\lambda)[\psi(\hat{e})-\hat{e}+\frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(\hat{e})-\psi(e^*)+e^*]$

のようになる。また、9行目から12行目の式より

$$e_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta})=\hat{e},\ e_1^2(\overline{\beta},\overline{\beta})=\bar{e}$$

となり、ケース1の条件から $x_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta})=1$ を得る。

[$\sigma=2$ のとき]

$\sigma=1$ のときと対称的な結果になる。

[$\sigma=0$ のとき]

25行目と26行目の式から

$$e_0^1(\underline{\beta},\underline{\beta})=e^*=e_0^2(\underline{\beta},\underline{\beta}),\ x_0^1(\underline{\beta},\underline{\beta})\in[0,1]$$

となり、27行目から29行目の式を用いることにより、次式を得る。

$$e_0^1(\underline{\beta},\overline{\beta})=e^*,\ e_0^2(\underline{\beta},\overline{\beta})=\check{e},\ x_0^1(\underline{\beta},\overline{\beta})=1$$

ただし

$$\check{e}=\arg\min_e\left\{\psi(e)-e+\frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\left(1+\frac{\xi}{(1+\lambda_f)(1-2\xi)}\right)\Phi(e)\right\}$$

である。30行目から32行目の式から

$$e_0^1(\overline{\beta},\underline{\beta})=\check{e},\ e_0^2(\overline{\beta},\underline{\beta})=e^*,\ x_0^1(\overline{\beta},\underline{\beta})=0$$

となり、33行目から36行目（最終行）の式を利用すると

$$e_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta})=\check{e},\ e_0^2(\overline{\beta},\overline{\beta})=\check{e},\ x_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta})\in(0,1)$$

を得る。ここで、$x_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta})\neq 0,\ 1$ となることに注意しよう。何故なら、談合防止条件 (CP_1), (CP_2) が拘束的であることから、

$$\begin{aligned}s_2 &= s^*+\frac{1-\nu}{1+\lambda_f}[x_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta})\Phi(\check{e})-x_2^1(\overline{\beta},\overline{\beta})\Phi(\bar{e})],\\ s_1 &= s^*+\frac{1-\nu}{1+\lambda_f}[x_0^2(\overline{\beta},\overline{\beta})\Phi(\check{e})-x_1^2(\overline{\beta},\overline{\beta})\Phi(\bar{e})]\end{aligned}$$

のように書き換えられ、$x_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta})=0$ であれば、前者の式から $s_2\leq s^*$ となり、制約条件 $s_2\geq s^*$ が非拘束的であるという仮定に反する。また、$x_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta})=1$

であれば、後者の式から $s_1 = s^*$ となり、この場合には制約条件 $s_1 \geq s^*$ が非拘束的であるという仮定と矛盾してしまう。ここでケース1の条件式が何故必要かを見てみよう。そのため、ケース1の条件式が成り立たないものとする。このとき、$x_1^2(\overline{\beta},\overline{\beta}) = x_2^1(\overline{\beta},\overline{\beta}) = 1$ となる[9]。さらに $x_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta}) + x_0^2(\overline{\beta},\overline{\beta}) = 1$ を満たす0,1以外のどの落札確率 $x_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta})$, $x_0^2(\overline{\beta},\overline{\beta})$ も最適解となり、さらに $\check{e} < \bar{e}$ とあることから、これら二式はそれぞれ $s_2 < s^*$, $s_1 < s^*$ となり、入札当局の参加条件を満たさなくなり矛盾が生じることになる。

