ZUR THEORIE DER HYPERELLIPTISCHEN FUNCTIONEN.

Es sei

$$R(x) = A_0(x-a_0)(x-a_1)\dots(x-a_{2\varrho})$$

eine ganze Function $(2\varrho+1)^{\text{ten}}$ Grades des Argumentes x, wo $A_0, a_0, a_1, \dots a_{2\varrho}$ reelle Constanten bedeuten, und die Grössen $a_0, \dots a_{2\varrho}$ seien so geordnet, dass für $A_0 > 0$

$$a_0 > a_1 > a_2 > \dots > a_{2\varrho}$$

und für $A_0 < 0$

$$a_0 < a_1 < a_2 < \dots < a_{2\varrho}.$$

Dann mögen ϱ Variable $x_1, x_2, \dots x_\varrho$ als Functionen von ebensovielen unbeschränkt veränderlichen Grössen $u_1, u_2, \dots u_\varrho$ mittels der Gleichungen

$$u_1 = \int_{a_1}^{x_1} \frac{F_1(x)}{\sqrt{R(x)}}dx + \int_{a_3}^{x_2} \frac{F_1(x)}{\sqrt{R(x)}}dx + \dots + \int_{a_{2\varrho-1}}^{x_\varrho} \frac{F_1(x)}{\sqrt{R(x)}}dx,$$

$$u_2 = \int_{a_1}^{x_1} \frac{F_2(x)}{\sqrt{R(x)}}dx + \int_{a_3}^{x_2} \frac{F_2(x)}{\sqrt{R(x)}}dx + \dots + \int_{a_{2\varrho-1}}^{x_\varrho} \frac{F_2(x)}{\sqrt{R(x)}}dx,$$

. . . .

$$u_\varrho = \int_{a_1}^{x_1} \frac{F_\varrho(x)}{\sqrt{R(x)}}dx + \int_{a_3}^{x_2} \frac{F_\varrho(x)}{\sqrt{R(x)}}dx + \dots + \int_{a_{2\varrho-1}}^{x_\varrho} \frac{F_\varrho(x)}{\sqrt{R(x)}}dx$$

definirt werden, in denen $F_1(x), F_2(x), \dots F_\varrho(x)$ ganze Functionen von nicht höherem als dem $(\varrho-1)^{\text{ten}}$ Grade bedeuten.

Es werde gesetzt

$$K_{\alpha\beta} = \int_{a_{2\beta-1}}^{a_{2\beta}} \frac{F_\alpha(x)}{\sqrt{R(x)}}\,dx,$$

$$i\overline{K}_{\alpha\beta} = \int_{a_{2\beta-2}}^{a_{2\beta-1}} \frac{F_\alpha(x)}{\sqrt{R(x)}}\,dx,$$

$$iK'_{\mu\nu} = i\overline{K}_{\mu 1} + i\overline{K}_{\mu 2} + \cdots + i\overline{K}_{\mu\nu},$$

wo in allen Integralen der Werth der vorkommenden Quadratwurzel durch die Formel

$$\sqrt{R(x)} = A_0^{\varrho+1}\left(\frac{x-a_0}{A_0}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{x-a_1}{A_0}\right)^{\frac{1}{2}}\cdots\left(\frac{x-a_{2\varrho}}{A_0}\right)^{\frac{1}{2}}$$

gegeben wird.

Versteht man noch, je nachdem A_0 positiv oder negativ ist, unter $a_{2\varrho+1}$ den Werth $+\infty$ oder $-\infty$, unter ε den Werth $+1$ oder -1, und bezeichnet die Intervalle

$$a_{2\varrho+1}\ldots a_0,\quad a_0\ldots a_1,\quad a_1\ldots a_2,\quad \ldots\quad a_{2\varrho}\ldots a_{2\varrho+1}$$

der Reihe nach mit

$$0,\qquad 1,\qquad 2,\qquad \ldots\quad 2\varrho+1,$$

so kann man setzen

$$\sqrt{R(x)} = \varepsilon^{\varrho+1}\, i^\lambda \sqrt{(-1)^\lambda R(x)},$$

wo λ das Intervall anzeigt, in dem x liegt, und $\sqrt{(-1)^\lambda R(x)}$ positiv zu nehmen ist.*)

Die Zahlen $\overset{\lambda}{m}_1, \ldots \overset{\lambda}{m}_\varrho$, $\overset{\lambda}{n}_1, \ldots \overset{\lambda}{n}_\varrho$ seien so gewählt, dass

$$\int_\infty^{a_\lambda} \frac{F_\alpha(x)}{\sqrt{R(x)}}\,dx = \overset{\lambda}{m}_1 K_{\alpha 1} + \cdots + \overset{\lambda}{m}_\varrho K_{\alpha\varrho} + i(\overset{\lambda}{n}_1 K'_{\alpha 1} + \cdots + \overset{\lambda}{n}_\varrho K'_{\alpha\varrho})$$

gesetzt werden kann; ihre Werthe sind in der folgenden Tabelle enthalten.

λ	$\overset{\lambda}{m}_1$	$\overset{\lambda}{m}_2$	$\cdots$	$\overset{\lambda}{m}_\varrho$	$\overset{\lambda}{n}_1$	$\overset{\lambda}{n}_2$	$\cdots$	$\overset{\lambda}{n}_\varrho$
0	-1	-1	$\cdots$	-1	0	0	$\cdots$	0
1	-1	-1	$\cdots$	-1	1	0	$\cdots$	0
2	0	-1	$\cdots$	-1	1	0	$\cdots$	0
3	0	-1	$\cdots$	-1	0	1	$\cdots$	0
. .	. .	. .	$\cdots$	. .	. .	. .	$\cdots$	. .
2ϱ	0	0	$\cdots$	0	0	0	$\cdots$	1

*) [Vgl. Bd. I S. 137 dieser Ausgabe.]

An Stelle von $u_1, u_2, \ldots u_\varrho$ sollen nun andere Veränderliche $v_1, v_2, \ldots v_\varrho$ mittels der Gleichungen

$$\begin{aligned} u_1 &= 2K_{11}v_1 + 2K_{12}v_2 + \cdots + 2K_{1\varrho}v_\varrho,\\ u_2 &= 2K_{21}v_1 + 2K_{22}v_2 + \cdots + 2K_{2\varrho}v_\varrho,\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ u_\varrho &= 2K_{\varrho 1}v_1 + 2K_{\varrho 2}v_2 + \cdots + 2K_{\varrho\varrho}v_\varrho \end{aligned}$$

eingeführt werden, aus denen

$$\begin{aligned} v_1 &= G_{11}u_1 + G_{21}u_2 + \cdots + G_{\varrho 1}u_\varrho,\\ v_2 &= G_{12}u_1 + G_{22}u_2 + \cdots + G_{\varrho 2}u_\varrho,\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ v_\varrho &= G_{1\varrho}u_1 + G_{2\varrho}u_2 + \cdots + G_{\varrho\varrho}u_\varrho \end{aligned}$$

folgen möge.*) Wird

$$\tau_{\alpha\beta} = (2G_{1\alpha}K'_{1\beta} + 2G_{2\alpha}K'_{2\beta} + \cdots + 2G_{\varrho\alpha}K'_{\varrho\beta})\,i$$

gesetzt, wo dann

$$\tau_{\alpha\beta} = \tau_{\beta\alpha}$$

ist, so werden die ϑ-Functionen durch die Gleichungen erklärt

$$\vartheta(v_1, \ldots v_\varrho) = \sum_{(n_1, \ldots n_\varrho)} e^{\pi i \sum\limits_{\alpha,\beta} \tau_{\alpha\beta} n_\alpha n_\beta} \cos(2n_1 v_1 + \cdots + 2n_\varrho v_\varrho)\pi,$$

$$\vartheta(v_1, \ldots v_\varrho)_\lambda = \sum_{(n_1, \ldots n_\varrho)} e^{\pi i \sum\limits_{\alpha,\beta} \tau_{\alpha\beta}\left(n_\alpha + \frac{1}{2}\overset{\lambda}{n}_\alpha\right)\left(n_\beta + \frac{1}{2}\overset{\lambda}{n}_\beta\right)} \cos\left[\left(n_1 + \frac{1}{2}\overset{\lambda}{n}_1\right)(2v_1 + \overset{\lambda}{m}_1) + \cdots\right]\pi,$$

in denen $n_1, \ldots n_\varrho$ bei der Summation unabhängig von einander alle ganzzahligen Werthe von $-\infty$ bis $+\infty$ zu durchlaufen haben. Unter

$$\vartheta(v_1, \ldots v_\varrho)_{\lambda\mu}$$

soll die Function verstanden werden, in die $\vartheta(v_1, \ldots v_\varrho)_\lambda$ dadurch übergeht, dass $\overset{\lambda}{m}_\alpha, \overset{\lambda}{n}_\alpha$ durch $\overset{\lambda\mu}{m}_\alpha, \overset{\lambda\mu}{n}_\alpha$ ersetzt werden, wo $\overset{\lambda\mu}{m}_\alpha$ entweder gleich Null oder gleich -1, $\overset{\lambda\mu}{n}_\alpha$ entweder gleich Null oder gleich $+1$ und so angenommen ist, dass

$$\overset{\lambda\mu}{m}_\alpha \equiv \overset{\lambda}{m}_\alpha + \overset{\mu}{m}_\alpha \mod 2,$$

$$\overset{\lambda\mu}{n}_\alpha \equiv \overset{\lambda}{n}_\alpha + \overset{\mu}{n}_\alpha \mod 2.$$

*) [Vgl. Bd. I S. 148—150 dieser Ausgabe.]

Endlich sei noch

$$\varphi(x) = (x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_\varrho),$$
$$R_1(x) = \frac{R(x)}{A_0}.$$

Mit Hülfe aller dieser Bezeichnungen ergeben sich auf Grund des durch die ϱ Integralgleichungen vermittelten Zusammenhanges zwischen den beiden Grössensystemen $u_1, \dots u_\varrho$ und $x_1, \dots x_\varrho$ die folgenden Formeln:

$$\frac{\sqrt{\varepsilon^\varrho(-1)^\alpha \varphi(a_{2\alpha})}}{\sqrt[4]{R_1'(a_{2\alpha})}} = \frac{\vartheta(v_1, \dots v_\varrho)_{2\alpha}}{\vartheta(v_1, \dots v_\varrho)},$$

$$\frac{\sqrt{\varepsilon^\varrho(-1)^{\alpha-1} \varphi(a_{2\alpha-1})}}{\sqrt[4]{-R_1'(a_{2\alpha-1})}} = \frac{\vartheta(v_1, \dots v_\varrho)_{2\alpha-1}}{\vartheta(v_1, \dots v_\varrho)},$$

$$\sqrt{\frac{\pm(a_\lambda - a_\mu)}{A_0}} \sum_\alpha \frac{\sqrt{R(x_\alpha)}}{(x_\alpha - a_\lambda)(x_\alpha - a_\mu)\varphi'(x_\alpha)} = \frac{\vartheta(v_1, \dots v_\varrho)\,\vartheta(v_1, \dots v_\varrho)_{\lambda\mu}}{\vartheta(v_1, \dots v_\varrho)_\lambda\,\vartheta(v_1, \dots v_\varrho)_\mu},$$

wo das Vorzeichen von $a_\lambda - a_\mu$ so zu wählen ist, dass $\frac{\pm(a_\lambda - a_\mu)}{A_0}$ positiv wird, während der Quadratwurzel der positive Werth beigelegt wird. Die Wurzelgrössen $\sqrt{R(x_1)}, \dots \sqrt{R(x_\varrho)}$ müssen dieselben Werthe haben, wie die Endwerthe von $\sqrt{R(x)}$ bei den einzelnen Integrationen in dem ersten Gleichungssystem (S. 289).

Man erhält ferner, wenn

$$P(x) = (x-a_1)(x-a_3)\dots(x-a_{2\varrho-1})$$

gesetzt wird,

$$\sum_\alpha \int_{a_{2\alpha-1}}^{x_\alpha} \frac{1}{2}\left(1 + \frac{P(x)}{P(a)}\frac{\sqrt{R(a)}}{\sqrt{R(x)}}\right)\frac{dx}{x-a} =$$
$$-\sum_\alpha v_\alpha \frac{\partial \log \vartheta(v_1', \dots v_\varrho')}{\partial v_\alpha'} + \log \frac{\vartheta(0, \dots 0)\,\vartheta(v_1 + v_1', \dots v_\varrho + v_\varrho')}{\vartheta(v_1, \dots v_\varrho)\,\vartheta(v_1', \dots v_\varrho')},$$

wo

$$v_\alpha' = G_{1\alpha} w_1 + G_{2\alpha} w_2 + \dots + G_{\varrho\alpha} w_\varrho$$

und

$$w_\alpha = \int_a^\infty \frac{F_\alpha(x)}{\sqrt{R(x)}}\,dx.$$

In diesem Integral muss der Anfangswerth von $\sqrt{R(x)}$ mit dem in der vorangehenden Integralformel vorkommenden Werthe von $\sqrt{R(a)}$ übereinstimmen.

Die Integration zwischen $a_{2\alpha-1}$ und x_α ist auf dieselbe Weise auszuführen wie in dem ersten Gleichungssystem. Unter derselben Voraussetzung gelten noch die Formeln

$$\sum_\alpha \frac{1}{2} \int_{a_{2\alpha-1}}^{x_\alpha} \frac{P(x)}{P(a)}\frac{\sqrt{R(a)}}{\sqrt{R(x)}}\frac{dx}{x-a} =$$
$$-\sum_\alpha v_\alpha \frac{\partial \log \vartheta(v_1', \dots v_\varrho')}{\partial v_\alpha'} + \frac{1}{2}\log \frac{\vartheta(v_1 + v_1', \dots v_\varrho + v_\varrho')}{\vartheta(v_1 - v_1', \dots v_\varrho - v_\varrho')},$$

$$\frac{\varphi(a)}{P(a)} = \frac{\vartheta^2(0, \dots 0)\,\vartheta(v_1 + v_1', \dots v_\varrho + v_\varrho')\,\vartheta(v_1 - v_1', \dots v_\varrho - v_\varrho')}{\vartheta^2(v_1, \dots v_\varrho)\,\vartheta^2(v_1', \dots v_\varrho')}.$$

Die Systeme von Fundamentalperioden $2K_{\alpha\beta}$, $2iK_{\alpha\beta}'$, die bei der Definition der ϑ-Functionen auftreten, können nach einem jetzt näher anzugebenden Verfahren auf unendlich viele Weisen durch andere ersetzt werden.

Es sei

$$(P_1, \dots P_\varrho, \ Q_1, \dots Q_\varrho)$$

ein System von Fundamentalperioden einer Integralfunction, die aus je ϱ Integralen erster und zweiter Art zusammengesetzt ist. Jede homogene lineare Function dieser Fundamentalperioden mit ganzzahligen Coefficienten stellt wieder eine Periode des Integrals dar.

Sind p und p' zwei solche Perioden, und

$$p = a_1 P_1 + \dots + a_\varrho P_\varrho + b_1 Q_1 + \dots + b_\varrho Q_\varrho,$$
$$p' = a_1' P_1 + \dots + a_\varrho' P_\varrho + b_1' Q_1 + \dots + b_\varrho' Q_\varrho,$$

so wird durch das Periodenpaar p, p' eine ganze Zahl (p, p') vermittelst der Formel

$$(p, p') = a_1 b_1' + a_2 b_2' + \dots + a_\varrho b_\varrho' - (a_1' b_1 + a_2' b_2 + \dots + a_\varrho' b_\varrho)$$

bestimmt. Aus dieser folgt

$$(p, p') = -(p', p), \quad (p, p) = 0,$$

und wenn m eine beliebige ganze Zahl bedeutet,

$$(p, mp') = m(p, p'), \quad (mp, p') = m(p, p').$$

Ferner gelten, wenn p'' eine dritte Periode derselben Art wie p und p' bezeichnet, die Gleichungen

$$(p, p'+mp'') = (p, p')+m(p, p''),$$
$$(p+mp'', p') = (p, p')+m(p'', p').$$

Sind nun

$$p_1, \dots p_\varrho, \quad q_1, \dots q_\varrho$$

2ϱ in der eben beschriebenen Weise aus den obigen Fundamentalperioden entstandene Perioden, so bilden sie wieder ein Fundamentalsystem, wenn sie folgenden Bedingungsgleichungen genügen, in denen α und β beliebige Zahlen aus der Reihe $1, 2, \dots \varrho$ bedeuten:

$$\begin{aligned} (p_\alpha, p_\beta) &= 0, \\ (q_\alpha, q_\beta) &= 0, \\ (p_\alpha, q_\beta) &= 0, \qquad (\beta \gtrless \alpha) \\ (p_\alpha, q_\alpha) &= 1. \end{aligned}$$

Sind diese Bedingungen erfüllt, so kann das System auf vier verschiedene Arten in ein anderes umgestaltet werden, das denselben Bedingungsgleichungen ebenfalls genügt.

Und zwar kann erstens, wenn λ irgend eine Zahl aus der Reihe $1, 2, \dots \varrho$ bedeutet, q_λ an die Stelle von p_λ und gleichzeitig $-p_\lambda$ an die Stelle von q_λ gesetzt werden, woraus sofort folgt, dass das Paar p_λ, q_λ auch durch $-p_\lambda, -q_\lambda$ und durch $-q_\lambda, p_\lambda$ ersetzt werden darf.

Zweitens können irgend zwei Perioden aus der Reihe $p_1, \dots p_\varrho$ unter einander vertauscht werden, wenn dasselbe mit den beiden entsprechenden Perioden aus der Reihe $q_1, \dots q_\varrho$ geschieht.

Drittens darf q_λ durch $q_\lambda + mp_\lambda$ vertreten werden, für m als ganze Zahl.

Endlich können, für $\mu \gtrless \lambda$, gleichzeitig p_λ durch $p_\lambda + mp_\mu$ und q_μ durch $q_\mu - mq_\lambda$ ersetzt werden.

ANMERKUNG.

Die vorstehende Abhandlung ist, von unbedeutenden Änderungen abgesehen, der Inauguraldissertation von M. Henoch: De Abelianarum functionum periodis (Berolini 1867) entnommen, wo sie, als Mittheilung von Weierstrass an den Verfasser, auf S. 2–5 in lateinischer Sprache reproducirt ist. Ihrem Inhalt nach deckt sie sich im Wesentlichen mit dem ebenfalls eine Mittheilung von Weierstrass wiedergebenden § 1 der Abhandlung von L. Königsberger: Zur Transformation der Abelschen Functionen erster Ordnung (Crelles Journal Bd. 64 (1865), S. 18–21). An einigen Stellen, auf die durch Fussnoten hingewiesen ist, unterscheidet sie sich nur in den Bezeichnungen von der von Weierstrass selbst veröffentlichten Arbeit Zur Theorie der Abelschen Functionen (Crelles Journal Bd. 47 (1854); Bd. I S. 133–152 dieser Ausgabe).

K.

UBER NORMALFORMEN ALGEBRAISCHER GEBILDE.

