

フラクタル構造を持つ超格子ポテンシャルに入射するGraphene中の電子の輸送問題

小川名, 太一

<https://hdl.handle.net/2324/4475168>

出版情報 : Kyushu University, 2020, 博士 (理学), 課程博士
バージョン :
権利関係 :

氏 名 : 小川名 太一

Name

論文名 : フラクタル構造を持つ超格子ポテンシャルに入射する

Graphene 中の電子の輸送問題

Title

区 分 : 甲

Category

論文内容の要旨

Thesis Summary

フラクタル構造とは構造の全体とその一部分とが相似である構造を指す。このような構造を持つ系の物性は、周期系やバルクに見られるものとは異なることが知られており、波動関数の局在や透過特性の特異なふるまいなどが報告されている。これらの特性を理解するために、量子系では超格子ポテンシャルを、光学系では光学薄膜をフラクタル構造にした場合における系の解析が行われてきた。近年では、Graphene 中にフラクタル構造を有した超格子ポテンシャルにおける系の解析が行われている。Graphene は GaAs などの半導体超格子の系には見られない伝導・輸送特性を持つことから、それらの特性とフラクタル構造を持つことによって現れる特性とが混ざり合った新奇な伝導・輸送特性の発見が期待されている。Graphene における透過特性の解析は主に数値計算によって行われており、理論的に解析を行う試みは行われていなかった。

本研究では、Graphene 中に構築されたフラクタル構造を持つ超格子ポテンシャルに入射する電子の輸送問題について考察した。フラクタル構造には Cantor 構造と呼ばれる、線分を 3 等分してその真ん中を取り除くという操作を繰り返して作られる構造を採用した。このような構造を持つ超格子ポテンシャルに入射する場合の透過率は転送行列法を用いることによって厳密に表され、透過率にコサインの有限乗積項が現れることが分かった。Cantor 構造を分割数と分割スケールについて一般化した場合においても透過率を厳密に表すことができ、その場合には第 2 種 Chebyshev 多項式の有限乗積項が現れることが分かった。これらを解析することによって、エネルギーに対する透過率のプロファイルに自己相似な振動パターンを確認することができ、それらは Multifractal 性を持つことが数値計算によって示された。又、ポテンシャル中に磁場を印加した場合においても透過率は厳密に表されることが分かった。この透過率を基に系のコンダクタンスを数値計算したところ、磁場の大きさが強くなるに伴ってフラクタル構造に由来する振動パターンが確認できることが分かった。

本論文では、以上の事柄について議論するために次のような構成とした。

第 1 章では、本研究の立ち位置を明確にするために、本研究の目的とこれまでに行われた先行研究について述べた。第 1 節では本研究の目的について述べた。第 2 節ではこれまでに行われた先行研究について述べてあり、第 1 項ではランダムなフラクタル構造を持つ系に見られる特徴の一つである波動関数の強い局在現象に関する先行研究について紹介した。第 2 項は、決定論的なフラクタル構造を持つ量子系および光学系に関する先行研究について紹介した。第 3 項では、Graphene の系における先行研究について紹介するとともに、自身の研究の立ち位置を明確にした。第 3 節では、本論文の構成について述べた。

第 2 章では、Cantor 構造型超格子ポテンシャルに入射する Graphene 中の電子の輸送問題を議論するための基礎準備を目的として、障壁ポテンシャルに対する Graphene 中の電子のダイナミクスについて議論した。第 1 節では、Schrödinger 方程式における輸送問題の一般的な議論を行った。特に 1 次元輸送問題を議論する

際に用いられる転送行列法について解説し、転送行列の一般的な性質やその計算方法について述べた。第2節では Graphene の電子のダイナミクスを記述する Dirac 方程式の導出を行った。又、その解である平面波解の特徴から、Graphene に見られる通常の量子系には見られない障壁に対する電子の完全透過現象(Klein tunneling)について解説した。第3節では、Graphene 中の電子がポテンシャルに入射する場合の透過特性について解説した。特に、ポテンシャルが一つの場合と、N 個のポテンシャルが複数並んだ2つの系について議論し、それぞれの特性について確認した。

第3章では、本題である Cantor 構造型超格子ポテンシャルに入射する Graphene 中の電子の輸送問題について議論した。第1節では、今回用いるフラクタル構造である Cantor 構造について解説した。第2節では、線分を3等分してその真ん中を取り除くという 3-adic Cantor 型構造を持つ超格子ポテンシャルに入射する Graphene 中の電子の透過特性について議論した。ポテンシャルの構造における自己相似性が転送行列にも表れることを用いることで、透過率を解析的に導出した。特に、透過率にはコサインの有限乗積項が現れることが分かった。この項は、エネルギーに対する透過率の振る舞いに自己相似な振動パターンを付与することが数値計算で確認された。又、そのパターンを Multifractal 解析することによって、振動パターンはマルチフラクタルであることが分かった。第3節では、3-adic Cantor 構造を一般化した $(2N-1)$ -adic SV Cantor 型構造を持つ超格子ポテンシャルに入射する場合の Graphene 中の電子の透過特性を議論した。一般化した Cantor 構造においてもポテンシャル構造の自己相似性が転送行列に付与され、透過率には第2種 Chebyshev 多項式の有限乗積項が現れることがわかった。この項はエネルギーに対する透過率の振る舞いに自己相似なパターンを付与するが、分割数 N と分割スケール a によってさまざまなパターンを形成することが分かった。又、この項も前節と同じく Multifractal 性を有することが数値的に示された。第4節は、 $(2N-1)$ -adic SV Cantor 型構造を持つ超格子ポテンシャル中に、ベクトルポテンシャルが空間中で一定になるような磁場を入射した場合における透過率の振る舞いの変化について調べた。この場合においても透過率は解析的に表せることが分かった。又、得られた透過率を基に系のコンダクタンスを計算したところ、磁場の大きさが強くなるにつれてコンダクタンスにはポテンシャルのフラクタル構造由来の振動パターンが現れることが分かった。

第4章では、本論文にて得られた成果について総括し、今後の展望について述べた。