（ケース2）の証明

ケース2の場合には、上述したように、制約条件 $s_2 \geq s^*$, $s_1 \geq s^*$ は拘束的となるので、談合防止条件 (CP_1), (CP_2) は

$$
\begin{aligned}
&- \ (1-\nu)x_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta})\Phi(e_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta})) - \nu x_0^1(\overline{\beta},\underline{\beta})\Phi(e_0^1(\overline{\beta},\underline{\beta})) \\
&+ \ (1-\nu)x_2^1(\overline{\beta},\overline{\beta})\Phi(e_2^1(\overline{\beta},\overline{\beta})) + \nu x_2^1(\overline{\beta},\underline{\beta})\Phi(e_2^1(\overline{\beta},\underline{\beta})) \geq 0 \qquad (CP_1^*) \\
&- \ (1-\nu)x_0^2(\overline{\beta},\overline{\beta})\Phi(e_0^2(\overline{\beta},\overline{\beta})) - \nu x_0^2(\overline{\beta},\underline{\beta})\Phi(e_0^2(\overline{\beta},\underline{\beta})) \\
&+ \ (1-\nu)x_1^2(\overline{\beta},\overline{\beta})\Phi(e_1^2(\overline{\beta},\overline{\beta})) + \nu x_1^2(\overline{\beta},\underline{\beta})\Phi(e_1^2(\overline{\beta},\underline{\beta})) \geq 0 \qquad (CP_2^*)
\end{aligned}
$$

と書き直すことができる。よって、(CP_1^*), (CP_2^*) を制約条件として目的関数

$$\xi W_1 + \xi W_2 + (1-2\xi)W_0$$

を最大にする入札契約を求めればよい。そこで、μ_1, μ_2 をそれぞれ (CP_1^*), (CP_2^*) に関する非負のラグランジュ乗数とするとラグランジュアン $\mathcal{L}$ はつぎのように書ける。なお、定数項 $-(1+\lambda)s^*$ は除外している。

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L} \ = \ & \xi[\nu^2\{\overline{S} - (1+\lambda)(\underline{\beta} - e_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta}) + \psi(e_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta})))\}x_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta}) \\
+ \ & \nu^2\{\underline{S} - (1+\lambda)(\underline{\beta} - e_1^2(\underline{\beta},\underline{\beta}) + \psi(e_1^2(\underline{\beta},\underline{\beta})))\}(1 - x_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta})) \\
+ \ & \nu(1-\nu)\{\overline{S} - (1+\lambda)(\underline{\beta} - e_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta}) + \psi(e_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta})))\}x_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta}) \\
+ \ & \nu(1-\nu)\{\underline{S} - (1+\lambda)(\overline{\beta} - e_1^2(\underline{\beta},\overline{\beta}) + \psi(e_1^2(\underline{\beta},\overline{\beta}))) \\
- \ & \left(\frac{\lambda\nu}{1-\nu} - \frac{\mu_2}{\xi(1-\nu)}\right)\Phi(e_1^2(\underline{\beta},\overline{\beta}))\}(1 - x_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta})) \\
+ \ & \nu(1-\nu)\{\overline{S} - (1+\lambda)(\overline{\beta} - e_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) + \psi(e_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta})) \\
+ \ & \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(e_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta})))\}x_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) \\
+ \ & \nu(1-\nu)\{\underline{S} - (1+\lambda)(\underline{\beta} - e_1^2(\overline{\beta},\underline{\beta}) + \psi(e_1^2(\overline{\beta},\underline{\beta})))\}(1 - x_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta}))
\end{aligned}
$$

[9] ここでの議論は、この条件式の逆向きの不等式が成り立つことを想定している。仮に、条件式が等号で成り立つときには、これまでの議論から、$x_1^2(\overline{\beta},\overline{\beta}) \in [0,1]$, $x_2^1(\overline{\beta},\overline{\beta}) \in [0,1]$ となるが、特に

$$
\begin{aligned}
x_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta})\Phi(\check{e}) > x_2^1(\overline{\beta},\overline{\beta})\Phi(\bar{e}), \\
x_0^2(\overline{\beta},\overline{\beta})\Phi(\check{e}) > x_1^2(\overline{\beta},\overline{\beta})\Phi(\bar{e})
\end{aligned}
$$