Die Aufgabe, die im Folgenden für specielle Fälle behandelt werden soll, ist: die einfachsten Gleichungen aufzustellen, durch welche eine gegebene zwischen x und y ersetzt werden kann, oder: alle Gleichungen vom Range ϱ zu bilden, aus denen die übrigen durch Transformation entstehen. Eine Gleichung zwischen x und y kann ersetzt werden durch eine andere zwischen zwei rationalen Functionen ξ, η von x, y, die nur der Beschränkung unterworfen sind, dass auch umgekehrt x, y sich rational durch ξ, η ausdrücken lassen. Um die einfachsten Gleichungen zu erhalten, wählt man die rationalen Functionen ξ und η in der Weise, dass sie nur an einer Stelle und von möglichst niedriger Ordnung unendlich werden. Solche Normalgleichungen werden im Folgenden für $\varrho = 1, 2, 3$ vollständig aufgestellt; bequem durchführbar ist die Untersuchung noch für $\varrho = 4$. Der Fall $\varrho = 5$ ist schon complicirter; doch scheint es, als ob sich die Aufgabe allgemein erledigen lasse.

$$\varrho = 1.$$

Für jede Stelle des Gebildes vom Range 1 giebt es rationale Functionen, die nur an dieser Stelle unendlich werden von der zweiten, dritten und jeder höheren Ordnung, aber für keine Stelle existirt eine Function, die nur an dieser und von der Ordnung 1 unendlich wird. Man kann daher eine unendliche Reihe von Functionen

$$\xi_2, \xi_3, \xi_4, \ldots$$

aufstellen, die nur an einer, willkürlich angenommenen Stelle unendlich werden, jede von derjenigen Ordnung, die ihr Index angiebt.*) Zwei davon, und zwar die beiden ersten, greifen wir heraus. ξ_2^3 und ξ_3^2 sind von der Ordnung 6, beginnen also, nach Potenzen von t entwickelt,**) beide mit t^{-6}. Die Coefficienten der Anfangsglieder können dadurch in Übereinstimmung gebracht werden, dass ξ_2^3 mit einem constanten Factor a multiplicirt wird; die Differenz

$$\xi_3^2 - a\xi_2^3$$

ist dann eine Function von der fünften Ordnung.

$\xi_2\xi_3$ ist ebenfalls von der fünften Ordnung und kann mit einem constanten Factor b so multiplicirt werden, dass die Anfangscoefficienten beider Functionen übereinstimmen. Dann wird

$$\xi_3^2 - a\xi_2^3 - b\xi_2\xi_3$$

eine Function vierter Ordnung. Eine solche ist auch ξ_2^2; man wird also c so wählen können, dass

$$\xi_3^2 - a\xi_2^3 - b\xi_2\xi_3 - c\xi_2^2$$

von der dritten Ordnung ist. Fährt man so fort, so kann man noch die Coefficienten d und e so bestimmen, dass

$$\xi_3^2 - a\xi_2^3 - b\xi_2\xi_3 - c\xi_2^2 - d\xi_3 - e\xi_2$$

von einer niedrigeren als der zweiten Ordnung unendlich wird. Eine solche Function existirt aber nicht; es wird also

$$\xi_3^2 - a\xi_2^3 - b\xi_2\xi_3 - c\xi_2^2 - d\xi_3 - e\xi_2 - f = 0$$

sein müssen, wo auch f eine Constante bedeutet. Diese Gleichung, welche in ξ_3 quadratisch ist, kann man in der Form

$$(\xi_3 - \tfrac{1}{2}(b\xi_2 + d))^2 = a\xi_2^3 + b'\xi_2^2 + c'\xi_2 + d'$$

schreiben. Nun ändert die Function ξ_3 ihren Charakter nicht, wenn man

*) [Vgl. Bd. IV S. 225 dieser Ausgabe.]

**) [Vgl. über die Bedeutung von t Bd. IV S. 16 dieser Ausgabe.]

sie durch $\xi_3 - \frac{1}{2}(b\xi_2 + d)$ ersetzt. Bezeichnen wir diese Grösse mit η, so erhalten wir

$$\eta^2 = a\xi_2^3 + b'\xi_2^2 + c'\xi_2 + d'.$$

Hier kann noch $\xi_2 = \alpha\xi + \beta$ gesetzt und α, β so bestimmt werden, dass der Coefficient von ξ_2^3 den speciellen Werth 4 annimmt, der von ξ_2^2 gleich Null wird. Es wird nämlich

$$\eta^2 = a(\alpha^3\xi^3 + 3\alpha^2\beta\xi^2 + \cdots) + b'(\alpha^2\xi^2 + \cdots) + \cdots.$$

Man setze nun

$$a\alpha^3 = 4, \quad 3a\alpha^2\beta + b'\alpha^2 = 0.$$

Diese Bestimmung von α und β ist möglich, da a nicht gleich Null ist.

Die Gleichung zwischen ξ und η nimmt jetzt die Form an:

$$\eta^2 = 4\xi^3 - g_2\xi - g_3.$$

Man kann noch eine Constante herausbringen, indem man bewirkt, dass g_2 und g_3 einander gleich werden. Setzt man nämlich

$$\eta = m\eta', \quad \xi = n\xi',$$

so wird

$$m^2\eta'^2 = 4n^3\xi'^3 - g_2 n\xi' - g_3.$$

Wählt man die Factoren m, n so, dass

$$n = \frac{g_3}{g_2}, \quad m^2 = n^3$$

ist, so erhält man in der That

$$\eta'^2 = 4\xi'^3 - \lambda(\xi' + 1)$$

für

$$\lambda = \frac{g_3}{m^2} = \frac{g_2^3}{g_3^2}.$$

Da aber hierbei der Fall $g_2 = 0$ ausgeschlossen werden muss, so ist es zweckmässiger, beide Constanten g_2 und g_3 beizubehalten.

Es ist jetzt nicht schwer zu sehen, dass durch ξ und η alle rationalen Functionen des Paares (xy), und somit auch x und y selbst, rational ausgedrückt werden können.

Zunächst ist klar, dass nach Aufstellung der Reihe

$$\xi_2, \xi_3, \xi_4, \ldots$$

jede rationale Function, die nur an der betrachteten Stelle unendlich wird, dargestellt werden kann in der Form

$$\xi = a_0 + a_2 \xi_2 + a_3 \xi_3 + \cdots,$$

wo $a_0, a_2, \ldots$ constante Coefficienten bedeuten; die Reihe auf der rechten Seite bricht mit $a_n \xi_n$ ab, wenn ξ von der n^{ten} Ordnung ist. Nun können wir die Functionen ξ_μ in folgender Weise wählen:

$$\xi_2 = \xi, \quad \xi_3 = \eta, \quad \xi_4 = \xi^2, \quad \xi_5 = \xi\eta, \quad \ldots,$$

allgemein

$$\xi_m \text{ gleich } \xi^{\frac{m}{2}} \text{ oder } \xi^{\frac{m-3}{2}} \eta,$$

je nachdem m eine gerade oder eine ungerade Zahl ist. Daraus folgt: Jede rationale Function von x, y, die nur an der gewählten Stelle unendlich wird, lässt sich als ganze Function von ξ, η darstellen.

Haben wir aber eine Function ζ, die ausser an dieser auch an anderen Stellen unendlich gross wird, so lässt sich eine ganze Function $G(\xi)$ so wählen, dass das Product $\zeta . G(\xi)$ nur gleichzeitig mit ξ unendlich wird. Man hat zu diesem Zweck nur diejenigen endlichen Werthe $a_1, a_2, a_3, \ldots$ zu bestimmen, die ξ an den Stellen annimmt, wo ζ unendlich wird, und die zugehörigen Ordnungszahlen $m_1, m_2, m_3, \ldots$. Setzt man alsdann

$$G(\xi) = \Pi(\xi - a_\lambda)^{m_\lambda},$$

so kann $\zeta . G(\xi)$ offenbar nur gleichzeitig mit ξ unendlich werden. Demnach ist

$$\zeta . G(\xi) = F(\xi, \eta),$$

wo $F(\xi, \eta)$ eine ganze Function von ξ und η bedeutet. Hiermit ist bewiesen, dass alle rationalen Functionen von x, y, also auch x und y selbst, sich rational durch ξ, η ausdrücken lassen.

$$\varrho = 2.$$

Von diesem Werthe des Ranges an gilt die Bemerkung, dass eine ausgezeichnete Stelle immer so gewählt werden kann, dass eine Function existirt, die nur an ihr und zwar von der Ordnung ϱ oder einer niedrigeren, unendlich gross wird. Die Stelle ist nämlich so anzunehmen, dass eine bestimmte Determinante verschwindet.*) Die Zahl 1 fehlt sicher in der Reihe der Ordnungszahlen; ξ_2 muss demnach existiren. Ausser der Zahl 1 muss noch eine fehlen, und dies muss 3 sein. Denn angenommen, es wäre ξ_3 vorhanden, so würden, da ξ_4 sicher vorhanden ist, weil man hierfür ξ_2^2 nehmen kann, alle folgenden Functionen: $\xi_5, \xi_6, \xi_7, \ldots$ ebenfalls vorhanden sein; für ξ_5 könnte man $\xi_2 \xi_3$ nehmen, dann ξ_2^3 für ξ_6, u. s. f.

Also muss ξ_3 fehlen; die Functionen $\xi_2, \xi_4, \xi_5, \xi_6, \ldots$ existiren dann sämmtlich.

Zwischen je zwei dieser Functionen besteht eine algebraische Gleichung. ξ_2 und ξ_4 zu wählen, würde unzweckmässig sein, weil sich durch diese Functionen nicht umgekehrt x und y rational ausdrücken lassen. Wir untersuchen also, welche Gleichung zwischen ξ_2 und ξ_5 besteht.

ξ_5^2 ist von der Ordnung 10; $\xi_5^2 - a\xi_2^5$, wenn a zweckmässig bestimmt wird, von der Ordnung 9; in ähnlicher Weise wie vorher schliesst man weiter, dass der Ausdruck

$$\xi_5^2 - a\xi_2^5 - b\xi_2^2\xi_5 - c\xi_2^4 - d\xi_2\xi_5 - e\xi_2^3 - f\xi_5 - g\xi_2^2$$

bei geeigneter Wahl der Coefficienten von der Ordnung 3 sein müsste. Eine solche Function existirt aber nicht; folglich muss dieses Aggregat von der Ordnung 2 und demnach in der Form $h\xi_2 + k$ darstellbar sein. Wir bekommen also zwischen ξ_5 und ξ_2 die Gleichung

$$(\xi_5 - \tfrac{1}{2}(b\xi_2^2 + d\xi_2 + f))^2 = R(\xi_2),$$

wo $R(\xi_2)$ eine ganze Function fünften Grades bedeutet. Oder, wenn in derselben Weise wie vorhin ξ_5 und ξ_2 durch ξ und η ersetzt werden:

$$\eta^2 = 4\xi^5 - g_1\xi^3 - g_2\xi^2 - g_3\xi - g_4.$$

Es lässt sich noch, ebenso wie dort, eine letzte Reduction vornehmen, durch

*) [Vgl. Bd. IV S. 213 dieser Ausgabe.]

die die Anzahl der vorkommenden Constanten um eine Einheit verringert wird; die Gleichung enthält also drei wesentliche Constanten.

$$\varrho = 3.$$

Wir wählen wieder eine Stelle so, dass eine Function existirt, die nur an dieser Stelle und von der Ordnung ϱ oder einer niedrigeren unendlich wird.

Existirt ξ_2, so giebt es auch Functionen der vierten, sechsten, achten Ordnung, u. s. w., nämlich $\xi_2^2, \xi_2^3, \xi_2^4, \ldots$. ξ_3 und ξ_5 müssen dann fehlen, ξ_7 aber existiren. In $\xi_2\xi_7, \xi_2^2\xi_7, \ldots$ haben wir dann Functionen neunter, elfter Ordnung u. s. f. vor uns. Die Reihe der fehlenden Zahlen ist demnach hier 1, 3, 5.

Fehlt ξ_2, so existirt ξ_3. Ausser den Ordnungszahlen 1, 2 muss dann noch eine fehlen und zwar 4 oder 5. Denn wenn ξ_3, ξ_4, ξ_5 existirten, so könnte man aus ihnen auch Functionen aller höheren Ordnungen bilden, z. B. $\xi_3^2 = \xi_6$, $\xi_3\xi_4 = \xi_7$, $\xi_3\xi_5 = \xi_8, \ldots$.

Die fehlenden Ordnungszahlen sind demnach für $\varrho = 3$ entweder 1, 3, 5 oder 1, 2, 4 oder 1, 2, 5. Wir behandeln zunächst den Fall, wo die Functionen ξ_1, ξ_2, ξ_4 fehlen, $\xi_3, \xi_5, \xi_6, \xi_7, \ldots$ aber existiren.

Greifen wir aus dieser Reihe ξ_3, ξ_5, ξ_7 heraus, so lässt sich allgemein eine Function ξ von der n^{ten} Ordnung mittels eines der drei Ausdrücke

$$\xi_3^m \quad \text{oder} \quad \xi_3^m\xi_5 \quad \text{oder} \quad \xi_3^m\xi_7$$

bilden, vorausgesetzt dass n nicht gleich 1, 2 oder 4 ist; denn jede Zahl, die grösser ist als 4, lässt sich darstellen in einer der drei Formen $3m$, $3m+5$ oder $3m+7$. Es folgt hieraus, dass jede Function, die nur an der betrachteten Stelle unendlich wird, in die Form

$$\xi = \alpha\xi_7 + \beta\xi_5 + \gamma$$

gesetzt werden kann, wo α, β, γ ganze Functionen von ξ_3 sind, und zwar nur auf eine Weise, weil eine Gleichung

$$\alpha'\xi_7 + \beta'\xi_5 + \gamma' = 0$$

nur bestehen kann, wenn α', β' und γ' gleich Null sind. Die Grade der drei

Functionen α, β, γ bestimmen sich dadurch, dass eins der drei Producte $\alpha\xi_7$, $\beta\xi_5$, γ von derselben Ordnung sein muss wie ξ, die beiden anderen von niedrigerer.

Man kann also folgende Gleichungen ansetzen:

$$\begin{aligned} \xi_5^2 &= \alpha_1\xi_7 + \beta_1\xi_5 + \gamma_1, \\ \xi_5\xi_7 &= \alpha_2\xi_7 + \beta_2\xi_5 + \gamma_2, \\ \xi_7^2 &= \alpha_3\xi_7 + \beta_3\xi_5 + \gamma_3. \end{aligned}$$

Hierbei kann α_2 höchstens vom ersten, β_2 höchstens vom zweiten Grade in Bezug auf ξ_3 sein. Daher kann ξ_5 durch $\xi_5 - \alpha_2$, ξ_7 durch $\xi_7 - \beta_2$ ersetzt werden. Hierdurch wird bewirkt, dass die Coefficienten α_2, β_2 fortfallen, die mittlere Gleichung also die einfachere Form annimmt:

$$\xi_5\xi_7 = \gamma_2.$$

Aus den drei Gleichungen ist nun ξ_7 zu eliminiren. Wir bilden zunächst $\xi_5^2\xi_7$ auf doppelte Weise, indem wir die erste Gleichung mit ξ_7, die zweite mit ξ_5 multipliciren. Auf diese Weise ergiebt sich

$$\alpha_1\xi_7^2 + \beta_1\xi_5\xi_7 + \gamma_1\xi_7 = \gamma_2\xi_5.$$

Ersetzt man hier ξ_7^2 und $\xi_5\xi_7$ durch ihre linearen Ausdrücke, so folgt durch Vergleichung

$$\alpha_1\alpha_3 + \gamma_1 = 0, \quad \alpha_1\beta_3 = \gamma_2, \quad \alpha_1\gamma_3 + \beta_1\gamma_2 = 0$$

oder

$$\gamma_1 = -\alpha_1\alpha_3, \quad \gamma_2 = \alpha_1\beta_3, \quad \gamma_3 = -\beta_1\beta_3.$$

Dasselbe Resultat würde sich aus der zweiten und dritten Gleichung ergeben haben. Wir bekommen also

$$\begin{aligned} \xi_5^2 &= \alpha_1\xi_7 + \beta_1\xi_5 - \alpha_1\alpha_3, \\ \xi_5\xi_7 &= \alpha_1\beta_3, \\ \xi_7^2 &= \alpha_3\xi_7 + \beta_3\xi_5 - \beta_1\beta_3. \end{aligned}$$

Die dritte Gleichung ist jetzt eine nothwendige Folge der beiden ersten. α_1 muss vom ersten, β_3 vom dritten Grade sein; der Grad von β_1 ist höchstens gleich 1, der von α_3 höchstens gleich 2.

Indem wir jetzt ξ_7 eliminiren, bekommen wir die Gleichung zwischen

ξ_3 und ξ_5:

$$\xi_5^3 - \beta_1 \xi_5^2 + \alpha_1 \alpha_3 \xi_5 - \alpha_1^2 \beta_3 = 0.$$

Sie kann die ursprüngliche zwischen x und y ersetzen. Denn einerseits sind ξ_3, ξ_5 rational in x, y. Andrerseits lassen sich zunächst diejenigen Functionen, die nur an der ausgezeichneten Stelle unendlich werden, sämmtlich darstellen in der Form

$$\alpha \xi_7 + \beta \xi_5 + \gamma.$$

Da nun ξ_7 rational in ξ_3 und ξ_5 ist, so lassen sich alle diese Functionen rational durch ξ_3 und ξ_5 ausdrücken. Daraus folgt aber sofort, dass alle rationalen Functionen von x, y, somit auch x, y selbst, rational durch ξ_3 und ξ_5 ausdrückbar sind.*)

Da α_1, β_1 lineare Functionen von ξ_3 sind, während α_3 vom zweiten, β_3 vom dritten Grade ist, so enthält die Gleichung zwischen ξ_5 und ξ_3 elf Coefficienten. Man kann nun zunächst einen Coefficienten dadurch wegschaffen, dass man ξ_5 durch $\xi_5 + \varkappa \alpha_1$ ersetzt und die Constante $\varkappa$ zweckmässig wählt. Es lässt sich auf diese Weise bewirken, dass die lineare Function β_1 durch eine Constante ersetzt wird.

Ferner darf man ξ_3 durch α_1 ersetzen, wodurch zwei weitere Constanten wegfallen. Endlich kann man noch zwei Constanten entfernen, indem man ξ_5 durch $\lambda \xi_5$, ξ_3 durch $\mu \xi_3$ ersetzt, und λ, μ passend wählt. Die so reducirte Gleichung enthält dann nur noch sechs wesentliche Constanten.

Wir denken uns nun umgekehrt eine Gleichung der Form

$$\eta^3 - \beta_1 \eta^2 + \alpha_1 \alpha_3 \eta - \alpha_1^2 \beta_3 = 0$$

gegeben, in der $\alpha_1, \beta_1, \alpha_3, \beta_3$ ganze Functionen von ξ sind, von denen α_1 wirklich vom ersten, β_3 vom dritten Grade ist, während β_1 vom ersten, α_3 vom zweiten Grade sein kann, aber auch von niedrigerem Grade. Die Gleichung kann, für hinlänglich grosse Werthe von ξ, aufgelöst werden, indem

$$\xi = t^{-3}, \quad \eta = \varkappa_0 t^{-5} + \varkappa_1 t^{-4} + \cdots$$

gesetzt wird. Der erste Coefficient $\varkappa_0$ bestimmt sich durch die Bedingung

$$\varkappa_0^3 = m^2 n,$$

*) [Vgl. Bd. IV S. 216–217 dieser Ausgabe.]

wenn m den Coefficienten von ξ in α_1, n den von ξ_3 in β_3 bedeutet. Durch dieses Functionenpaar sind alle Werthepaare $(\xi\eta)$ gegeben, die der Gleichung genügen, und bei denen ξ dem absoluten Betrage nach einen bestimmten Werth überschreitet. Die Gleichung besitzt mithin nur ein unendlich fernes Element, und zwar wird ξ von der dritten, η von der fünften Ordnung unendlich. Man kann daher ξ als ξ_3, η als ξ_5 annehmen. Setzt man nun

$$\zeta = \frac{\alpha_1 \beta_3}{\eta},$$

so ist, da α_1 an der unendlich fernen Stelle von der dritten, β_3 von der neunten Ordnung unendlich wird, η aber von der fünften, ζ offenbar eine Function, die dort von der siebenten Ordnung unendlich gross wird.