を満たす $x_1^2(\overline{\beta},\overline{\beta})$, $x_2^1(\overline{\beta},\overline{\beta})$, $x_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta})$ がすべて解となる。

$$
\begin{aligned}
&+ \quad (1-\nu)^2\{\overline{S}-(1+\lambda)(\overline{\beta}-e_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta})+\psi(e_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta}))\\
&+ \quad \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(e_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta})))\}x_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta})\\
&+ \quad (1-\nu)^2\{\underline{S}-(1+\lambda)(\overline{\beta}-e_1^2(\overline{\beta},\overline{\beta})+\psi(e_1^2(\overline{\beta},\overline{\beta})))\\
&- \quad \left(\frac{\lambda\nu}{1-\nu}-\frac{\mu_2}{\xi(1-\nu)}\right)\Phi(e_1^2(\overline{\beta},\overline{\beta}))\}(1-x_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta}))]\\
&+ \quad \xi[\nu^2\{\overline{S}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e_2^2(\underline{\beta},\underline{\beta})+\psi(e_2^2(\underline{\beta},\underline{\beta})))\}x_2^2(\underline{\beta},\underline{\beta})\\
&+ \quad \nu^2\{\underline{S}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e_2^1(\underline{\beta},\underline{\beta})+\psi(e_2^1(\underline{\beta},\underline{\beta})))\}(1-x_2^2(\underline{\beta},\underline{\beta}))\\
&+ \quad \nu(1-\nu)\{\overline{S}-(1+\lambda)(\overline{\beta}-e_2^2(\underline{\beta},\overline{\beta})+\psi(e_2^2(\underline{\beta},\overline{\beta}))\\
&+ \quad \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(e_2^2(\underline{\beta},\overline{\beta})))\}x_2^2(\underline{\beta},\overline{\beta})\\
&+ \quad \nu(1-\nu)\{\underline{S}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e_2^1(\underline{\beta},\overline{\beta})+\psi(e_2^1(\underline{\beta},\overline{\beta})))\}(1-x_2^2(\underline{\beta},\overline{\beta}))\\
&+ \quad \nu(1-\nu)\{\overline{S}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e_2^2(\overline{\beta},\underline{\beta})+\psi(e_2^2(\overline{\beta},\underline{\beta})))\}x_2^2(\overline{\beta},\underline{\beta})\\
&+ \quad \nu(1-\nu)\{\underline{S}-(1+\lambda)(\overline{\beta}-e_2^1(\overline{\beta},\underline{\beta})+\psi(e_2^1(\overline{\beta},\underline{\beta})))\\
&- \quad \left(\frac{\lambda\nu}{1-\nu}-\frac{\mu_1}{\xi(1-\nu)}\right)\Phi(e_2^1(\overline{\beta},\underline{\beta}))\}(1-x_2^2(\overline{\beta},\underline{\beta}))\\
&+ \quad (1-\nu)^2\{\overline{S}-(1+\lambda)(\overline{\beta}-e_2^2(\overline{\beta},\overline{\beta})+\psi(e_2^2(\overline{\beta},\overline{\beta}))\\
&+ \quad \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(e_2^2(\overline{\beta},\overline{\beta})))\}x_2^2(\overline{\beta},\overline{\beta})\\
&+ \quad (1-\nu)^2\{\underline{S}-(1+\lambda)(\overline{\beta}-e_2^1(\overline{\beta},\overline{\beta})+\psi(e_2^1(\overline{\beta},\overline{\beta})))\\