Nach dem Ausdruck für ζ wäre nicht ausgeschlossen, dass ζ auch für $\eta = 0$ unendlich gross würde. Nimmt man aber die Gleichung zwischen ξ und η zu Hülfe, so kann man die Formel aufstellen

$$\zeta^2 = \alpha_3 \zeta + \beta_3 \eta - \beta_1 \beta_3,$$

aus der hervorgeht, dass ζ nur gleichzeitig mit ξ und η unendlich gross werden kann. Wir dürfen also $\zeta = \xi_7$ setzen. Aus ξ_3, ξ_5 und ξ_7 können wir durch Multiplication andere Functionen ξ bilden, die von einer beliebigen Ordnung unendlich werden. Ausgenommen sind nur die Ordnungszahlen 1, 2 und 4. Die Gleichung zwischen ξ und η ist demnach nicht von höherem als dem dritten Range.

Wir setzen noch $\alpha_1 = \xi$, $\eta = \xi\xi'$. Dann verwandelt sich die Gleichung in folgende:

$$\xi \xi'^3 - \beta_1 \xi'^2 + \alpha_3 \xi' - \beta_3 = 0.$$

β_1, α_3 und β_3 sind ganze Functionen von ξ; β_1 vom ersten, α_3 vom zweiten, β_3 vom dritten Grade. Von der vierten Dimension ist nur das Glied $\xi\xi'^3$. Fasst man das durch die Gleichung dargestellte Gebilde als eine Curve auf, so stellt die Gleichung

$$\xi \xi'^3 = 0$$

die Asymptotenrichtungen dar; aus ihr ist ersichtlich, dass die Curve im Unendlichen eine Wendetangente hat. Da jede Curve vierten Grades Wendetangenten aufweist, so braucht man, um diese Form zu erhalten, nur eine

Projection der Art zu machen, dass der Berührungspunkt der Wendetangente ins Unendliche fällt, und kann daher sagen: Unsere Gleichung entspringt aus der allgemeinen Gleichung vierten Grades zwischen zwei Veränderlichen.

Nicht jede Gleichung dritten Ranges kann in dieser Weise transformirt werden. Wir betrachten jetzt den Fall, wo ξ_3 und ξ_4 existiren, aber ξ_1, ξ_2 und ξ_5 fehlen. Jede Function, die nur an der ausgezeichneten Stelle unendlich wird, muss sich in der Form

$$\xi_5 = \alpha\xi_4^2 + \beta\xi_4 + \gamma$$

darstellen, wo α, β, γ ganze Functionen von ξ_3 sind. Die Grade dieser drei Functionen sind wieder dadurch bestimmt, dass eins der drei Producte $\alpha\xi_4^2$, $\beta\xi_4, \gamma$ von derselben Ordnung sein muss wie ξ_5, die beiden anderen von niedrigerer. Setzt man also

$$\xi_3^3 = \alpha\xi_4^2 + \beta\xi_4 + \gamma,$$

so muss diese Gleichung erfüllt werden können, indem für α eine ganze Function ersten, für β eine Function zweiten, und für γ eine Function vierten Grades von ξ_3 gesetzt wird. Die Gleichung enthält demnach zehn willkürliche Coefficienten. Man kann aber noch eine Transformation vornehmen, durch welche die Anzahl der Coefficienten um 5 erniedrigt wird, indem man

$$\xi_3 = \varkappa\xi + \lambda,$$
$$\xi_4 = \mu\eta + \nu\xi + \varrho$$

einführt und $\varkappa, \lambda, \mu, \nu, \varrho$ zweckmässig bestimmt. Es sind also nur fünf wesentliche Constanten vorhanden. Dies ist eine speciellere Form der Gleichung vierten Grades; die Curve hat eine Wendetangente, die zugleich Doppeltangente ist.

Es bleibt nur noch der Fall übrig, wo ξ_2 existirt, ξ_1, ξ_3 und ξ_5 aber fehlen. Jede Function, die nur an der ausgezeichneten Stelle unendlich wird, lässt sich hier auf die Form

$$\alpha\xi_7 + \beta$$

bringen, wo α und β ganze Functionen von ξ_2 sind. Es besteht also eine quadratische Gleichung

$$\xi_7^2 = \alpha\xi_7 + \beta,$$

wo α höchstens vom dritten, β aber nothwendig vom siebenten Grade ist. Diese Gleichung kann man auch in der Form

$$\left(\xi_7 - \frac{\alpha}{2}\right)^2 = \beta'$$

schreiben, wo β' ebenfalls vom siebenten Grade in ξ_2 ist, und nun ξ_7 für $\xi_7 - \frac{\alpha}{2}$ setzen. Dadurch ergiebt sich als dritte Form

$$\xi_7^2 = a\xi_2^7 + b\xi_2^6 + \cdots,$$

wie denn überhaupt immer, wenn eine Function ξ_2 existirt, die Gleichung auf die Normalgleichung des hyperelliptischen Gebildes zurückführbar ist. Diese Gleichung enthält wiederum nur fünf wesentliche Constanten.

ANMERKUNG.

Die vorstehende Abhandlung hat Herr F. Schottky unter Benutzung eines Theiles der von Weierstrass im Winter-Semester 1873—74 über die Theorie der Abelschen Functionen gehaltenen Vorlesung ausgearbeitet.

K.

ZUR INTEGRATION DER HYPERELLIPTISCHEN DIFFERENTIAL-GLEICHUNGEN.

(Zusatz zu der in der Königl. Akademie der Wissenschaften am 17. Februar 1862 gelesenen Abhandlung.)

Ohne das Abel'sche Theorem vorauszusetzen, kann man die Integrale der in der genannten Abhandlung*) behandelten Differential-Gleichungen

$$(1.)\qquad \sum_\nu \frac{dx_\nu}{\sqrt{R(x_\nu)}} = 0,\quad \sum_\nu \frac{x_\nu\, dx_\nu}{\sqrt{R(x_\nu)}} = 0,\quad \ldots\quad \sum_\nu \frac{x_\nu^{\varrho-1}\, dx_\nu}{\sqrt{R(x_\nu)}} = 0 \qquad (\nu = 0, 1, \ldots \varrho)$$

folgendermassen erhalten.

Aus den vorstehenden Gleichungen folgt, wenn x eine willkürliche Grösse und $f(x)$ eine beliebige ganze Function $(\varrho-1)^{\text{ten}}$ Grades bedeutet,

$$\sum_\nu \frac{f(x_\nu)\, dx_\nu}{\sqrt{R(x_\nu)}} = 0.$$

Bezeichnet man nun

$$(x-x_0)(x-x_1)\ldots(x-x_\varrho)$$

mit $F(x)$ und nimmt

$$f(x) = \frac{F(x)}{(x-x_\lambda)(x-x_\mu)},$$

unter λ, μ irgend zwei der Zahlen $0, 1, \ldots \varrho$ verstehend, so hat man $f(x_\nu) = 0$, wenn ν sowohl von λ als von μ verschieden ist, und

$$f(x_\lambda) = \frac{F'(x_\lambda)}{x_\lambda - x_\mu},\qquad f(x_\mu) = \frac{F'(x_\mu)}{x_\mu - x_\lambda},$$

und daher

$$\frac{f(x_\lambda)\, dx_\lambda}{\sqrt{R(x_\lambda)}} + \frac{f(x_\mu)\, dx_\mu}{\sqrt{R(x_\mu)}} = 0$$

*) [Vgl. Bd. I S. 267—273 dieser Ausgabe.]

oder

$$\frac{F'(x_\lambda)\,dx_\lambda}{\sqrt{R(x_\lambda)}} = \frac{F'(x_\mu)\,dx_\mu}{\sqrt{R(x_\mu)}}.$$

Es ergeben sich also aus den Gleichungen (1.) die folgenden:

$$(2.)\qquad \frac{F'(x_0)\,dx_0}{\sqrt{R(x_0)}} = \frac{F'(x_1)\,dx_1}{\sqrt{R(x_1)}} = \cdots = \frac{F'(x_\varrho)\,dx_\varrho}{\sqrt{R(x_\varrho)}}.$$

Aus der Gleichung

$$F(x_\lambda) = 0$$

folgt nun

$$F'(x_\lambda)\,dx_\lambda + (dF(x))_{x=x_\lambda} = 0,$$

wo sich das Zeichen d, wie überall, auf die in den Coefficienten von $F(x)$ enthaltenen Grössen $x_0, x_1, \dots x_\varrho$, nicht auf die von denselben ganz unabhängige Grösse x bezieht. Ferner sei

$$G(x) = F(x)\cdot\sum_\nu \frac{\sqrt{R(x_\nu)}}{(x_\nu - x)\,F'(x_\nu)},$$

so ist

$$G(x_\lambda) = -\sqrt{R(x_\lambda)}, \qquad (\lambda = 0, 1, \dots \varrho)$$

und somit

$$\left(\frac{dF(x)}{G(x)}\right)_{x=x_\lambda} = \frac{F'(x_\lambda)\,dx_\lambda}{\sqrt{R(x_\lambda)}}.$$

Vermöge der Gleichungen (2.) hat also

$$\frac{dF(x)}{G(x)}$$

für $x = x_0, x_1, \dots x_\varrho$ denselben Werth, der mit g bezeichnet werde. Dann besteht die Gleichung

$$dF(x) - g\,G(x) = 0$$

für $x = x_0, x_1, \dots x_\varrho$, woraus, da sie nur vom ϱ^{ten} Grade ist, folgt, dass sie für jeden Werth von x gelten muss.

Die Gleichung

$$G^2(x) - R(x) = 0$$

ferner besteht ebenfalls für $x = x_0, x_1, \dots x_\varrho$; folglich muss der Ausdruck auf der Linken durch $F(x)$ theilbar sein, so dass, wenn man

$$G^2(x) - R(x) = F(x)\,F_1(x)$$

setzt, $F_1(x)$ eine ganze Function von x ist, und zwar vom ϱ^{ten} oder $(\varrho+1)^{\text{ten}}$

Grade, jenachdem $R(x)$ den Grad $2\varrho+1$ oder $2\varrho+2$ hat. Dann ist

$$2G(x)\,dG(x) = F(x)\,dF_1(x) + F_1(x)\,dF(x),$$

$$F(x)\,dF_1(x) = 2G(x)\,dG(x) - F_1(x)\,dF(x) = G(x)\,(2\,dG(x) - g\,F_1(x)).$$

Es haben aber $G(x)$ und $F(x)$, wie aus der Gleichung

$$G^2(x) - R(x) = F(x)\,F_1(x)$$

erhellt, keinen gemeinsamen Theiler, und es muss daher

$$2\,dG(x) - g\,F_1(x)$$

durch $F(x)$ theilbar sein. Ist nun die Function $R(x)$ vom $(2\varrho+2)^{\text{ten}}$ Grade und A der Coefficient von $x^{2\varrho+2}$ in derselben, so ist $-A$ der Coefficient von $x^{\varrho+1}$ in $F_1(x)$, und man hat daher, da $G(x)$ nur vom ϱ^{ten} Grade ist,

$$2\,dG(x) - g\,F_1(x) = A\,g\,F(x).$$

Dieselbe Gleichung gilt aber auch, wenn $R(x)$ vom $(2\varrho+1)^{\text{ten}}$ Grade ist; denn dann ist $A = 0$, und der Ausdruck auf der Linken kann, da $F_1(x)$ vom ϱ^{ten} Grade ist, nicht anders durch $F(x)$ theilbar sein, als wenn er für jeden Werth von x verschwindet. Mithin erhält man

$$dF_1(x) = A\,g\,G(x) = A\,dF(x),$$

$$d(F_1(x) - A\,F(x)) = 0,$$

d. h. es ist $F_1(x) - A\,F(x)$ eine ganze Function von x, deren aus den Grössen $x_0, x_1, \dots x_\varrho, \sqrt{R(x_0)}, \sqrt{R(x_1)}, \dots \sqrt{R(x_\varrho)}$ zusammengesetzte Coefficienten in Folge der Gleichungen (1.) sämmtlich Constanten sind. Da nun

$$\frac{G^2(x)}{F(x)} - \frac{R(x)}{F(x)} - A\,F(x) = F_1(x) - A\,F(x),$$

so ist folgender Satz bewiesen:

Wenn zwischen $(\varrho+1)$ veränderlichen Grössen $x_0, x_1, \dots x_\varrho$ die Differential-Gleichungen (1.) bestehen, und man setzt, unter x eine von $x_0, x_1, \dots x_\varrho$ unabhängige willkürliche Grösse verstehend,

$$F(x) = (x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_\varrho),$$

$$F'(x) = \frac{dF(x)}{dx},$$

$$\frac{G(x)}{F(x)} = \frac{\sqrt{R(x_0)}}{(x_0-x)\,F'(x_0)} + \frac{\sqrt{R(x_1)}}{(x_1-x)\,F'(x_1)} + \cdots + \frac{\sqrt{R(x_\varrho)}}{(x_\varrho-x)\,F'(x_\varrho)},$$

so ist

$$\frac{G^2(x)}{F(x)} - \frac{R(x)}{F(x)} - A\,F(x)$$

eine ganze Function von x, welche sich nicht mit $x_0, x_1, \dots x_\varrho$ ändert, so dass alle ihre Coefficienten, welche aus den Grössen

$$x_0,\ x_1,\ \dots\ x_\varrho \quad \text{und} \quad \sqrt{R(x_0)},\ \sqrt{R(x_1)},\ \dots\ \sqrt{R(x_\varrho)}$$

rational zusammengesetzt sind, constante Werthe haben.

Ist

$$R(x) = Ax^{2\varrho+2} + A_1 x^{2\varrho+1} + \cdots,$$

und setzt man

$$s = x_0 + x_1 + \cdots + x_\varrho,$$

so hat man

$$F(x) = x^{\varrho+1} - sx^\varrho + \text{Glieder mit niedrigeren Potenzen von } x,$$

und es werden daher, wenn man $R(x)$ durch $F(x)$ dividirt, die beiden höchsten Glieder des Quotienten gleich

$$Ax^{\varrho+1} + (A_1 + As)\,x^\varrho.$$

Daraus folgt mit Rücksicht darauf, dass $G^2(x)$ vom $(2\varrho)^{\text{ten}}$ Grade ist,

$$\frac{G^2(x)}{F(x)} - \frac{R(x)}{F(x)} - A\,F(x) = -2Ax^{\varrho+1} - A_1 x^\varrho + F_2(x),$$

wo $F_2(x)$ eine ganze Function $(\varrho-1)^{\text{ten}}$ Grades von x ist. Entwickelt man dieselbe und bezeichnet ihre Coefficienten mit $P_1, P_2, \dots P_\varrho$, so sind

$$P_1 = c_1,\quad P_2 = c_2,\quad \dots\quad P_\varrho = c_\varrho,$$

wo $c_1, c_2, \dots c_\varrho$ willkürliche Constanten bedeuten sollen, die ϱ Integrale der aufgestellten Differential-Gleichungen. Da sich nun, wenn $\xi_1, \xi_2, \dots \xi_\varrho$ ϱ willkürlich gewählte, bestimmte Werthe von x bezeichnen, die P linear durch $F_2(\xi_1), F_2(\xi_2), \dots F_2(\xi_\varrho)$ ausdrücken lassen, so kann man diese Integrale auch durch die folgenden ersetzen:

$$\frac{G^2(\xi_1)}{F(\xi_1)} - \frac{R(\xi_1)}{F(\xi_1)} - A\,F(\xi_1) = C_1,$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$\frac{G^2(\xi_\varrho)}{F(\xi_\varrho)} - \frac{R(\xi_\varrho)}{F(\xi_\varrho)} - A\,F(\xi_\varrho) = C_\varrho,$$

wo $C_1, C_2, \dots C_\varrho$ ebenfalls willkürliche Constanten bedeuten.

Diesen Satz hat auf andere Weise Richelot bewiesen (Crelle's Journal, Bd. 25, S. 107, Theorem (3)).

ANHANG.

ÜBER DIE SOKRATISCHE LEHRMETHODE UND DEREN ANWENDBARKEIT BEIM SCHULUNTERRICHTE.

(Der wissenschaftlichen Prüfungscommission zu Münster vorgelegt im Frühjahr 1841. Abgedruckt im Jahresbericht über das Königl. Progymnasium in Dt. Crone vom Herbst 1844 bis zum Herbst 1845.)

Bei der Bearbeitung des vorliegenden, bereits vor längerer Zeit auf äussere Veranlassung geschriebenen Aufsatzes*) wurde ich durch das Bemühen, die Eigenthümlichkeit und das wahre Wesen der nach Sokrates benannten Lehrmethode zu einer klareren und lebendigeren Anschauung zu bringen, als die Definitionen der gewöhnlichen pädagogischen Compendien zu geben vermögen, darauf hingeführt, zunächst die Art und Weise, in der sie von jenem trefflichen Philosophen selbst in Anwendung gebracht wurde, ausführlicher darzustellen. Wir kennen die Weise des Sokrates, wie er mit den Jünglingen, die sich ihm anschlossen, und mit seinen Mitbürgern überhaupt verkehrte, aus Xenophons Schrift über ihn und aus den Dialogen des Plato. Xenophon führt uns eine Reihe einzelner Scenen aus dem Leben seines geliebten Lehrers vor, worin dieser ganz in der eigenthümlichen Haltung seines Wesens auftritt, und in Unterredungen mit den verschiedenartigsten Personen sich der Pflicht entledigt, die, wie er selbst sagt, der Gott ihm auferlegt hatte, seinen Mitbürgern rathend, ermahnend, zurechtweisend, anregend zu nützen. Die Gespräche haben grösstentheils eine praktische moralische Tendenz, und die Gegenstände sind durchaus populär behandelt. Erörterungen wissenschaft-

*) Der Aufsatz, der übrigens keinen Anspruch darauf macht, als eine den Gegenstand erschöpfende pädagogische Abhandlung zu gelten, war ursprünglich nicht für den Druck bestimmt, und nur ein zufälliger Umstand veranlasst mich, ihn gegenwärtig zu veröffentlichen, ohne dass mir die Zeit erlaubt hätte, ihn einer durchgreifenden Überarbeitung zu unterwerfen.

licher Begriffe kommen weniger in ihnen vor; deshalb sind sie auch nicht geeignet, die Sokratische Methode vollständig kennen zu lehren. Plato dagegen zeigt uns den Weisen, der sich, obwohl er bescheiden von sich bekennt, dass er nichts wisse, zur Ahnung des Höchsten und Heiligsten erhoben hat, und der einzig dafür lebt und wirkt, die vom Schein und Trug der Sinne befangenen Menschen von dem eitlen und verderblichen Trachten nach Reichthum, Macht, Wohlleben und unfruchtbarer Wortweisheit abzuziehen und für ein ernstes Streben nach dem, was ewig wahr, gut und recht ist, zu gewinnen. Das ist sein Zweck, wenn er hier die prunkende Weisheit anmassender Sophisten in ihrer Blösse zeigt, dort den jungen, nach Ehre und Auszeichnung begierigen Staatsmann aufmerksam macht auf das, wodurch er allein wahres Verdienst sich erwerben könne; wenn er nach Wahrheit strebende Jünglinge auf den Weg des rechten Forschens leitet, oder wenn er im Kreise seiner Freunde das heitere Mahl durch sinnige Gespräche würzt, sodass Flötenspieler, Tänzer und Lustigmacher darüber vergessen werden. Und diese Tendenz der Sokratischen Philosophie, glaube ich, muss man beständig im Auge halten, wenn man eine richtige Ansicht von der ihm eigenthümlichen Methode zu lehren fassen will. Es schien mir daher anfänglich nicht unangemessen, den Versuch zu machen, ob sich das Wesen der Sokratischen Methode nicht vielleicht am befriedigendsten durch eine genaue Analyse eines der Platonischen Gespräche entwickeln lassen möchte. Auch dachte ich, durch eine näheres Eingehen in die Natur der von Sokrates behandelten Gegenstände am besten zeigen zu können, welche Gegenstände sich überhaupt nach seiner Weise behandeln lassen, und so zugleich für die Beantwortung der Frage, inwiefern bei unserm jetzigen Jugendunterrichte davon könne Gebrauch gemacht werden, einige Anhaltspunkte zu gewinnen. Ich versuchte es mit dem Menon, weil dieses Gespräch oftmals als ein schönes Muster der Sokratischen Methode empfohlen wird; und mit dem Theätetos, der mir vorzüglich geeignet dazu erschien, nicht nur, weil hier Sokrates in der Unterredung mit seinem jungen Freunde von seiner Art zu lehren eine sehr klare Anschauung giebt, sondern sich auch über diese seine »μαιευτικὴν τέχνην« mehrfach selbst ausspricht. Aber ich fand bald, dass eine solche Zergliederung eines Dialogs von dem »göttlichen Weisen«, sollte sie befriedigend ausfallen, eine etwas längere und vertrautere Bekanntschaft mit den Werken desselben voraussetzt, und überdies nicht durchzuführen sein dürfte, ohne in Erörterungen, die für den beabsichtigten Zweck zu umständlich sein würden, einzugehn. Denn einmal kann ein Werk von Plato nicht füglich völlig verstanden werden, wenn es nicht in seinem Zusammenhange mit den übrigen betrachtet wird; und dann würde überhaupt auf die behandelten Gegenstände selbst mehr Rücksicht genommen werden müssen, als mit der Absicht, bloss den Begriff der Sokratischen Methode auf diesem Wege zu entwickeln, verträglich sein möchte. Ich werde mich daher auf einige Andeutungen über die Ansicht, die ich auf dem angegebenen Wege von der Sokratischen Methode gewonnen habe, beschränken müssen. Einige Bemerkungen über das Wirken des Sokrates und den Geist seiner Lehre überhaupt scheinen mir aber nöthig zu sein, weil seine Methode in innigem Zusammenhange damit steht.

Sokrates unterschied sich in mancherlei Hinsicht von den übrigen Jugendlehrern und sogenannten Weisen seiner Zeit. Nach den Perserkriegen, seit welchen die Cultur in Griechenland so herrliche Fortschritte machte, regte sich bei der griechischen Jugend, besonders der athenischen, das Verlangen nach einer höhern Bildung, als sie Waffenübungen und Gymnastik zu geben vermochten. Namentlich fühlten diejenigen, welche im Staate etwas gelten, als Redner in der Volksversammlung oder vor Gericht auftreten wollten, das Bedürfniss eines entsprechenden Unterrichts. So kam es, dass sich bald eine grosse Menge von Leuten einfand, welche gegen angemessene Belohnung alles das zu lehren sich erboten, was jeder für sich erspriesslich halten mochte, und dass die jungen Männer in Schaaren ihnen zuströmten. Es war natürlich, dass besonders eifrig die Redekunst betrieben wurde als das unentbehrlichste Mittel, im Staate sich auszuzeichnen und zu Einfluss zu gelangen, wie denn auch viele zu Sokrates kamen, damit er sie in der Kunst »zu herrschen über die Menschen« unterrichte. Aber freilich ward nicht sowohl gelehrt, durch die Kraft der Rede zu überzeugen und die Herzen der Menschen für das Rechte und Grosse zu gewinnen, als die Menge zu überreden und für die ehrgeizigen Zwecke des gewandten Sprechers zu leiten. Dabei suchte man dann eine vorzügliche Stärke darin, den Gegner durch Trugschlüsse zu verwirren, und alles, Wahres und Falsches, nach Bedürfniss und Laune zu behaupten und zu bestreiten. Und auch über alle übrigen menschlichen und göttlichen Dinge wussten diese weisen Männer auf Verlangen Auskunft zu geben. Wirklich hatten sie aus der Schule der Eleatischen Naturphilosophen, von denen schon damals viele sich trefflich darauf verstanden, »den Geist in ein tönendes Wort zu kerkern«, eine Menge prächtig klingender Formeln mitgebracht, die sie ihren erstaunten Zuhörern einprägten, sodass diese nun vermeinten, den Schlüssel zu aller Erkenntniss zu besitzen. Dem Treiben dieser Menschen, und deren sogenannter, alles sittlichen Grundes entbehrenden Weisheit trat zuerst Sokrates mit Ernst und der überlegenen Kraft, welche die Wahrheit verleiht, entgegen. Mit Recht erkannte er in ihnen die heillosesten Verderber der Jugend, weil sie das erwachte Bedürfniss einer höhern Geistesbildung für ihre selbstsüchtigen Zwecke missbrauchten, und gleich so vielen ihrer Nachfolger dem Geiste ihrer Zeit, statt ihm durch besonnenes und kräftiges Eingreifen die Richtung auf ein würdiges Ziel zu geben, sklavisch dienend sich an der Menschheit versündigten, um nur selbst Ansehen bei der Menge und — Geld zu gewinnen. Es gehört nicht hieher, darzustellen, wie glänzend Sokrates den Kampf mit den Sophisten bestand; wie er die Leerheit der Weisheit, deren sie sich rühmten, aufdeckte; wie er ihre künstliche Dialektik niederschlug; wie er selbst ihre Redekunst, durch die sie am meisten galten, in ihrer Nichtigkeit darstellte, weil sie nicht auf dem festen Grunde der Wahrheit ruhete. Ich will nur in wenigen Zügen anzudeuten versuchen, wie er selbst mit den Jünglingen, welche die Sophisten verliessen und sich ihm anschlossen, zu verfahren pflegte, um sie auf den rechten Weg zur Wahrheit und zur Tugend zu führen.

Das erste, was er that, war gewöhnlich, dass er sie zu der Überzeugung brachte, wie sie von allem, was dem Menschen das Wissenswürdigste sein müsste, noch nichts wüssten. Denn den Dünkel, schon recht vieles zu wissen und über die wichtigsten Dinge im Klaren zu sein, hielt er für das grösseste Hinderniss der Weisheit, die Erkenntniss der eigenen Unwissenheit dagegen als den Anfang derselben. Bekannte er doch von sich selbst, nichts zu wissen. »Nicht als ob — sagt Stolberg — er sagen wollte, dass er mitten unter eleganten Zeitgenossen ein Idiot wäre; aber innig durchdrungen von dem Gefühle der hienieden gehemmten Kräfte; voll von Bedürfnissen, welche die Weisheit, wie sie gäng und gebe war, nicht befriedigen konnte; hoch auf den Flügeln der Ahnung gehoben, achtete er, gegen diese Ahnung, das menschliche Wissen satter Sophisten so viel als nichts«. Diese Ansicht des

Sokrates von der Nichtigkeit des menschlichen Wissens, wohl zumeist hervorgegangen aus seinem fruchtlosen Bemühen während eines guten Theils seines Lebens, über so viele Fragen, die seinen herrschenden Geist beschäftigten, bei den berühmtesten Weisen seiner Zeit befriedigende Aufschlüsse zu erlangen — diese Ansicht darf nicht übersehen werden, wenn man den Geist seiner Lehre richtig auffassen will.

Sokrates fand aber nicht bloss nöthig, gegen den Dünkel des Wissens anzukämpfen, sondern noch manche andere Hindernisse der Empfänglichkeit musste er erst aus den Gemüthern wegtilgen, ehe er den Samen besserer Erkenntniss ausstreuen konnte. Gar viele von denen, welche sich seiner Leitung übergaben, waren bereits mit positiven Irrthümern behaftet, und zumal von der herrschenden Richtung, die auf Reichthum, Macht und Genuss ging, angesteckt. Manche suchten sogar bei ihm nichts anderes als bei den Sophisten; nur hofften sie es vorzüglicher von ihm zu erhalten, weil sie sahen, wie die Sophisten nicht vor ihm bestehen konnten, er also wohl weit weiser sein müsste. In der Art, wie er solche Verirrte zurechtwies, sie zur Erkenntniss ihres verkehrten Strebens führte und ihren Sinn auf das Bessere lenkte, — hierin zeigt sich vorzüglich seine unübertreffliche Kunst, die Menschen zu behandeln, gegründet auf eine tiefe Kenntniss des menschlichen Herzens und klare Durchschauung der mannigfaltigsten Lebensverhältnisse; aber auch in dem herrlichsten Lichte sein liebevolles und von der reinsten Begeisterung für das Gute und Edle beseelte Gemüth. In dieser Beziehung ist sein Verhältniss zu Alcibiades, wie es uns Plato, wenn auch wohl idealisirt, schildert, höchst interessant. Sokrates allein hatte Gewalt über diesen feurigen Geist, die dieser selbst unwillig oft empfand und doch vor ihr sich beugte. Trefflich wird dies dargestellt in der Lobrede, die Alcibiades dem Sokrates im Gastmahl hält.

Das Verfahren aber, das Sokrates befolgte, wenn er jugendliche Seelen von gefährlichen Irrthümern befreien und von verkehrten Bestrebungen abziehen wollte, war an sich höchst einfach und natürlich. Schonend und milde liess er sie gar nicht empfinden, dass er etwas Irriges und Ungehöriges an ihnen bemerkte, welches er vertilgen wollte. Er liess sich vielmehr zu ihren Ansichten herab, nur oft durch eine leise Ironie ihren Irrthum gleich Anfangs sie ahnen lassend; und durch Beispiele aus dem Bereiche ihrer eigenen Erfahrungen sie an bestimmte, unbestreitbare und von ihnen selbst anerkannte Wahrheiten erinnernd führte er sie allmählig zur Erkenntniss des Unhaltbaren und Widersprechenden ihrer vorgefassten und oft nicht einmal recht verstandenen Meinungen. Dann pflegte er, ebenfalls allen Schein ausdrücklicher Belehrung vermeidend, ihnen fühlbar zu machen, wie sie auf dem schon betretenen oder gesuchten Wege nicht einmal das erreichen würden, nach dem sie doch strebten. Und nun erst liess er sie ahnen, es möge doch wohl etwas Besseres geben als die Güter, nach denen die bethörte Menge trachtete, und etwas Gewisseres als der äussere Schein. So entflammte er in ihren Gemüthern eine edle Begierde nach höherer Erkenntniss, und bereitete sich für die Aufnahme seiner eigenen Lehre einen empfänglichen und fruchtbaren Boden.

Denn Sokrates blieb nicht dabei stehen, falsche und verderbliche Grundsätze zu bekämpfen, und die von denselben Missleiteten von ihren Verirrungen und verkehrten Bestrebungen zurückzuführen; als den eigentlichen Beruf seines Lebens betrachtete er es vielmehr, allen, die sich seiner Führung übergaben, den Weg zur wahren, das ganze Leben durchdringenden und bestimmenden Weisheit zu zeigen. Diesen finde aber nur der, lehrte er, welcher frei von dem Wahne, die ewige Wahrheit in dem Gebiete der sinnlichen Erscheinungen entdecken zu können, auf die Regungen des Göttlichen in dem menschlichen Geiste mit frommer Seele achte, wo es sich vor allem in dem sittlichen Bewusstsein klar und verständlich ausspreche. Darum sei Selbsterkenntniss das Erste und Nothwendigste, nach dem jeder Mensch streben müsse; diese werde ihm, nachdem er das vernünftige Prinzip in den Gesetzen seines eigenen geistigen Lebens erkannt habe, zur Ahnung einer ewigen, durch die ganze Welt waltenden göttlichen Vernunft führen, in welcher alles, was ist und geschieht, seine Einheit finde, und von der das Vernünftige und Göttliche im Menschen ein Ausfluss und Abbild sei. Und in der Erkenntniss dieser höchsten Vernunft immer weiter vorzudringen, und nach ihr sein ganzes Leben einzurichten, sei die wahre Bestimmung des Menschen, in deren Verfolgung er allein seine Glückseligkeit finden könne.

Es ist hier nicht der Ort, diese Grundsätze der Sokratischen Philosophie näher zu entwickeln; ich habe bloss anzugeben, auf welche Weise er seine Lehre seinen Schülern mittheilte.

Sokrates befolgte nicht die Weise der meisten Philosophen vor ihm und nach ihm, bestimmte Wahrheiten als das Resultat angestellter Forschungen vorzutragen und in fortlaufender Rede die Gründe derselben zu entwickeln. Sein Bemühen ging vielmehr darauf hinaus, die Erkenntniss in der Seele des Lernenden nach und nach sich entwickeln zu lassen, in der Art, dass sie ihm als Produkt seiner eigenen geistigen Kraft erscheinen sollte, wenn diese auch noch zu schwach war, um ohne fremde Führung das Rechte zu finden. Darum war sein Unterricht nicht sowohl ein eigentliches Mittheilen als vielmehr ein Anregen und Beleben der geistigen Thätigkeit. Die Natur der Gegenstände, welche den Inhalt seines Unterrichts ausmachten, und die eigenthümliche Ansicht, die er von ihnen hegte, bestimmten ihn zu dieser Methode. Die Wahrheiten, für welche er die Geister gewinnen wollte, waren nicht vor der Beschaffenheit, dass er sie ihnen hätte bloss äusserlich mittheilen und einprägen können, wenn sie Bedeutung und Werth für den Empfangenden haben und nicht bloss zu leeren Formeln werden sollten, wie es selbst bei den Schülern des Pythagoras zum Theil der Fall gewesen. Sondern wie ihr Keim nach seiner festen Überzeugung in jedem menschlichen Gemüthe vorhanden war, so sollten sie auch aus diesem organisch entspriessen; und sein eigenes Geschäft dabei verglich er selbst mit den Verrichtungen der Geburtshelferinnen.

Zur nähern Bezeichnung des Geistes seiner Lehrart möge noch Folgendes dienen.

Mehrfach wird bei Plato von Sokrates die Behauptung aufgestellt, alles Lernen in seinem Sinne sei nichts als ein Sich-Erinnern. So spricht er sich unter anderm im Menon aus, und führt zum Beweise an, dass man namentlich jeden Menschen dahin bringen könne, die Sätze der Geometrie sich selbst zu entwickeln, wenn man ihn nur durch zweckmässige Fragen anleite. Er zeigt dies durch ein Beispiel an einem Sklaven, aus dem er einen geometrischen Lehrsatz herausfragt. Man führt diese Stelle oft als ein besonders passendes Beispiel seiner Methode an. Wohl nicht ganz mit Recht; denn die Sache an sich ist höchst einfach, und Sokrates bezweckt ja auch nichts weiter dadurch, als dem Menon auf eine ganz naheliegende Weise den Sinn seiner ausgesprochenen Ansicht anschaulich zu machen. Bemerkenswerth ist aber der Umstand, dass Sokrates auch hier den Sklaven, der auf die ersten

Fragen ganz keck und zuversichtlich antwortet, zunächst von seiner Unwissenheit hinsichtlich der in Frage stehenden Sache überführt, und nach dem Eingeständniss derselben den Menon darauf aufmerksam macht, wie der Sklave gerade hierdurch dem Ziele um einen bedeutenden Schritt näher gekommen sei.

Dieselbe Behauptung, dass Lernen ein Sich-Erinnern sei, findet sich im Phädon und wird dort näher erörtert. Sokrates spricht von den Ideen. Die Ideen können keine der Sinnenwelt entnommenen Vorstellungen sein, weil sie sich nirgends an einem sinnlichen Objekte vollständig realisirt finden. Darum sind sie nothwendig ursprünglich in der Seele vorhanden und in dem Wesen ihrer Natur begründet. Sokrates hält sie für Erinnerungen der Seele aus einem frühern, vollkommenern Zustande. Daraus folgt, dass der Geist auf keinem andern Wege zu ihrer Erkenntniss geführt werden kann als durch Belebung der Erinnerung.

Ich habe diese Stelle angeführt, weil sie zugleich einen Wink giebt von der Beschaffenheit der Gegenstände, die auf Sokratische Weise behandelt werden können.

Besonders lehrreich sind die Äusserungen des Sokrates über seine Methode im Theätetos. Hier vergleicht er, auf das Geschäft seiner Mutter anspielend, seine Kunst mit der Geburtshülfe, um anzudeuten, von welchem Gesichtspunkte er das Lehren betrachte. »So viel ist gewiss, — sagt er — dass die Jünglinge, die mit mir umgehen, nicht etwa von mir jemals etwas gelernt haben, sondern aus sich selbst entdecken sie viel Schönes und halten es fest. Die Geburtshülfe dabei aber leisten wir, der Gott und ich«. Als das Grösseste seiner Kunst aber rühmt er, »dass sie im Stande sei zu prüfen, ob die Seele des Jünglings etwas Missgestaltetes und Falsches zu gebären im Begriffe sei, oder etwas Gebildetes und Echtes«.

Die äussere Form der Sokratischen Methode stimmt im Wesentlichen mit der sogenannten katechetischen Lehrart überein, wenn man von dem häufigen Gebrauch der Ironie absieht, die aber auch nur für einen Mann von Sokrates Geiste ist, aber manchem von denen, die gern seine Jünger heissen möchten, gar schlecht ansteht. Lehrer und Lernender verkehren gesprächsweise mit einander; jener fragt und dieser antwortet. Der Lehrer

muss den Begriff, den er beibringen will, zuvörderst gehörig zergliedert haben, wie er sich in der Seele des Lernenden erzeugen lässt. Darnach richtet er seine Fragen ein, die immer von der Art sein müssen, dass sie jener nach dem, was er schon weiss, beantworten kann, wenn er nur seine geistige Kraft, so weit sie schon entwickelt ist, gehörig braucht. Erfolgt eine unrichtige Antwort, so wird sie nicht unmittelbar von dem Lehrer berichtigt, sondern der Lernende wird durch neue Fragen dahin geführt, sie selbst zu verbessern. Die Kunst des Lehrers besteht hauptsächlich darin, dass er den Gedankengang des Lernenden zu verfolgen und hiernach seine Fragen zu stellen weiss, und dass er nicht beim Berichtigen der falschen Antworten sein eigentliches Ziel aus den Augen verliert, sondern immer wieder gehörig einzulenken versteht. Sokrates bediente sich der katechetischen Form durchgehends, und war vollendeter Meister darin. Wie man sich der jugendlichen Fassungskraft anschmiegen müsse, davon wird unter andern im Euthydemos ein schönes Beispiel gegeben im Gegensatze zu dem Verfahren zweier Sophisten, deren Weisheit sich darin gefiel, die Gemüther in Verwirrung zu setzen.