&- \quad \left(\frac{\lambda\nu}{1-\nu}-\frac{\mu_1}{\xi(1-\nu)}\right)\Phi(e_2^1(\overline{\beta},\overline{\beta}))\}(1-x_2^2(\overline{\beta},\overline{\beta}))]\\
&+ \quad (1-2\xi)[\nu^2\left\{\frac{\overline{S}+\underline{S}}{2}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e_0^1(\underline{\beta},\underline{\beta})+\psi(e_0^1(\underline{\beta},\underline{\beta})))\right\}x_0^1(\underline{\beta},\underline{\beta})\\
&+ \quad \nu^2\left\{\frac{\overline{S}+\underline{S}}{2}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e_0^2(\underline{\beta},\underline{\beta})+\psi(e_0^2(\underline{\beta},\underline{\beta})))\right\}(1-x_0^1(\underline{\beta},\underline{\beta}))\\
&+ \quad \nu(1-\nu)\left\{\frac{\overline{S}+\underline{S}}{2}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e_0^1(\underline{\beta},\overline{\beta})+\psi(e_0^1(\underline{\beta},\overline{\beta})))\right\}x_0^1(\underline{\beta},\overline{\beta})\\
&+ \quad \nu(1-\nu)\left\{\frac{\overline{S}+\underline{S}}{2}-(1+\lambda)(\overline{\beta}-e_0^2(\underline{\beta},\overline{\beta})+\psi(e_0^2(\underline{\beta},\overline{\beta}))\right.\\
&+ \quad \left.\left(\frac{-\lambda\nu}{1-\nu}-\frac{\mu_2}{(1-2\xi)(1-\nu)}\right)\Phi(e_0^2(\underline{\beta},\overline{\beta}))\right\}(1-x_0^1(\underline{\beta},\overline{\beta}))\\
&+ \quad \nu(1-\nu)\left\{\frac{\overline{S}+\underline{S}}{2}-(1+\lambda)(\overline{\beta}-e_0^1(\overline{\beta},\underline{\beta})+\psi(e_0^1(\overline{\beta},\underline{\beta}))\right.\\
&+ \quad \left.\left(\frac{-\lambda\nu}{1-\nu}-\frac{\mu_1}{(1-2\xi)(1-\nu)}\right)\Phi(e_0^1(\overline{\beta},\underline{\beta}))\right\}x_0^1(\overline{\beta},\underline{\beta})\\
&+ \quad \nu(1-\nu)\left\{\frac{\overline{S}+\underline{S}}{2}-(1+\lambda)(\underline{\beta}-e_0^2(\overline{\beta},\underline{\beta})+\psi(e_0^2(\overline{\beta},\underline{\beta})))\right\}(1-x_0^1(\overline{\beta},\underline{\beta}))
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+ \quad (1-\nu)^2\Bigg\{\frac{\overline{S}+\underline{S}}{2} - (1+\lambda)(\overline{\beta} - e_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta}) + \psi(e_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta})) \\
&+ \quad \Big(\frac{-\lambda\nu}{1-\nu} - \frac{\mu_1}{(1-2\xi)(1-\nu)}\Big)\Phi(e_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta}))\Bigg\}x_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta}) \\
&+ \quad (1-\nu)^2\Bigg\{\frac{\overline{S}+\underline{S}}{2} - (1+\lambda)(\overline{\beta} - e_0^2(\overline{\beta},\overline{\beta}) + \psi(e_0^2(\overline{\beta},\overline{\beta})) \\
&+ \quad \Big(\frac{-\lambda\nu}{1-\nu} - \frac{\mu_2}{(1-2\xi)(1-\nu)}\Big)\Phi(e_0^2(\overline{\beta},\overline{\beta}))\Bigg\}(1 - x_0^1(\overline{\beta},\overline{\beta}))] \qquad (B2)
\end{aligned}
$$