Es scheint aber, als ob man nicht selten die katechetische Form mit dem Wesen der Sokratischen Methode überhaupt verwechselt, und Katechetik und Sokratik gewissermassen für ein und dasselbe gehalten habe. Wenigstens waren in diesem Irrthume alle die befangen, welche den Jugendunterricht durchaus in Sokratischer Methode ertheilt haben wollten. Allerdings wird beim Elementar-Unterrichte die katechetische Form immer vorwalten müssen; es bezieht sich aber hier das Katechisiren, abgesehen davon, dass es zum Theil bloss prüfend und wiederholend ist, meistentheils auf einen gegebenen äussern Stoff, der für die Fassungskraft des Schülers zergliedert wird. Selbst wenn eine solche Übung einzig die Weckung und Stärkung der geistigen Kräfte zum Zweck hat, so ist das doch noch keineswegs Sokratik. Das Wesen derselben glaube ich vielmehr nach dem Vorhergehenden etwa so aussprechen zu können.

Diejenigen Erkenntnisse, welche entweder ihre Quelle unmittelbar in den Anlagen der menschlichen Natur haben, oder aus bereits vorhandenen Vorstellungen, Begriffen und Ideen abgeleitet werden können, lässt die Sokratische Methode den Lehrling durch eigene Geistesthätigkeit auffinden und gewissermassen erzeugen. Es geschieht dies unter der beständigen Führung des

Lehrers, der nicht nur die Geistesthätigkeit anregt, sondern auch fortwährend leitet und bestimmt.

Ich bemerke noch, dass es nicht richtig ist, wenn man zuweilen den Zweck der Sokratischen Methode darauf beschränkt, dass sie denken lehren solle. Allerdings übt sie die Denkkraft in ausgezeichneter Weise, weil sie ja alles auf dem Wege der Reflexion hervorgehen lässt. Aber sie hat keineswegs eine bloss formale Tendenz, sondern es soll durch sie jedesmal ein bestimmtes Resultat erreicht werden, das dem Geiste als sein Eigenthum verbleibt, und es soll dieser gerade dadurch, dass er reicher wird an Ideen, also an wahrem Wissen, auch intensiv an Kraft gewinnen; so wie auch der leibliche Organismus, wie er im Wachsthume fortschreitet, zugleich an innerer Lebenskraft zunimmt. Wenn daher Jemand sagt: »die Sokratische Methode lehrt denken, aber nicht wissen« — so muss einer solchen Behauptung ein seltsamer Begriff vom Wissen zum Grunde liegen.

Mehrere Schriftsteller unterscheiden zwischen Sokratischer und heuristischer Methode. Als Hauptunterschied beider wird angegeben, dass bei der heuristischen eigentlich der Schüler der Thätigste sei, unter der wissenschaftlichen Aufsicht des Lehrers; bei der Sokratischen dagegen seine Thätigkeit weit mehr von der Thätigkeit des Lehrers abhängig erhalten werde. Bei jener gehe nämlich der Schüler ganz seinen eignen Weg, auf den der Lehrer nur in der Art zu achten habe, dass er kein Irrgang werde; bei dieser müsse er sich auf dem Wege fortbewegen, den ihm der Lehrer vorzeichnet; bei der heuristischen entwickle also der Schüler seine Schlüsse aus dem Innern; bei der Sokratischen werde ihm durch des Lehrers Fragen immer vorgehalten, woraus er schliessen solle; oft schliesse sogar der Lehrer versteckter Weise für ihn. (S. die Erläuterungen zu dem Leitfaden für einen heuristischen Schulunterricht in der Mathematik von Matthias.)

Diese Bemerkungen scheinen jedoch weniger das Wesen der Sokratischen Methode als deren Form zu treffen. Ihr Prinzip ist ja auch eben, den Schüler so viel als möglich selbst finden zu lassen, was er lernen soll. Es handelt sich hier nur darum, wie weit die eigene Geistesthätigkeit des Schülers gehen könne, und in welcher Art der Lehrer einzugreifen habe. Darüber lässt sich aber nicht wohl im Allgemeinen etwas festsetzen; die Natur des Lehrgegenstandes, der Grad der Vorbildung des Schülers, die Virtuosität des

Lehrers und andere zufällige Umstände müssen darüber entscheiden. Wollte man aber hiernach einen Unterschied zwischen Sokratischer und heuristischer Methode machen, so möchte sich die Grenzscheide schwer bestimmen lassen. Mehr Bedeutung hat die Bemerkung, dass bei der Sokratischen Weise der Schüler nicht gleich anfangs sehe, wie und woraus er sein Resultat finden werde, während bei der heuristischen das Ziel in heller Nähe vor ihm liege. Wo sich das Letztere erreichen lässt, kann es allerdings für den Erfolg des Unterrichts nicht anders als höchst förderlich werden; bei mathematischen Gegenständen lässt es sich in manchen Fällen am ersten bewerkstelligen.

Der Sokratischen Methode gegenüber — jedoch keineswegs entgegen — steht die sogenannte akroamatische Lehrform. Der Lehrer entwickelt hier in zusammenhängender Rede seinen Gegenstand den Schülern, deren Thätigkeit auf ein gehöriges Auffassen, Überdenken und Einprägen des Vorgetragenen angewiesen ist. Gewisse pädagogische Schriftsteller haben ihren Witz daran geübt, diese Lehrart lächerlich zu machen. Trapp nennt sie die Professor-Methode und meint, da schütte der Lehrer aus seinem vollen Magazine nur immer in den leeren Kopf des Schülers hinein, unbekümmert, ob die Saat dem Boden angemessen, ob des Samenkorns auch zu viel, ob auch gerade jetzt die rechte Saatzeit sei. Es ist leicht, gegen eine Sache zu reden, wenn man nur ihren Missbrauch im Auge hat. So viel ist gewiss, der akroamatische Vertrag setzt, wenn er von Erfolg sein soll, Schüler von bereits reiferm Geiste voraus. Wenn aber ihrerseits die Fähigkeit vorhanden ist, einer längern Rede gehörig zu folgen, sie im Einzelnen und Ganzen richtig aufzufassen, und das Gehörte auf die rechte Art zu verarbeiten; wenn sie bereits ein gewisses wissenschaftliches Interesse fühlen, das sie die erforderliche Anstrengung nicht scheuen lässt, wenn dann auch der Lehrer mit den nöthigen Eigenschaften ausgerüstet ist, seines Gegenstandes vollkommen Meister ist, die Gabe einer klaren Entwicklung besitzt, mit Leichtigkeit, Präcision und angemessener Lebendigkeit zu reden weiss: — dann dürfte in manchen Fällen der zusammenhangende Vortrag den Vorzug vor jeder andern Unterrichtsform behaupten, und selbst als formales Bildungsmittel sehr an seiner Stelle sein. Ich rede hier noch nicht von den Fällen, wo er durch die Natur des Gegenstandes oder aus pädagogischen und andern Gründen nothwendig wird; ich betrachte ihn nur an sich. Die klare Überschauung des Gegenstandes, die durch den akroamatischen Vortrag möglich wird, wenn er gehörig eingerichtet ist; der sachgemässe ununterbrochene Fortschritt, der ihm eigen ist; das Interesse, welches schon die Form der Darstellung zu erregen vermag: alles dies sichert ihm unstreitig eigenthümliche Vorzüge. Und dann, wer sollte verkennen, welche bildende Kraft an sich schon in einem trefflichen Vortrage liegt? Zumal wenn nicht nur der Verstand, sondern auch das Gemüth in Anspruch genommen, wenn nicht nur das Wissen bereichert, sondern auch auf die Gesinnung gewirkt werden soll; so möchte wohl von einer zusammenhangenden, Geist und Leben athmenden Rede der stärkste und dauerndste Eindruck zu erwarten sein.

Dann ist es aber auch noch ein höchst bedeutender Vortheil der akroamatischen Lehrform, dass sie dem Lehrer Gelegenheit giebt, dem Schüler Muster wissenschaftlicher Behandlung und Forschung darzulegen. Nichts ist bildender für den aufstrebenden Geist als die Betrachtung des Weges, den ein schon mehr ausgebildeter bei seinen Unterschungen nimmt. Wenn also der Lehrer die Kunst versteht, nicht bloss Resultate mitzutheilen und a posteriori zu begründen, sondern die ganze Gedankenfolge, die zu ihnen geführt hat, anschaulich zu machen, so darf er zumal bei schon vorgeschrittenen Schülern eines guten Erfolges sicher sein. Ich finde von F. A. Wolf die Bemerkung, der philologische Lehrer würde wohl thun, den Schülern der obern Klassen zuweilen in einem Mustervertrage zu zeigen, »wie ein alter Klassiker studirt und aufgefasst werden müsse«. Ein Ähnliches gilt von den übrigen Lehrgegenständen. Vormachen hilft mehr als Vorsagen.

Es bleibt nun noch übrig, die Gegenstände näher anzugeben, für welche sich die Sokratische Methode eignet, und welche eine andere Behandlungsweise entweder nöthig oder doch unter bestimmten Verhältnissen räthlich machen. Ich muss mich jedoch auf einige Andeutungen beschränken, da eine vollständige Ausführung die vorgeschriebenen Grenzen dieses Aufsatzes überschreiten würde.

Wenn ich in dem Vorhergehenden den Begriff der Sokratischen Methode richtig bestimmt habe, so sind dadurch im Allgemeinen zugleich die Grenzen gezogen, innerhalb welcher sie ihre Anwendung finden kann. Ausgeschlossen durch ihren Begriff bleibt sie von dem Gebiete des historischen Wissens im weitesten Sinne des Worts und der Real-Disciplinen. Als ihr eigenthümliches

Feld sind also die philosophischen Wissenschaften, die reine Mathematik und die Theorie der allgemeinen Gesetze der Sprache zu betrachten. Hiermit soll aber keineswegs behauptet werden, dass sie bei diesen Gegenständen unter allen Umständen durchaus nothwendig oder auch nur zweckmässig sei. Denn die Frage nach dem Umfange ihrer Anwendbarkeit gewinnt eine andere Gestalt, sobald man untersucht, inwiefern der Jugendunterricht in den Schulen Gebrauch davon machen könne. Hier fallen sogleich einige äussere Umstände in die Augen, welche die Grenzen ihrer Anwendbarkeit um ein Bedeutendes verengen.

Die Sokratische Methode kann auch bei den ihr an sich ganz angemessenen Gegenständen ihren Erfolg völlig nur dann haben, wenn der Lehrer nur einen oder doch nur sehr wenige Schüler vor sich hat. Ich sehe von allen übrigen Hindernissen, die der Lehrer in einer gefüllten Klasse findet, ganz ab, und bemerke nur dieses. Während der Lehrer mit einem Schüler verkehrt, — und bei wahrer Sokratischer Methode ist es doch nöthig, dass die Untersuchung mit einem wo nicht zu Ende, doch zu einem bestimmten Abschlusse geführt werde — geht ein grosser Theil seines Unterrichts für die übrigen Schüler verloren. Es ist in manchen Fällen für den Schüler zu schwer, das Gespräch, welches der Lehrer mit einem andern hält, gehörig zu verfolgen. Dazu müsste er sich ganz in den Gedankengang des letztern hineinfinden können, was oft für den Lehrer schwer genug ist. Oft würde er auch selbst ganz anders geantwortet haben; dann vermengt er seine Gedanken mit denen des andern und geräth in Verwirrung; hat er einmal den Faden verloren, so ist alle Aufmerksamkeit dahin.

Die Sokratische Methode in ihrem wahren Geiste durchgeführt passt weniger für Knaben als für reifere Jünglinge. Zumal die Gegenstände, welche die geeignetsten für sie sind, diejenigen, über welche des Sokrates eigener Unterricht sich erstreckte, gehören nicht für das Knabenalter. Überhaupt darf man nicht vergessen, dass es griechische, schon auf einer nicht unbedeutenden Stufe der Bildung stehende Jünglinge waren, die Sokrates vor sich hatte.

Nicht minder erfordert die Sokratische Methode einen Lehrer von ausgezeichnetem Talente. Wer in Sokrates Weise unterrichten will, muss auch von Sokrates Geiste etwas in sich tragen. Mancher Lehrer aber, der auf seinem Wege, welchen er sich seiner Individualität gemäss selbst gebahnt hat, Tüchtiges leistet, würde sich nur schwer in einer ihm nicht natürlichen Form bewegen.

Aus diesen Bemerkungen möchte wohl der Schluss zu ziehen sein, dass bei dem Schul-Unterrichte die Sokratische Methode weder die allgemeine, noch selbst die vorherrschende sein könne. Dass die Schule den Lehrling auch zum selbständigen Gebrauch seiner Kräfte anzuleiten habe, ja dass dieses ganz vorzüglich ihre Aufgabe sei, bedarf keiner Erinnerung. Es war hier nur zu untersuchen, ob sich für diesen Zweck die Sokratische Methode als unbedingt anwendbar erweise. Auf welche andere Weise übrigens die Schule ihre Aufgabe lösen könne, das nachzuweisen gehört nicht hieher.

Hinsichtlich des Gymnasial-Unterrichts insbesondere bemerke ich noch Folgendes. Die Bildung, welche der Unterricht auf den Gymnasien erzielt, basirt zum grossen Theile auf historischen Grundlagen. Sprache, Litteratur und Geschichte der Völker des Alterthums, deren Cultur die Grundlage der neuern Bildung überhaupt ist, werden als die vorzüglichsten Mittel für die geistige Bildung der Jugend betrachtet. Dass aber bei diesen Gegenständen die Sokratische Methode keine Anwendung finden könne, ist schon oben gesagt; und schon deshalb bleibt sie vom Gymnasial-Unterrichte grösstentheils ausgeschlossen. Die Naturwissenschaften können ebenfalls nicht auf Sokratische Weise gelehrt worden. Der Religions-Unterricht wird zwar sehr oft in katechetischer Form ertheilt; aber eigentliche Sokratik kann doch wenig vorkommen, und bleibt wenigstens von den Lehren, die dem Gebiete der positiven Religion angehören, gänzlich ausgeschlossen. In den obern Klassen möchte selbst eine der wissenschaftlichen Form sich annähernde akroamatische Behandlungsweise die passendste sein. Von den philosophischen Disciplinen gehören nur die propädeutischen in den Gymnasial-Unterricht. Hier sind Proben Sokratischer Behandlung ganz an ihrer Stelle. Somit bliebe hauptsächlich noch die Mathematik übrig, welche auf Sokratische Weise gelehrt werden könnte. Hierfür haben sich in der That stets viele Stimmen erhoben. Manche mögen den Ausspruch des Sokrates im Sinne gehabt haben, den ich bereits oben anführte. Sokrates möchte indess gegenwärtig kaum noch so urtheilen. Aber es ist auch manches sehr gewichtige Urtheil dagegen vernommen worden, und zwar von Männern, deren Leistungen als Lehrer sehr

bedeutend waren, und denen man nicht den beliebten Vorwurf machen konnte, dass sie »am alten Schlendrian hingen«. Diese erklärten es für nicht möglich, eine ganze Klasse durchaus nach Sokratischer Methode mit gutem Erfolge zu unterrichten. Ihre Gründe waren zum Theil von ähnlicher Art wie die vorhin in Beziehung auf den Schulunterricht überhaupt angeführten. Aber mit Recht erinnerten sie auch, dass gründliches Verstehen erzielt werden könne, wenn man den Schüler auch nicht gerade selbst den Weg der Erfindung durchmachen lasse. Der Lehrer soll die Wissenschaft vor den Augen des Schülers entstehen lassen. Wie sie sich in dem Geiste des gereiften Denkers aus den ihm inwohnenden Grundvorstellungen entwickelt und gestaltet, so soll er sie, nur für die jugendliche Fassungskraft eingerichtet, darstellen und als ein organisch sich bildendes Produkt der Vernunftthätigkeit mittheilen. An seinem Verfahren soll der Schüler mathematisch denken lernen. An Folgerungen aus fruchtbaren Hauptsätzen, an Lösungen mannichfaltiger Aufgaben mag dann auch die Sokratische Methode geübt werden. Aber als herrschende Form kann sie auch beim mathematischen Unterrichte nicht in Anwendung kommen.

Wenn demnach nach meiner Ansicht der Sokratischen Methode beim Schulunterricht nur ein beschränkter Gebrauch zugestanden wird, so soll damit ihr hoher Werth an sich keineswegs herabgesetzt werden. Es liegen nur zum Theil die Gegenstände, für welche sie am geeignetsten ist, nicht im Bereiche des Schulunterrichts, zum Theil wird durch die Eigenthümlichkeit des letztern ihre Beschränkung geboten. Sokrates bildete sich seine Methode für den bestimmten Zweck seines Wirkens, wie ich ihn oben darzustellen versucht habe, seiner Individualität und den Bedürfnissen seiner Zeit gemäss; eine allgemeine Methode für die Schule konnte er nicht aufstellen wollen. Aber schön wäre es, wenn der Geist, aus welchem sein Wirken hervorging, überall die Seele der Erziehung und des Unterrichts wäre — seine hohe Begeisterung für das Wahre, Schöne und Gute, und die Liebe seines reinen Gemüths.

ANSPRACHE BEI DER ÜBERNAHME DES RECTORATS DER FRIEDRICH-WILHELMS-UNIVERSITÄT ZU BERLIN AM 15. OCTOBER 1873.

Alle während der letzten drei Jahre in diesem Saale gehaltenen Reden, von den rein geschäftlichen abgesehn, tragen die Signatur der grossen Zeit, in der sie entstanden sind. Sie gleichen nicht den gewöhnlichen, auf einen beschränkten Zuhörerkreis berechneten akademischen Ansprachen, sondern »Reden an die Nation«, alle durchweht von demselben frischen Hauche des Lebens, mag nun der Sprecher in Zorn und Empörung über den frevelhaften Friedensbruch dem feindlichen Volk sein wahres Bild entgegen halten und der Siegeszuversicht des eigenen Worte geben, oder ein anderer dem Königlichen Führer der deutschen Heere als Kaiser des wiedererstandenen Reiches ehrfurchtsvolle Huldigung darbringen, oder wieder ein anderer in geschichtlich-politischen Betrachtungen die Gegenwart mit der Vergangenheit verknüpfen, zugleich Aufgaben und Ziele der Zukunft andeutend. Künftige Geschichtschreiber werden diese Reden den werthvollsten Documenten aus unserer Zeit anreihen; wir legen sie zu den Urkunden, in denen unsere Universität das Andenken an drei andere glorreiche Jahre aufbewahrt — die Söhne der jüngern Epoche haben sich denen der ältern nicht als unebenbürtig erwiesen.

Meine Herren! Die Zeit, in der es den Vertretern der Universität, wenn sie von diesem Platze aus sprachen, erlaubt und geboten war, die sie zunächst angehenden Angelegenheiten den uns alle als Söhne des Vaterlands und Bürger des Staats lebhaft und tief berührenden Fragen des allgemeinen

Wohls hintanzusetzen — diese Zeit scheint für jetzt vorüber zu sein. Der feindliche Boden ist geräumt, das Fundament des neuen Reichs gelegt. Jedermann sichtbar ist vor wenigen Wochen der Abschluss einer ruhmvollen Epoche bezeichnet worden durch die Enthüllung des »vom dankbaren Vaterland dem siegreichen Heere« errichteten weithin glänzenden Denkmals.

Freilich den Beginn eines Zeitalters des Friedens für unser Volk bedeutet dieser Abschluss nicht. Aber die zunächst uns bedrohenden Kämpfe, deren Ausbruch unsere Erfolge selbst beschleunigt haben, während ihr Ende vielleicht kaum einer der Jetztlebenden sehen wird, erwachsen aus dem Widerstreit unversöhnlicher Principien, und können nur mit dem Aufgebot aller geistigen Kräfte siegreich bestanden werden.

Deshalb mahnt mich auch der Hinblick auf die kommende Zeit und die ernsten Anforderungen, die sie an das jetzt heranwachsende Geschlecht stellen wird, heute in altgewohnter Weise meine Ansprache vorzugsweise an unsere jugendlichen Genossen zu richten, deren Heranbildung zu wissenschaftlicher Tüchtigkeit, geistiger Freiheit und männlicher Willensfestigkeit in den Wirren der Gegenwart mehr als je die nächste Aufgabe und höchste Pflicht unserer Hochschule ist. Und so begrüsse ich denn Sie alle, liebe Commilitonen, mit einem herzlichen »Willkommen«, insbesondere diejenigen von Ihnen, die sich heute zum erstenmale des neu erworbenen akademischen Bürgerrechts erfreuen. Sie treten in einen neuen Abschnitt Ihres Lebens, gewiss alle voll der freudigsten Hoffnungen und der edelsten Entschlüsse. Mögen sich Ihnen diese Hoffnungen in reichstem Masse erfüllen, diese Entschlüsse zu fruchtbaren Thaten werden. Aber ich möchte Ihnen nicht einen Wunsch bloss entgegen bringen, sondern auch Einiges an's Herz legen was Sie wissen müssen, wenn Sie auf Ihrer akademischen Laufbahn von Anfang an eines bestimmten Zieles sich wohl bewusst ohne Schwanken vorwärtsschreiten und nicht Gefahr laufen wollen, dass die Zukunft, die jetzt so verheissungsvoll vor Ihnen liegende, Ihnen bittre Enttäuschungen bringe und die Klage abpresse:

»Die Ideale sind zerronnen,
Die einst das trunkne Herz geschwellt«.

Alma mater wird die Universität pietätvoll genannt, wenn Männer, deren Geist sie gebildet und deren Charakter sie gestählt hat, die Erinnerung an

ihre akademischen Studienjahre feiern. Aber sie ist keine Mutter, welche ihre Liebe bedingungslos gewährt, sie an Unwürdige und Schwache verschwendet, und auch unverständigem Begehren nachgiebt. Wer die Universität bezieht mit der Absicht, die höchste intellectuelle und sittliche Bildung, die sie ihm geben kann, und mit derselben die beste Vorbereitung für seinen künftigen Lebensberuf auch wirklich sich anzueignen, darf nicht bloss empfangen wollen, nicht erwarten, dass der Ertrag der geistigen Thätigkeit vieler Geschlechter ihm könne überantwortet werden, ohne dass er, unter der Führung zieles- und wegeskundiger Lehrer allerdings, ihn selbst sich erarbeite und für diesen Zweck einsetze, was er an Kraft und Willen besitzt. Er darf nicht das Einsammeln sofort oder künftig praktisch verwerthbarer Kenntnisse und Geschicklichkeiten als das Hauptziel seiner Studien betrachten, sondern muss vor allen Dingen, wie man es treffend bezeichnet hat, das Lernen zu erlernen suchen. Auch muss er wissen, dass die Organisation unserer Hochschulen nicht etwas willkürlich Festgesetztes und beliebig Umzuänderndes ist, sondern aus dem Wesen ihrer Aufgabe, wohlvorbereitete junge Männer zu Trägern und Förderern der Wissenschaft, sowie für den Dienst des Vaterlandes zu erziehen, naturgemäss und in stetiger Entwicklung sich herausgebildet hat und ein unberechtigtes Eingreifen von Aussen nicht verträgt. Hiernach wird auch jeder beurtheilen können, ob Art und Mass der Vorbereitung, die er mitbringt, für den Genuss des akademischen Unterrichts ausreiche, und nicht etwa verlangen, dass die Universität ihrer eigentlichen Aufgabe untreu werde und sich seinen Bedürfnissen anbequeme.

Über alle diese und manche eben so wichtige andere Punkte würden Sie, liebe Commilitonen, am allerbesten sich aufklären können, wenn Ihnen zugänglich gemacht würde, was darüber von einer grossen Anzahl meiner Amtsvorgänger in Antrittsreden oder bei andern Gelegenheiten gesagt worden ist, so erschöpfend klar und eindringlich, dass kaum etwas Wesentliches hinzugefügt werden kann. Ich möchte wirklich wünschen, dass von einer geschickten Hand wenigstens die bedeutendsten dieser Reden vielleicht von einigen Erläuterungen begleitet in einem mässigen Bande zusammengestellt würden. Man hätte dann die vortrefflichste »Anleitung für Studirende zur Einrichtung ihres akademischen Lebens«, wie eine früher viel gehörte Vorlesung hiess. Am liebsten wäre es mir schon, wenn Jedem bei der Immatriculation ein Exemplar zugleich mit den Disciplinar-Gesetzen in die Hand gegeben werden könnte; auf die letztern würde so vielleicht auch ein Schimmer des idealen Lichtes fallen, in welchem dann die Universität und ihre wesentlichen Einrichtungen dem jungen Studenten erscheinen würden.

In der That, meine Herren, nehmen wir einmal an, wir haben ein solches Buch vor uns, so will ich Ihnen an ein Paar Beispielen zeigen, welche Fülle von Belehrung und Anregung Sie daraus schöpfen können.

Sie fragen nach der Idee der Universität, ihrer Aufgabe und Bestimmung. Fichte, der erste erwählte Rector dieser Hochschule, sagt Ihnen, »dass sie da ist, um dem Fortgange der Bildung des Menschengeschlechts Stetigkeit und Sicherheit zu gewähren, indem durch ihre Vermittelung mit Besonnenheit und nach fester Regel jedes Zeitalter seine höchste Verstandesbildung dem folgenden Zeitalter übergiebt, damit auch dieses sie vermehre und in dieser Vermehrung auch seinem folgenden übergebe und so fort bis an das Ende der Tage«.

Sie wollen sich ferner klar machen, worin das Eigenthümliche der akademischen Unterrichtsweise bestehe, von der man Ihnen sagt, dass sie auch durch die vortrefflichsten Compendien nicht ersetzt werden könne. Rudorff, an dessen Verlust wir heute schmerzlich erinnert werden, giebt Ihnen Aufschluss: »Das Wesentliche aber auch Unersetzliche der Hochschule und ihrer Unterrichtsweise besteht darin, dass die Wissenschaft durch unmittelbare persönliche Berührung des von ihrer Hoheit ergriffenen forschenden Lehrers mit der frischen noch unverbrauchten Jugendkraft, gleichsam selbst Person geworden, lebendig und anregend zu eigenem Studium mitgetheilt wird. Denn nicht sowohl das Lehren als solches als vielmehr das Erkennen- und Fortschreiten-Lehren ist die eigentliche Aufgabe des Universitätsunterrichts«.

Man will Ihnen aber die Besorgniss einreden, bei so idealen Vorstellungen von der Aufgabe und Lehrweise der Universität gleiche diese ja einem phantastischen Luftschlosse, worin keine Werkstatt Raum habe für die Bedürfnisse des Staats, für das eigentlich Praktische und die Technik, die Wunder wirkend Zeit und Raum überflügelt. »Keineswegs — beruhigt Sie unser unvergesslicher Boeckh. Dies ist das wahrhaft Praktische, dass der Gedanke in seiner Idealität ausgeprägt sich Bahn breche durch das Leben, die Idee, welche niemals und nirgends im Leben vollkommen erreicht wird, in diesem

annäherungsweise sich verwirkliche; dadurch wird in die Räder des Lebens eingegriffen, nicht aber dadurch, dass die Jugend geschult wird, sich in dem gewohnten Kreise der herkömmlichen Geschäftsthätigkeit mechanisch fortzubewegen oder vielmehr forttreiben zu lassen, statt mit der Kraft und Fülle des Geistes das Triebwerk in Bewegung zu setzen«.

Sie hören endlich vielerlei Gerede von der Stabilität der heutigen Universitäten, ihrer Abgeneigtheit, sich den veränderten Zeitideen anzupassen u. dgl. Auch hierauf hat Boeckh die Antwort schon gegeben in den trefflichen Worten: »Eine wissenschaftliche Körperschaft darf und kann nicht bewegungslos sein; dennoch ist ihr nichts zuträglicher als Stetigkeit des Geistes und der Grundsätze, wenn anders diese von Anbeginn tüchtig und löblich waren. Und sie waren es hier. Solche Stetigkeit ist selber Bewegung und Fortschritt«.

Ich darf diese Anführungen nicht noch vermehren, möchte Sie nur noch besonders hinweisen auf Fichtes und Trendelenburgs in grossem Sinne und freiem Geiste gedachte Auslassungen über Begriff und Nothwendigkeit der akademischen Lehr- und Lernfreiheit, sowie des letztern eindringliche Mahnung an die Studirenden zu frühzeitig begonnenem ernstem Quellen-Studium.

Wenn ich nun noch einige eigene Bemerkungen hinzusetze, so geschieht dies auf die Gefahr hin, dass Ihnen dieselben nach dem Gehörten trivial klingen mögen.

Der Erfolg des akademischen Unterrichts beruht, wie Sie vernommen haben, zum grossen Theile darauf, dass der Lehrer den Lernenden fortwährend zu eigener Forschung anleitet. Dies geschieht aber nicht etwa durch pädagogische Anweisung, sondern zunächst und hauptsächlich dadurch, dass der Lehrer beim Vortrag einer Disciplin in seiner Darstellung selbst durch Anordnung des Stoffes und Hervorhebung der leitenden Gedanken angemessen den Lernenden erkennen lässt, auf welchem Wege der gereifte und das bereits Erforschte beherrschende Denker folgerichtig vorschreitend zu neuen Ergebnissen oder besserer Begründung schon vorhandener gelangt. Dann versäumt er es nicht, ihm die zur Zeit nicht überschrittenen Grenzen der Wissenschaft zu bezeichnen und diejenigen Punkte anzudeuten, von denen aus ein weiteres Vordringen zunächst möglich scheint. Auch einen tiefern

Einblick in den Gang seiner eigenen Forschungen versagt er ihm nicht, verschweigt selbst nicht begangene Irrthümer und getäuschte Erwartungen. Auf diese Weise kommen zwar nicht so farbige, elegante und auch geistesträgeren Zuhörern verständliche Vorträge zu Stande wie sie z. B. die meisten französischen Docenten nach lithographirten, einem vorgeschriebenen Programme gemäss vollständig ausgearbeiteten Heften halten oder auch wohl durch ihre Assistenten ablesen lassen; indessen, wenn aus diesen vielleicht mehr Kenntnisse sich erwerben lassen, so verschaffen jene eine intensivere Bildung.

Der einigermassen vorgeschrittene Student muss auch mit selbstgefundenen Problemen sich beschäftigen. Den meisten wird es schwer, solche Probleme zu entdecken, welche von ihnen bewältigt werden können und zugleich ein wissenschaftliches Interesse haben. Jacobi, der grosse Mathematiker, dessen persönlichen Unterricht nicht genossen zu haben ich niemals aufhören werde zu bedauern, hat seinen Zuhörern einmal folgenden Rath gegeben. »Nicht sich hinsetzen und Entdeckungen machen wollen ist der Weg, in die Wissenschaft einzudringen, sondern das Einzelne, Bekannte klar und durchsichtig machen, sich mit Problemen beschäftigen, welche es seien, das ist ganz einerlei; auf diesem Wege findet man die wahren Probleme der Wissenschaft und die Principien, die zu Entdeckungen führen«.

Freilich werden es so nur sehr tüchtige Köpfe machen können. Für andere möchte ein Weg mehr zu empfehlen sein, auf dem, wie man weiss, Jacobi selbst den Anstoss zu manchen seiner Arbeiten erhalten hat. In den ältern, wenig mehr gelesenen Schriften der gelehrten Gesellschaften, sowie in der umfangreichen wissenschaftlichen Correspondenz der Gelehrten früherer Zeit ist eine ausserordentliche Fülle wissenschaftlichen Stoffes aufgehäuft, aus welchem, wer zu finden weiss, Vielerlei zu eigenen Arbeiten ihn Anregendes herauslesen und nebenbei noch manches Nützliche lernen kann.

Noch zwei Punkte habe ich flüchtig zu berühren.

Der Forschungstrieb entspringt dem im innersten Wesen des menschlichen Geistes begründeten Bedürfniss, in dem Mit- und Nacheinandersein der Dinge Ordnung und gesetzmässigen Zusammenhang zu entdecken. Die einzelnen wissenschaftlichen Disciplinen erhalten ihre Bedeutung dadurch, dass sie alle zu diesem Zwecke mitwirken, aber nicht zusammenhangslos, sondern gleichsam eine Kette bildend, welche von der Mathematik als dem

einen äussersten Gliede ausgehend durch die verschiedenen Zweige der Naturkunde und der historischen Wissenschaften im weitesten Sinne des Wortes hindurch bis zu der Philosophie als dem Schlussgliede sich hinzieht. Mathematik und Naturwissenschaft beschäftigen sich beide mit den Erscheinungsformen des Seins in Raum und Zeit, jene mit den in der Idee existirenden, überhaupt möglichen, diese mit den in der Körperwelt verwirklichten. So ist die Mathematik für die Naturwissenschaft eine nothwendige Voraussetzung, nicht eine Hülfsdisciplin im gewöhnlichen Sinne; umgekehrt liefert der beobachtende und experimentirende Naturforscher in seinen Resultaten dem Mathematiker mehr als eine blosse Aufgaben-Sammlung. Die historischen Disciplinen ferner, Geschichtswissenschaft im engern Sinne, Sprachforschung u. s. w., die im Entwicklungsgang des Menschengeschlechts die waltenden Gesetze und treibenden Kräfte zu erforschen und darzulegen haben, finden ihre Verbindung mit den Naturwissenschaften darin, dass die Entwicklung des Menschenlebens, in den Völkern wie in dem Einzelnen, durch die Wechselwirkung zwischen seinem eignen Sein und dem gesammten Sein ausser ihm bedingt ist. Die Philosophie endlich, indem sie die Ergebnisse aller Wissenschaften zusammenfasst, reinigt, vergeistigt, arbeitet an der Verwirklichung des wissenschaftlichen Ideals, in der unendlichen Mannigfaltigkeit der Erscheinungen der Natur und des geistigen Lebens die Einheit, das Absolute zu erkennen. In diesem Sinne kann man sagen, dass Erkenntniss des Wesens der Dinge das letzte Ziel aller wissenschaftlichen Forschung sei, und dass nach der Stufe, welche auf dem Wege zu diesem Ziele in jedem Zeitalter die Menschheit erreicht hat, der Grad der allgemeinen Bildung dieses Zeitalters bemessen werden müsse. Wie und in welchem Masse nun der Einzelne an der allgemeinen Bildung seiner Zeit Theil nehmen könne und solle, ist nicht so leicht zu bestimmen. Für Sie, liebe Commilitonen, mögen folgende Winke genügen. Zunächst steht fest, dass es keine unfruchtbarere Beschäftigung geben kann als Vielerlei treiben und Nichts ergründen; überdies werden Sie nur dadurch, dass sie einem Hauptfache ein tiefer eindringendes Studium widmen, das Wesen wissenschaftlicher Forschung überhaupt verstehen lernen. Auch kann heutzutage, wo nicht nur alle wissenschaftlichen Disciplinen eine Überfülle des Stoffs darbieten, sondern auch viele in raschester Entwicklung begriffen sind, Niemand mehr dazu gelangen, in dem gesammten Gebiet des Wissens in dem Masse heimisch zu werden wie es in früherer Zeit wohl einzelnen besonders hochbegabten und unermüdlich thätigen Menschen gelungen ist. Gleichwohl ist es einem wohlvorbereiteten und fleissigen jungen Manne auch gegenwärtig möglich und, wenn er später den Sinn für ideale Zwecke nicht ganz verlieren, den Bestrebungen anderer nicht fremd gegenüber stehen und auch in den Bewegungen und Kämpfen des Lebens nicht haltlos hin und her schwanken will, unumgänglich nothwendig, neben dem gründlichen Studium eines Hauptfachs auch mit denjenigen Disciplinen, die nicht grade Hülfsdisciplinen der seinigen sind, sich wenigstens so weit zu beschäftigen, dass er von der Aufgabe und der wissenschaftlichen Bedeutung jeder einzelnen eine richtige Vorstellung erhält. Kein Student sollte also die Universität verlassen ohne Vorlesungen über politische Geschichte, allgemeine Culturgeschichte und Geschichte der Philosophie insbesondere gehört zu haben. Keiner auf dem Gymnasium in die klassische Litteratur eingeführte sollte auf der Universität derselben ganz untreu werden. Aber es könnten auch Vorträge aus dem Gebiete der Mathematik und der Naturwissenschaften so eingerichtet werden, dass sie für Juristen und Philologen in dem von mir angedeuteten Sinne verständlich und bildend würden. Die Vorkenntnisse, die jeder auf dem Gymnasium sich erwerben kann, reichen vollkommen dazu aus. Ich widerstehe nur ungern der Versuchung, dies an einem Beispiele ausführlicher darzulegen.

Ich schliesse mit einer Mahnung, deren Ernst Sie, theure Commilitonen, nicht verkennen wollen.

Mit Recht rühmt man, was der Fortschritt der Wissenschaften, insbesondere der Naturwissenschaften für die Vermehrung der Wohlfahrt des Menschengeschlechts geleistet hat. Grössere Erfolge noch, hofft man mit nicht minderm Rechte, werde er in Zukunft erreichen. Erwärmen Sie sich für alle edlen Bestrebungen, die auf dieses Ziel gerichtet sind. Begeistern Sie sich durch den Gedanken, dass Männer, die unsterbliche Entdeckungen in der Wissenschaft gemacht haben, dadurch auch Wohlthäter von Millionen geworden sind. Doch nach dem, was ich vorhin über den Zusammenhang der Wissenschaften sagte, werden Sie sich nicht der Einsicht verschliessen, dass nur aus dem harmonischen Zusammenwirken aller der Menschheit wahres Heil erwachsen werde. Keine von ihnen, auch nicht die Naturwissenschaft,

hat allein die Mission, nicht nur die Menschheit aus geistiger Sklaverei zu erlösen, sondern sie auch zur wahren Sittlichkeit zu erziehen und ihr zugleich die materiellen Mittel zur Glückseligkeit zu liefern.

Vor allem aber erfüllen Sie sich mit der Überzeugung, dass der Wissenschaft höchsten Preis nur erringt, wer — um mit dem Dichter zu reden — in ihr die hohe, himmlische Göttin erblickt, nicht aber das Weib in ihr sucht oder gar die dienende Magd.

Freilich ist Wissen auch Ehre, ist Macht, ist die Wünschelruthe, die zeigt wo Schätze liegen, ist der Stein der Weisen, den die alten Alchymisten nicht auf dem richtigen Wege suchten. Darum kamen schon zu Sokrates die jungen Männer von Athen, damit er die Kunst »zu herrschen über die Menschen« sie lehre; und so drängt sich auch in unsere Hörsäle eine Schaar, welche Weisheit begehrt zu allerlei Gebrauch, den Schein der Wissenschaft, nicht sie selbst.

Aber alle diese bleiben — ich gebrauche ein altes Bild — in der Vorhalle des Tempels zurück, in dessen innerstem Heiligthum der reine Gottesdienst der Wahrheit gefeiert und nicht den bösen Dämonen der Zeit geopfert wird; wer dies Innerste betreten will, erscheine reinen Sinnes, von lauterem Wissensdrang beseelt und voll echter Begeisterung für alles Grosse, das der Menschengeist schafft und für alles Edle und Schöne, das im Menschengemüth seine Stätte hat.