上式は、形式的には上から12行目までが $\sigma = 1$ のときの期待社会厚生を、13行目から24行目までが $\sigma = 2$ のときの期待社会厚生を、25行目から最終行（36行目）までが $\sigma = 0$ のときの期待社会厚生をそれぞれ表すものとみなせる。したがって、それぞれのケースでの期待社会厚生を最大にするようにすれば良い。

[$\sigma = 1$ のとき]

命題1のときと同様、それぞれの企業が効率性パラメータをプリンシパルに報告した後の社会厚生を最大にするように、各企業の落札確率と落札したときの目標努力水準を決めればよい。このことから、最適解が品質情報と企業間の関係で対称性をもつことになるので、均衡では $\mu_1 = \mu_2$ とになる。そこで以下では $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ と置いて、解を求めていく。まず、上式1行目と2行目の式から、

$$e_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta}) = e^* = e_1^2(\underline{\beta},\underline{\beta}),\ x_1^1(\underline{\beta},\underline{\beta}) = 1$$

となる。3行目から5行目の式を用いると

$$e_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta}) = e^*,\ e_1^2(\underline{\beta},\overline{\beta}) = \bar{e}(\mu),\ x_1^1(\underline{\beta},\overline{\beta}) = 1$$

となる。ここで $\bar{e}(\mu)$ は

$$\bar{e}(\mu) = \arg\min_e \left\{\psi(e) - e + \left(\frac{\lambda\nu}{(1+\lambda)(1-\nu)} - \frac{\mu}{\xi(1+\lambda)(1-\nu)}\right)\Phi(e)\right\}$$

を満たす。つぎに、6行目から8行目の式より、

$$e_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) = \hat{e},\ e_1^2(\overline{\beta},\underline{\beta}) = e^*$$

となり、落札確率 $x_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta})$ は

$$x_1^1(\overline{\beta},\underline{\beta}) = \begin{cases} 1 & \text{if } \Delta S - (1+\lambda)\Delta\beta > A \\ \in [0,1] & \text{if } \Delta S - (1+\lambda)\Delta\beta = A \\ 0 & \text{if } \Delta S - (1+\lambda)\Delta\beta < A, \end{cases}$$

のようになる。また、9行目から12行目の式より

$$e_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta}) = \hat{e},\ e_1^2(\overline{\beta},\overline{\beta}) = \bar{e}(\mu)$$

となり、$x_1^1(\overline{\beta},\overline{\beta})$ は後で求める。

[$\sigma = 2$ のとき]

$\sigma = 1$ のときと対称的な結果になる。

[$\sigma = 0$ のとき]

25行目と26行目の式から

$$e_0^1(\underline{\beta}, \underline{\beta}) = e^* = e_0^2(\underline{\beta}, \underline{\beta}),\ x_0^1(\underline{\beta}, \underline{\beta}) \in [0, 1]$$

となり、27行目から29行目の式を用いることにより、次式を得る。

$$e_0^1(\underline{\beta}, \overline{\beta}) = e^*,\ e_0^2(\underline{\beta}, \overline{\beta}) = \check{e}(\mu),\ x_0^1(\underline{\beta}, \overline{\beta}) = 1$$

ただし

$$\check{e}(\mu) = \arg\min_e \left\{ \psi(e) - e + \left(\frac{\lambda\nu}{(1+\lambda)(1-\nu)} + \frac{\mu}{(1+\lambda)(1-2\xi)(1-\nu)} \right) \Phi(e) \right\}$$

である。30行目から32行目の式から

$$e_0^1(\overline{\beta}, \underline{\beta}) = \check{e}(\mu),\ e_0^2(\overline{\beta}, \underline{\beta}) = e^*,\ x_0^1(\overline{\beta}, \underline{\beta}) = 0$$

となり、33行目から36行目（最終行）の式を利用すると

$$e_0^1(\overline{\beta}, \overline{\beta}) = \check{e}(\mu) = e_0^2(\overline{\beta}, \overline{\beta}),\ x_0^1(\overline{\beta}, \overline{\beta}) \in [0, 1]$$

を得る。

ここで、まだ導出されていない $\sigma = 1$ のときの $x_1^2(\overline{\beta}, \overline{\beta})$ と $\sigma = 2$ のときの $x_2^1(\overline{\beta}, \overline{\beta})$ を求めよう。まず、最適解において談合防止条件は拘束的となるので、以上の結果から、つぎのようになる。

$$x_0^1(\overline{\beta}, \overline{\beta})\Phi(\check{e}(\mu)) = x_2^1(\overline{\beta}, \overline{\beta})\Phi(\bar{e}(\mu))$$
$$x_0^2(\overline{\beta}, \overline{\beta})\Phi(\check{e}(\mu)) = x_1^2(\overline{\beta}, \overline{\beta})\Phi(\bar{e}(\mu))$$

さて、ラグランジュ乗数 μ は均衡では正となるので、$\check{e}(\mu) < \bar{e}(\mu)$ が成り立ち、他方 $x_0^1(\overline{\beta}, \overline{\beta}) + x_0^2(\overline{\beta}, \overline{\beta}) = 1$ なのでこれら2式が同時に成り立つためには、少なくとも $x_1^2(\overline{\beta}, \overline{\beta})$ と $x_2^1(\overline{\beta}, \overline{\beta})$ のいずれかが開区間 $(0, 1)$ に属さなければならない。仮に $x_1^2(\overline{\beta}, \overline{\beta})$ が正であるとしよう。その場合、$\sigma = 1$ で両企業とも非効率であるとき、企業1が落札したときの社会厚生

$$\overline{S} - (1+\lambda)(\overline{\beta} - \hat{e} + \psi(\hat{e}) + \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi(\hat{e}))$$