REDE ZUR GEDÄCHTNISS-FEIER
DER FRIEDRICH-WILHELMS-UNIVERSITÄT ZU BERLIN
AM 3. AUGUST 1874.

Als König Friedrich Wilhelm der Dritte, dessen Gedächtniss in dankbarer Verehrung zu feiern wir uns abermals hier versammelt haben, in der bedrängtesten und zugleich ruhmreichsten Zeit seiner Regierung die Gründung einer grossen Universität in der Hauptstadt seines Landes beschloss, waren es, wie man weiss, Erwägungen mancherlei Art, die ihn leiteten, und wurden auch Zwecke von vorübergehender Bedeutung ins Auge gefasst. Der Grundgedanke aber, von dem der hochsinnige Monarch und seine erleuchteten Rathgeber ausgingen und an dem sie unbeirrt durch Bedenken und Widerspruch festhielten, war der, dass auf der zu stiftenden Hochschule, für welche die bedeutendsten Forscher und Lehrer zu gewinnen und die reichsten Unterrichtsmittel zu beschaffen man bedacht war, die Wissenschaft ihre höchsten Ziele verfolgen und zugleich den höchsten Zwecken des Staates dienen solle. In diesem Gedanken fand, verständlich für jedermann, dem Wissenschaft und Staat keine fremden Begriffe sind, zum erstenmal ihren vollen und reinen Ausdruck die Idee, welche zu verwirklichen in der Gegenwart überhaupt Aufgabe und Beruf der Universitäten ist. Sie mit richtigem Verständniss erfasst und in ihrem Sinne gehandelt zu haben in einer Zeit, wo Philanthropen und Kosmopoliten für Errichtung vollkommenster Bildungsanstalten für die ganze Menschheit schwärmten, bei der Masse dagegen Sinn für ideale Bestrebungen kaum vorhanden war, ist Friedrich Wilhelms des Dritten unvergängliches Verdienst, dem kein Abbruch geschieht, wenn darauf hingewiesen wird, dass diese Idee wie jede andere, welche auf das Kulturleben eines grossen Volkes dauernd einen bestimmenden Einfluss auszuüben die Kraft hat, nicht die Konzeption eines Einzigen, sondern die langsam gezeitigte Frucht geschichtlicher Entwickelung ist.

Die Universitäten des Mittelalters waren autonome Körperschaften, in sich abgeschlossen und ohne sichtbaren Zusammenhang mit dem Staate, in welchem sie ihren Sitz hatten. Die älteren besassen sogar, wie wir es jetzt nennen würden, einen internationalen Charakter, etwas ganz Natürliches, so lange es nur wenig Orte gab, wo eine bestimmte Disziplin vertreten war, und zugleich die lateinische Sprache innerhalb des Gelehrtenstandes die Verkehrssprache bildete. Die Studenten waren meist Männer von schon vorgerücktem Alter, welche kamen, um eine bestimmte Fachwissenschaft, Theologie und scholastische Philosophie, Jurisprudenz, Medizin zu studiren, die Mehrzahl eines praktischen Zweckes halber, viele auch aus wirklichem Wissensdrang, oder um als Gelehrte Ansehen und Ruhm sich zu erwerben. Der Unterricht bestand, abgesehen von formalen Übungen, in der Überlieferung des aus dem Alterthum überkommenen wissenschaftlichen Stoffes von einer Generation an die andere; Fähigkeit und Neigung zur selbstständigen Durcharbeitung desselben oder zu eigener Forschung auf noch nicht betretenen Wegen war bei Lehrern wie Schülern nur ausnahmsweise vorhanden.

Diese Verhältnisse änderten sich erst, als gegen Ende des Mittelalters die neue Schule der Humanisten in ihrem Kampfe gegen die Scholastiker aller Orten die besten Köpfe für sich gewann und der frische Hauch der Zeit »in der es eine Lust war zu leben« auch in die Zellen der Mönche und die Bursen der Universitäten drang. In Deutschland aber — und nur von diesem ist im Folgenden die Rede — war es die Reformation, welche den mächtigsten Einfluss auf die Universitäten ausübte und den Geist derselben auf das wesentlichste änderte. Nicht als ob mit der Reformation sofort das Prinzip der freien Forschung zur Geltung gekommen wäre — wurde doch, um eins anzuführen, in Wittenberg die Kopernikanische Lehre auf das heftigste bekämpft und verdammt, während sie in Rom noch Duldung fand. Auch ist nicht das Wichtigste, dass auf den protestantischen Universitäten in Folge der Reformation die historischen und sprachlichen Studien als unentbehrlich für die vorzugsweise betriebene Schrifterklärung mehr wie bisher Eingang fanden und um so eifriger gepflegt wurden, als fast alle bedeutenden

Humanisten sich der Reformation anschlossen und die überall aufblühenden Gymnasien wohl vorbereitete Studirende jüngeren Alters lieferten. Aber das war eine neue Erscheinung im deutschen Leben, dass Gelehrte der Universitäten, auf der einen wie der anderen Seite, mit Wort und Schrift für eine Sache wirkten und kämpften, die nichts gemein hatte mit den gewohnten Schulstreitigkeiten, sondern ihnen wie allen im Volk, die zu ihnen standen, eine heilige war, welche ihre ganze Seele füllte. So entstand die erste nachhaltige Wechselwirkung zwischen dem Gelehrtenstande und dem Volke. Jener wurde seiner Zusammengehörigkeit mit der Nation sich bewusst; das vom Katheder gesprochene Wort drang über die engen Grenzen des Hörsaals hinaus in weite Kreise, und das Volk blickte voll Achtung auf die gelehrten Männer, welche mit den Waffen des Geistes verfochten, was ihm Herzenssache war. Heisst doch der volksthümlichste der Reformatoren bis auf den heutigen Tag im Munde seiner Landsleute stets noch der »Doctor« Martin Luther.

Freilich war der Aufschwung, den die Universitäten unter dem Einfluss der Reformation nahmen, auch auf den protestantischen, nur von kurzer Dauer.

Der anfängliche Glaubenseifer entartete zu starrem Dogmatismus, aus der Schriftforschung erwuchs der bornirteste Buchstabenglaube, und der Streit unter den Vertretern der verschiedenen Richtungen in der protestantischen Kirche ward mehr und mehr zum persönlichen Hader erbitterter Gegner. Dazu der unselige Krieg, der den Wohlstand und die Kultur der Nation schier vernichtete, die Schulen verödete und die Sitten verwildern liess. Wie trostlos bei solcher Lage der Dinge sich der Zustand der Universitäten im 17. Jahrhundert gestaltet hatte, bezeichnet ein geistvoller Historiker treffend mit den Worten: »Formzwang in der Wissenschaft und Formlosigkeit im Leben«.

Doch der kräftige und tiefe Geist des deutschen Volkes rettete die Universitäten vor dem sie bedrohenden gänzlichen Verfall. Die Gründung der Hochschulen Halle und Göttingen bezeichnet in der Geschichte des Universitätswesens einen abermaligen Wendepunkt.

In Halle lebte der ursprüngliche Geist der Reformation, nur noch mehr auf das Innerliche gerichtet, wieder auf und erregte aufs tiefste die Gemüther, während nach einer anderen Richtung hin die Bestrebungen eines Thomasius, Wissenschaft und Leben mit einander in Einklang zu setzen, eine Bewegung hervorriefen, welche auf allen Universitäten die wesentlichsten Reformen des akademischen Unterrichtes, namentlich die Einführung der deutschen Sprache als Lehrsprache, zur Folge hatte.

Göttingens Verdienst und Ruhm beruht auf einem anderen Grunde. In Göttingen machte sich von Anfang an das Bestreben sichtbar, die Studirenden zu tüchtigen Menschen zu erziehen, die einen hervorragenden Platz im Leben mit Ehren sollten behaupten können. Die juristische Fakultät stand daher auf dieser Universität im Vordergrunde und galt im vorigen Jahrhundert unbestritten als die erste in Deutschland. Aber neben ihr war es die philosophische Fakultät, die in Göttingen zuerst eine grössere Wirksamkeit entfaltete — wenn auch nicht gerade in dem Fache, nach welchem sie benannt wird —, indem hier die historischen, philologischen, kameralistischen und — soweit davon in damaliger Zeit die Rede sein konnte — die naturwissenschaftlichen Disziplinen in grösserer Vollständigkeit und gründlicher gelehrt wurden als an irgend einer anderen Universität. Freilich fehlte viel, dass man die Bedeutung, die alle diese Fächer als selbstständige Wissenschaften haben, voll anerkannt hätte; man schätzte sie mehr als Hülfsdisziplinen oder ihrer Wichtigkeit für das praktische Leben halber. Freier wissenschaftlicher Geist, der im innersten Wesen des Menschen wurzelnde Trieb, in dem Neben- und Nacheinandersein der Dinge Zusammenhang, Ordnung und Gesetz zu erkennen, dieser Geist, der nach dem Wahren strebt nur um der Wahrheit willen, waltete auch in Göttingen damals nicht.

Aber schon hatte er die Stätte gefunden, von wo aus er mit belebendem Hauche über die deutschen Lande sich ergiessen sollte. Im fernen Osten waren im Kopfe eines einsamen Denkers jene bewunderungswürdigen Werke gereift, welche die Grundlage der deutschen Philosophie bilden, und allen Wechsel der Systeme überdauern werden. Das heutige Geschlecht kann sich nur schwer eine Vorstellung von der Gewalt und Tiefe der Bewegung machen, in welche das Erscheinen dieser Werke, in denen der Königsberger Weise es unternahm, die Grenzen des Erkennens festzustellen und gleichwohl den Forschungstrieb zur höchsten Thatkraft anzuspannen, während der beiden letzten Dezennien des vergangenen Jahrhunderts alle denkenden und höheren Interessen zugänglichen Geister der Nation versetzte. Die Wirkung dieser

Bewegung aber dauert fort. Die Kant'sche Philosophie hat unserm Volke den Sinn für ernste und tiefe Forschung, das Verständniss echter Wissenschaft aufgeschlossen.

Um an einem Beispiel zu zeigen, welch unermesslichen Einfluss sie ausübte, will ich daran erinnern, dass sie selbst in die theologischen Fakultäten der katholischen Universitäten Eingang fand. Noch im ganzen ersten Viertel dieses Jahrhunderts galt es als Vorschrift, dass die jungen Theologen, bevor sie die Priesterweihe empfingen, ein strenges Examen in der Philosophie — und diese basirte damals fast überall auf den Kant'schen Prinzipien — zu bestehen hatten. Damals würde eine gesetzliche Bestimmung wie die jüngst erlassene, dass ein Kandidat der Theologie, auch ein katholischer, einen gewissen Grad allgemeiner wissenschaftlicher Bildung besitzen und zu deren Nachweis sich prüfen lassen müsse, nur insofern bei den Betheiligten Befremden erregt haben, als man über das geringe Mass der gestellten Forderungen sich gewundert haben würde. Aber jene aus der Schule eines Fürstenberg, Sailer, Wessenberg hervorgegangene Generation hochgebildeter, denkender und humaner Geistlichen, wie ich sie in meiner Jugend noch gekannt habe, auf deren Bücherbrett neben der Kritik der reinen Vernunft Nathan der Weise stand, ist gegenwärtig ausgestorben.

Aus der Lehre Kants erwuchsen die philosophischen Systeme Fichtes und Schellings, auf die ich ebenfalls einen Blick werfen muss, indem sie beide auf den Geist der deutschen Universitäten wesentlichen Einfluss gehabt haben.

Als anregendes Ferment unstreitig zunächst einen wohlthätigen. Was aber ihre dauernde Wirkung angeht, so darf man, um zunächst von Schellings und seiner Schule angeblicher Naturphilosophie zu sprechen, ohne Furcht vor Widerspruch sagen, dass, wenn überhaupt etwas durch sie dauernd gefördert worden ist, dies jedenfalls die Naturwissenschaften nicht sind. Denn was sollte diesen jenes sinnlose Spiel mit Worten, Formen und Zeichen, die der Physik und Mathematik entlehnt in ganz anderer oder eigentlich gar keiner Bedeutung gebraucht wurden, oder jene kindlichen Erklärungsversuche durch Bilder und Gleichnisse, an denen man Gefallen fand, frommen? Vielmehr ist für die Vermessenheit — denn hier ist ein milderes Wort nicht an der Stelle —, dass man ohne positive Kenntnisse, ohne Beobachtung und Versuch die Welt mit ihrer unendlichen Fülle von Erscheinungen begreifen und »aus der Idee« oder, wie es später hiess, »logisch« konstruiren wollte, Deutschland schwer genug dadurch gestraft worden, dass es in den Naturwissenschaften Dezennien lang hinter anderen Ländern zurückgeblieben ist, und zugleich von vielen der heutigen Vertreter derselben die spekulative Richtung der Naturforschung mehr als frommt missachtet wird.

Was ferner Fichte angeht, so steht wohl fest, dass der Erfolg seines Wirkens mehr seiner gewaltigen Persönlichkeit zuzuschreiben ist, als seinem philosophischen System. Ein Mann, für den »das Sittliche die Substanz der Welt und alles übrige nur da war, damit das Sittliche sei«, ein Mann der That zugleich, in welchem Kants Begriff vom reinen Willen verkörpert erschien, war er berufen, dem in sittliche Erschlaffung versunkenen Zeitalter das Bewusstsein der Pflicht und den Muth des Handelns wiederzugeben.

Dies ist etwas so Grosses, dass dagegen die von niemandem geleugneten Schwächen in Fichtes Lehrsystem völlig verschwinden. Eins aber darf nicht verschwiegen werden, weil es erklärt, warum die sichtbaren Erfolge seiner Thätigkeit so weit hinter seinen Absichten zurückgeblieben sind. Es ist das seine Missachtung des Empirischen und historisch Gewordenen. Ohne alle Rücksicht auf die bestehende Ordnung der Dinge zog er die Konsequenzen seiner Prinzipien; was immer diesen widersprechen mochte, sollte weichen. Zum Heile der Menschheit gab er — bei seinem bekannten Plane der gemeinsamen Erziehung der Kinder in öffentlichen Anstalten — unbedenklich das wesentlichste Element der Gesellschaft, die Familie, Preis. Es walten aber auch in der Organisation und geschichtlichen Entwickelung des Menschengeschlechts Gesetze, in die mit der Kraft des Geistes einzugreifen dem Einzelnen ebenso wenig gegeben ist als der Wille des Menschen auf andere Naturgesetze Einfluss hat.

Insbesondere aber ist es bei Fichte ein charakteristischer Zug, den er jedoch mit den meisten Zeitgenossen, die selbst beim Becherklang »auf das Wohl der ganzen Welt zu zielen« gewohnt waren, gemein hat — dass es stets die gesammte Menschheit ist, auf die sich seine Pläne richten. Von der Bestimmung der Menschheit, das Göttliche, Übersinnliche in der sichtbaren Welt zur Darstellung zu bringen, hat er den höchsten Begriff; der Einzelne ist nur da, damit die Menschheit diese ihre Bestimmung erreiche.

Dass aber in einem organisch gegliederten Ganzen, wie doch das Menschengeschlecht es ist, das Individuum nur an der Stelle, wo es dem Organismus eingefügt ist, dem Ganzen dienen kann, und auch dies nur, indem es nach der eigenthümlichen Anlage seines Wesens sich entwickelt, ist vielleicht eine zu triviale Wahrheit, als dass sie in Fichtes System Platz fände. Ferner, dass innerhalb der Menschheit Familie, Gemeinde, Nation, Staat, Kirche Individuen höherer Art sind, ein jedes innerhalb einer bestimmten Sphäre zu einer selbstständigen Existenz berechtigt und eben dadurch, dass es in dieser sich auslebt, seine Bestimmung erfüllend, auch das wird übersehen oder geradezu verneint.

Darum ist auch der Staat Fichtes der nach der Idee konstruirte Vernunftstaat, nicht der wirkliche, historische Staat, dessen Bestimmung ist, in wohlorganisirter Verfassung des Einzelnen Freiheit und Recht zu schützen, während jener als der ärgste und unerbittlichste Tyrann auftritt.

Ich habe mich bei Fichte nicht ohne Absicht etwas länger aufgehalten. Bei keiner Persönlichkeit seiner Zeit tritt so deutlich hervor, wie wenig damals auch die hellsten Köpfe zur Anerkennung des Grundsatzes geneigt waren, von dem ich im Anfang meiner Rede sagte, dass er bei der Stiftung unserer Universität der leitende gewesen sei.

Fichte hat einst an dieser Stelle von der Universität, wie sie in seinem Geiste lebte, ein Bild entworfen, das in seiner idealen Verklärung wie ein Erzeugniss dichterischer Phantasie erscheint. Die Universität ist ihm »die von Menschen ausdrücklich für Sicherung der Stetigkeit im Fortgange der geistigen Entwickelung der Menschheit geschaffene Anstalt, indem durch ihre Vermittelung mit Besonnenheit und nach fester Regel jedes Zeitalter seine höchste Verstandesbildung dem folgenden Zeitalter übergiebt, damit auch dieses sie vermehre, und in dieser Vermehrung seinem folgenden übergebe, und so fort bis an's Ende der Tage«.

Die Grösse der Idee wird niemand verkennen. Wenn aber Fichte fortfahrend die Universität als die wichtigste Anstalt und den heiligsten Besitz der Menschheit preist, als die sichtbare Darstellung der Unsterblichkeit unseres Geschlechts, der Einheit des Überweltlichen und Weltlichen, der Erscheinung Gottes, ja Gottes selbst, so mag wer kann, diese Überschwänglichkeit als Ausfluss eines schönen Enthusiasmus hinnehmen (in der That aber bezeichnet sie eine der Stellen, wo Fichtes Idealismus die Grenze streift, jenseits welcher das Unbestimmte und Leere liegt), aber dies wird auch der eifrigste Verehrer Fichtes zugeben, in dem Staate, wie er ist, findet seine Universität keinen Platz. Und das sollte sie auch gar nicht nach seinem Willen; sie sollte, einmal errichtet, als eine dem Heil der ganzen Menschheit dienende Anstalt, unbeeinflusst von irgend einer staatlichen Einwirkung durch sich selbst bestehen und aus sich selbst sich fortentwickeln. Das waren auch nicht blos theoretische Ansichten. Fichte hat bekanntlich bei der Stiftung unserer Hochschule sehr bestimmte und wohldurchdachte Vorschläge umfassendster Art gemacht und mit der ihm eigenen Energie verfochten, welche auf die Realisirung seiner Idee hinzielten. Dass ihre Ausführung die Lebensfähigkeit der neuen Hochschule schon im Keime erstickt haben würde, bestreitet heutzutage kein Einsichtiger.