と企業2が落札したときの社会厚生

$$\underline{S} - (1+\lambda)(\overline{\beta} - \bar{e}(\mu) + \psi(\bar{e}(\mu)) - \left(\frac{\lambda\nu}{1-\nu} - \frac{\mu}{\xi(1-\nu)} \right) \Phi(\bar{e}(\mu))$$

が無差別になる必要がある。この条件を満たす $\mu, \bar{e}(\mu)$ は先に定義された $\mu(\Delta S)$, $\bar{e}(\Delta S)$ にそれぞれ等しい。さらに、この条件を満たす $\check{e}(\mu)$ は $\check{e}(\Delta S)$ に一致する。$x_2^1(\overline{\beta}, \overline{\beta})$ が正であるときも同様な結果となる。以上より、$x_1^2(\overline{\beta}, \overline{\beta}), x_2^1(\overline{\beta}, \overline{\beta})$ は $x_0^1(\overline{\beta}, \overline{\beta}) + x_0^2(\overline{\beta}, \overline{\beta}) = 1$ を満たす $[0, 1]$ に属する任意の $x_0^1(\overline{\beta}, \overline{\beta}), x_0^2(\overline{\beta}, \overline{\beta})$ に対して

$$x_1^2(\overline{\beta}, \overline{\beta}) = \frac{\Phi(\check{e}(\Delta S))}{\Phi(\bar{e}(\Delta S))} x_0^2(\overline{\beta}, \overline{\beta})$$
$$x_2^1(\overline{\beta}, \overline{\beta}) = \frac{\Phi(\check{e}(\Delta S))}{\Phi(\bar{e}(\Delta S))} x_0^1(\overline{\beta}, \overline{\beta})$$

と表される。(証明終)

References

[1] Graham, D. A., and R. C. Marshall (1987), "Collusive Bidder Behavior at Single-Object Second-Price and English Auctions," *Journal of Political Economy*, Vol. 95, pp1217-1239.

[2] 細江守紀, (1994), 「現代経済学のフロンテアー入札, モニタリング, 談合の経済分析」細江守紀・濱砂敬郎編『現代経済学の革新と展望』, 九州大学出版会, 第 I 章.

[3] 金本良嗣, (1991), 「政府調達の経済学」金本良嗣・宮島　洋編『公共セクターの効率化』, 東京大学出版会, 第 4 章.

[4] 金本良嗣, (1993), 「公共調達制度のデザイン」,『会計検査研究』, No.7,pp35-52.

[5] 金本良嗣, (1994), 「公共調達」貝塚啓明・金本良嗣編『日本の財政システム』, 東京大学出版会, 第 8 章.

[6] 公正取引委員会, (2001), 「平成 12 年度　年次報告」財務省印刷局

[7] LaCasse, C., (1995),"Bid Rigging and the Threat of Government Prosecution," *Rand Journal of Economics*, Vol.26, pp398-417.

[8] Laffont, J. J., and J. Tirole (1993), *A THOREY OF INCENTIVE PROCUREMENT AND RENEGOTIATION*, MIT press.

[9] McAfee, P. R., and J. McMillan (1992),"Bidding Rings," *American Economic Review*, Vol.82, pp579-599.

[10] Miura, I, (1999),"Optimal Reservation Price in Public Biddings, — Competition versus Collusion — " 九州大学『経済学研究』第 66 巻, 第 1 号,pp131-144.

[11] Miura, I, (2001),"Secret Collusion and Collusion-proof Mechanism in Public Bidding " Discussion Paper No.2001-6 (Kyushu University).

[12] Myerson, R, (1981), "Optimal auction design, " *Mathematics of Operations Research*, Vol.6, pp58-73.

[13] Robinson (1985), "Collusion and the Choice of Auction," *Rand Journal of Economics*, Vol.16, pp141-145.

[14] 鈴木　満 (2001), 『入札談合の研究』, 信山社

〔九州大学大学院経済学研究院　助教授〕