Ich komme zum Schluss. Die flüchtige Skizze, welche ich von der Geschichte des Universitäts-Wesens in Deutschland und den mit demselben unmittelbar zusammenhängenden Bewegungen auf dem Gebiete des wissenschaftlichen und sozialen Lebens zu geben versucht habe, selbstverständlich mit Beschränkung auf die mir als die wichtigsten erscheinenden Momente und ohne Anspruch, etwas Neues gesagt zu haben, sollte nur zeigen, wie die Universitäten von ihrem Ursprung an in beständiger Um- und Fortbildung begriffen und im Wesentlichen stets der Ausdruck des allgemeinen Kulturlebens der Zeit gewesen sind, so dass nichts ungerechter sein kann als der Vorwurf der Stabilität, der ihnen so oft gemacht worden ist. Kaum wird es noch nöthig sein, jetzt ausdrücklich darauf hinzuweisen, welche Läuterung die Idee der Universität durch die Gründung dieser Hochschule erfahren hat. Über Zweck und Bedeutung der Universität als einer wissenschaftlichen, nicht blos zur Erwerbung von Fachgelehrsamkeit oder praktisch zu verwerthenden Kenntnissen und Geschicklichkeiten bestimmten Anstalt gingen die Ansichten der Urtheilsfähigen kaum noch auseinander. Es konnte keinem Zweifel unterliegen, dass den Rechten der Wissenschaft im vollsten Masse Genüge geschehen werde, wo ein Schleiermacher, Fichte, F. A. Wolf und vor allen ein W. von Humboldt an der Gründung einer Universität den wesentlichsten Antheil hatten. Aber es galt jetzt, die Anforderungen der Wissenschaft in einem höheren Sinne, als man früher versucht hatte, mit den Ansprüchen und Bedürfnissen des Lebens auszugleichen; es musste der Versuch gemacht werden, die Universität in den Staatsorganismus so einzufügen, dass sie die Pflanzstätte einer wahrhaft höheren Bildung werde, in der sich Intelligenz und Sittlichkeit, ideales Streben und praktische Tüchtigkeit, wissenschaftlicher Geist und vaterländische Gesinnung zu einträchtigem Zusammenwirken vereinigen.

Das ist, wenn ich nicht irre, wahr und klar ausgedrückt, der »Stiftungsgedanke«, welcher unserer Hochschule den Ursprung gegeben und ihr im höchsten Sinne des Wortes den Charakter einer Staatsanstalt aufgeprägt hat.

Seine treibende und belebende Kraft hat er dadurch bewährt, dass in unserem deutschen Vaterlande jetzt alle Universitäten in einem Sinne und für einen Zweck zusammenarbeiten.

Friedrich Wilhelm der Dritte hat in seiner schlichten Weise diesen Zweck mit den Worten bezeichnet, die er kurz nach seinem Regierungsantritt an seinen Unterrichts-Minister richtete: »Die Schule soll den Menschen und Bürger bilden«. Denn etwas Anderes können und wollen auch in ihrer Sphäre die Universitäten nicht.

ZU E. E. KUMMERS FÜNFZIGJÄHRIGEM DOCTORJUBILÄUM.

(Im Auftrage der philosophischen Facultät der Königlichen Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin überreicht zum 10. September 1881.)

Hochverehrter Herr College!

Indem wir Ihnen zu Ihrem bevorstehenden fünfzigjährigen Doctorjubiläum, das zu unserem lebhaften Bedauern in eine Zeit fällt, wo Ihre Amtsgenossen und Freunde sich nicht in herkömmlicher Weise zu einer würdigen Feier des Tages vereinigen können, unsere wärmsten Glückwünsche darbringen, vergegenwärtigen wir uns mit freudiger Bewunderung, was Sie im Dienste der Wissenschaft Grosses und Dauerndes geleistet haben, und nehmen Theil an dem Gefühle reinster und vollster Befriedigung, mit der Sie auf das abgelaufene halbe Jahrhundert Ihres segenreichen Wirkens zurückblicken können.

Durch innere Neigung dem Studium der Mathematik zugeführt, erkannten Sie schon früh in der mathematischen Forschung Ihren eigentlichen Lebensberuf. Speculativ angelegt und darum an dem Besitz überlieferten Wissens allein kein Genügen findend, war Ihr Geist für productive wissenschaftliche Thätigkeit auf das glücklichste organisirt; mit dem Drange nach Erkenntniss des Grundes und Zusammenhanges der Wahrheiten verband sich in ihm die Fähigkeit, bei ausgedehnteren Untersuchungen die fundamentalen Fragen herauszufinden und auf deren Ergründung die ganze Kraft des Denkens zu concentriren, mit dem Eifer des Schaffens Stetigkeit und Sinn für planmässiges Arbeiten, mit idealem, auf das Höchste und Allgemeinste gerichteten Streben ein klarer Blick für das im concreten Falle Erreichbare und Nothwendige.

So ausgestattet mit allen Anlagen und Eigenschaften, die den Forscher kennzeichnen, und in strenger Arbeit geschult, gingen Sie alsbald zur selbständigen Production über, und zwar nach einander in drei Hauptgebieten der Mathematik, indem Sie in den ersten zehn Jahren, während Ihrer Thätigkeit als Gymnasiallehrer, hauptsächlich analytische Fragen behandelten, dann während eines noch längeren Zeitraumes fast ausschliesslich in die Theorie der Zahlen sich vertieften und zuletzt, zur Überraschung manches Fachgenossen, auch auf dem Gebiete der Geometrie die Vielseitigkeit Ihres Talentes bewährten.

Die durch Reichthum an fruchtbaren Ideen, Fülle neuer Resultate und lichtvolle Darstellung gleich ausgezeichneten Arbeiten, mit denen Sie auf jedem der genannten Gebiete die mathematische Literatur beschenkt haben, nach ihrem vollen Werthe zu würdigen, und den Einfluss nachzuweisen, den dieselben auf den Entwicklungsgang der Wissenschaft ausgeübt haben, namentlich in der denkwürdigen Epoche, wo ein Geschlecht jüngerer Mathematiker, das in dem Göttinger Altmeister sein Haupt und Vorbild verehrte, und als dessen einziger Repräsentant Sie jetzt dastehen, die Blütezeit der mathematischen Forschung in Deutschland herbeiführte, das ist die Aufgabe eines künftigen Geschichtsschreibers der Mathematik des neunzehnten Jahrhunderts. Wir begnügen uns, aus der grossen Reihe Ihrer Meisterwerke einige herauszugreifen, welche von besonders weitgehender Wirkung gewesen sind und Ihren Namen den Namen der berühmtesten Forscher auf dem Gebiete Ihrer Wissenschaft angereiht haben: aus den Productionen der ersten Zeit die vortreffliche Abhandlung über die hypergeometrische Reihe, ferner aus denen der zahlentheoretischen Epoche die grossen Arbeiten, in denen Sie der Theorie der aus höheren Wurzeln der Einheit gebildeten complexen Zahlen durch Einführung des Begriffs der idealen Zahl, Ihres Monumentum aere perennius, das Fundament geschaffen und mit der Entdeckung des Reciprocitäts-Gesetzes das Gebäude gekrönt haben, endlich aus den letzten Jahren die wichtigen Untersuchungen über die Singularitäten der Flächen, durch welche eine der interessantesten, aber auch verwickeltsten und am schwersten zugänglichen geometrischen Theorien wesentlich aufgehellt worden ist.

Wir würden indessen, hochgeehrter Herr College, Ihnen nur wenig gerecht werden, wenn wir es unterliessen, die unvergänglichen Verdienste,

welche Sie sich um die Verbreitung des mathematischen Wissens in unserem Vaterlande in verschiedenen Lebensstellungen erworben haben, gebührend hervorzuheben und dem Danke, den Ihre nach Tausenden zu zählenden Schüler Ihnen dafür schulden, vollen Ausdruck zu geben, wozu wir uns als Mitglieder der Facultät, die seit sechsundzwanzig Jahren in Ihnen einen ihrer bewährtesten und berühmtesten Lehrer verehrt, vor allen verpflichtet und berufen halten.

Die Erinnerung an die Zeit Ihrer Lehrthätigkeit am Gymnasium zu Liegnitz ist Ihnen immer besonders deswegen werth geblieben, weil Sie schon damals das Glück hatten, durch Ihren Unterricht und Ihr Beispiel eine Anzahl talentvoller Schüler für das Studium der Mathematik zu gewinnen, unter ihnen solche, die sich später als Forscher ersten Ranges bewährt haben.

Während Ihrer dreizehnjährigen Wirksamkeit an der Universität Breslau haben Sie dort eine mathematische Schule gegründet, welche wetteifernd mit der berühmten Königsberger Schule für die Belebung und gedeihliche Entwickelung des mathematischen Studiums in Deutschland Ungewöhnliches geleistet hat. Wenn noch heute die Schulen Schlesiens den Universitäten eine verhältnissmässig grosse Zahl von Studirenden der Mathematik zuführen, und diese Disciplin dort einer besondern Achtung sich erfreut, so sind darin noch Spuren Ihres Wirkens zu erkennen.

Glänzender und erfolgreicher noch hat sich indessen Ihre Lehrthätigkeit an unserer Universität entfaltet, wo Ihnen die Aufgabe geworden, die durch den Abgang Lejeune Dirichlets und Jacobis entstandene, schwer empfundene Lücke auszufüllen. Angezogen von der Gediegenheit des Inhalts Ihrer Vorlesungen, von der unübertrefflichen Klarheit Ihres Vortrags, von Ihrer Gabe, sich der Fassungskraft des Anfängers anzupassen, ohne der Strenge der Methode etwas zu vergeben, nicht minder endlich von dem Reize, den der Ihrem Wesen eigene und bei mündlicher Mittheilung noch mehr als in Ihren Schriften hervortretende ideale Zug auch dem sprödesten Stoffe verlieh, hat sich hier eine von Jahr zu Jahr angewachsene Schaar der ausgezeichnetsten Schüler um Sie versammelt, aus der die deutschen Universitäten und höheren Schulen ihre besten mathematischen Lehrer empfangen haben, und aus deren Tüchtigkeit und begeisterter Anhänglichkeit an Sie wir besser noch als aus ihrer grossen Zahl ermessen können, wie vollständig die einst an Ihre Berufung geknüpften hohen Erwartungen sich verwirklicht haben.

Indem wir, verehrtester Herr College, Sie bitten, den Ausdruck unserer aufrichtigsten Hochschätzung und Anhänglichkeit freundlichst entgegennehmen zu wollen, gestatten wir uns hinzuzufügen, dass wir die Rüstigkeit und geistige Frische, mit der wir Sie täglich Ihres Amtes walten sehen, zu unserer innigsten Freude als eine Bürgschaft dafür betrachten, dass bei Ihnen der Eintritt in einen neuen Lebensabschnitt nicht zugleich den Abschluss Ihrer mit Erfolgen so reich gesegneten Wirksamkeit bezeichnen werde.

Dekan und Professoren
der philosophischen Facultät der Königlichen Friedrich-Wilhelms-Universität.

VERZEICHNISS DER VON WEIERSTRASS AN DER UNIVERSITÄT ZU BERLIN GEHALTENEN UND ANGEKÜNDIGTEN VORLESUNGEN.

(Die in Klammern gesetzten Ziffern bedeuten die wöchentliche Stundenzahl.)

Winter 1856—57.

Ausgewählte Kapitel der mathematischen Physik, publice.

Sommer 1857.

Allgemeine Lehrsätze betreffend die Darstellung analytischer Functionen durch convergente Reihen, publice (1).

Theorie der elliptischen Functionen, privatim (4).

Winter 1857—58.

Ausgewählte geometrische und mechanische mit Hülfe der elliptischen Functionen zu lösende Probleme, publice (2).

Theorie und Anwendung der trigonometrischen Reihen und bestimmten Integrale, welche zur Darstellung willkürlicher Functionen dienen, privatim (3).

Sommer 1858.

Einige ausgewählte Kapitel der Integralrechnung, publice (2).

Neuere Geometrie, privatim (4).

Winter 1858—59.

Allgemeine Lehrsätze, betreffend die Darstellung analytischer Functionen durch unendliche Reihen, publice (1).

Theorie der elliptischen Functionen, privatim (5).

Sommer 1859.

Die homogenen Functionen zweiten Grades mit beliebig vielen Veränderlichen, publice (2). (Nur angekündigt.)

Eine Anzahl ausgewählter, geometrischer und mechanischer Probleme mit Hülfe der elliptischen Functionen behandelt, privatissime und gratis (3). (Nur angekündigt.)

Winter 1859—60.

Die Formeln der analytischen Dioptrik, publice (1).
Einleitung in die Analysis, privatim (5).

Sommer 1860.

Einige ausgewählte Kapitel der analytischen Mechanik, publice (2).
Einleitung in die Analysis (Fortsetzung), privatissime und gratis (4).

Winter 1860—61.

Theorie der elliptischen Functionen, privatim (6).

Sommer 1861.

Einige ausgewählte, mit Hülfe der elliptischen Functionen zu lösende Probleme der Geometrie und Mechanik, publice (4).

Winter 1861—62.

Über Flächen zweiter Ordnung, publice (2). (Nur angekündigt.)
Allgemeine Theorie der analytischen Functionen, privatim (4). (Nur angekündigt.)

Winter 1862—63.

Theorie der elliptischen Functionen, privatim (6).

Sommer 1863.

Ausgewählte mit Hülfe der elliptischen Functionen zu lösende Probleme der Geometrie und Mechanik, publice (4).
Einleitung in die Theorie der Abelschen Functionen, privatim (3).

Winter 1863—64.

Allgemeine Theorie der analytischen Functionen, privatim (6).

Sommer 1864.

Neuere synthetische Geometrie, privatim (5).

Winter 1864—65.

Theorie der elliptischen Functionen, privatim (6).

Sommer 1865.

Über Anwendungen der elliptischen Functionen auf geometrische und mechanische Aufgaben, publice (3).
Variationsrechnung, privatim (4).

Winter 1865—66.

Theorie der analytischen Functionen, privatim (6).

Sommer 1866.

Theorie der Abelschen Transcendenten, privatim (4).
Neuere synthetische Geometrie, privatim (4).

Winter 1866—67.

Theorie der elliptischen Functionen, privatim (6).

Sommer 1867.

Anwendung der elliptischen Functionen auf geometrische und mechanische Probleme, publice (4).
Variationsrechnung, privatim (4).

Winter 1867—68.

Theorie der Determinanten und deren Anwendungen, publice (2).
Neuere synthetische Geometrie, privatim (4).

Sommer 1868.

Theorie der analytischen Functionen, privatim (6).

Winter 1868—69.

Theorie der elliptischen Functionen, privatim (6).

Sommer 1869.

Theorie der Abelschen Functionen, privatim (4).
Verschiedene Anwendungen der elliptischen Functionen, privatim (4).

Winter 1869—70.

Variationsrechnung, privatim (4).
Neuere synthetische Geometrie, privatim (4).

Sommer 1870.

Theorie der analytischen Functionen, privatim (6).

Winter 1870—71.

Theorie der elliptischen Functionen, privatim (8).

Sommer 1871.

Neuere synthetische Geometrie, privatim (4).

Ausgewählte, mit Hülfe der Theorie der elliptischen Functionen zu lösende geometrische und mechanische Probleme, privatim (4).

Winter 1871—72.

Theorie der Abelschen Functionen, privatim (6).

Sommer 1872.

Einleitung in die Theorie der analytischen Functionen, privatim (4).

Variationsrechnung, privatim (4).

Winter 1872—73.

Theorie der elliptischen Functionen, privatim (6).

Sommer 1873.

Elemente der neueren synthetischen Geometrie, privatim (4).

Ausgewählte, mit Hülfe der Theorie der elliptischen Functionen zu lösende geometrische und mechanische Probleme, privatim (4).

Winter 1873—74.

Theorie der Abelschen Functionen, privatim (6).

Sommer 1874.

Einleitung in die Theorie der analytischen Functionen, privatim (6).

Winter 1874—75.

Theorie der elliptischen Functionen, privatim (6).

Sommer 1875.

Ausgewählte, mit Hülfe der Theorie der elliptischen Functionen zu lösende Probleme der Geometrie und Mechanik, privatim (4).

Variationsrechnung, privatim (4).

Winter 1875—76.

Theorie der Abelschen Functionen, privatim (6).

Sommer 1876.

Einleitung in die Theorie der analytischen Functionen, privatim (6).

Ergänzungen zur Theorie der Abelschen Functionen, privatissime und gratis (2).

Winter 1876—77.

Theorie der elliptischen Functionen, privatim (6).

Sommer 1877.

Anwendung der elliptischen Functionen zur Lösung geometrischer und mechanischer Probleme, an ausgewählten Beispielen erläutert, privatim (4).

Variationsrechnung, privatim (4).

Winter 1877—78.

Theorie der Abelschen Functionen, privatim (6).

Sommer 1878.

Einleitung in die Theorie der analytischen Functionen, privatim (6).

Anwendung der Abelschen Functionen zur Lösung ausgewählter geometrischer Probleme, privatissime und gratis (2).

Winter 1878—79.

Theorie der elliptischen Functionen, privatim (6).

Sommer 1879.

Variationsrechnung, privatim (4).

Anwendung der elliptischen Functionen zur Lösung ausgewählter geometrischer und mechanischer Probleme, privatim (4).

Winter 1879—80.

Theorie der Abelschen Functionen, privatim (6).

Sommer 1880.

Einleitung in die Theorie der analytischen Functionen, privatim (6). (Nur angekündigt.)

Winter 1880—81.

Einleitung in die Theorie der analytischen Functionen, privatim (5).

Sommer 1881.

Theorie der elliptischen Functionen, privatim (5).

Winter 1881—82.

Theorie der Abelschen Functionen, privatim (5).

Sommer 1882.

Variationsrechnung, privatim (4).

Winter 1882—83.

Einleitung in die Theorie der analytischen Functionen, privatim (5).

Sommer 1883.

Theorie der elliptischen Functionen, privatim (5).

Winter 1883—84.

Theorie der Abelschen Functionen, privatim (5). (Nur angekündigt.)

Sommer 1884.

Variationsrechnung, privatim (5).

Winter 1884—85.

Einleitung in die Theorie der analytischen Functionen, privatim (5).

Sommer 1885.

Theorie der elliptischen Functionen, privatim (5).

Winter 1885—86.

Ausgewählte Kapitel der Functionenlehre, privatim (4). (Nur angekündigt.)

Sommer 1886.

Ausgewählte Kapitel aus der Functionentheorie, privatim (5).

Winter 1886—87.

Theorie und Anwendung der bilinearen und quadratischen Formen, privatim (3).

Sommer 1887.

Theorie der hyperelliptischen Functionen, privatim (5).

Winter 1887—88.

Variationsrechnung, privatim ($4\frac{1}{2}$). (Nur angekündigt.)

Winter 1888—89.

Grundbegriffe und Hauptsätze der Functionenlehre, privatim (3). (Nur angekündigt.)

Winter 1889—90.

Variationsrechnung, privatim (3).

ANMERKUNGEN.

Zu S. 175.

Ein kurzer Bericht über den auf der 32. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte gehaltenen Vortrag steht im Tageblatt dieser Versammlung (Wien 1856), S. 147.

Zu S. 251.

Die in der Anmerkung genannten Stellen der Monatsberichte der Berliner Akademie enthalten nur folgende Bemerkungen:

Monatsberichte v. J. 1859, S. 758. 12. December. Herr Weierstrass liest eine Abhandlung: Beiträge zur Theorie der Gleichungen.

Monatsberichte v. J. 1868, S. 428. 9. Juli. Herr Weierstrass liest über einen neuen Beweis des Fundamentalsatzes der Algebra.

Die auf S. 251—269 abgedruckte Abhandlung ist am 21. Februar 1889 in der Akademie vorgetragen worden.

K.

Der Inhalt des vorliegenden Bandes ist bis auf die Nummern 18—21, 23 und 26 des Inhalts-Verzeichnisses von Weierstrass selbst für den Abdruck bestimmt worden. Von einer Aufnahme der Note zu Kummers Abhandlung „Über die Flächen vierten Grades, auf welchen Schaaren von Kegelschnitten liegen" (Journal für die reine und angewandte Mathematik, Bd. 64 (1865), S. 77—78; abgedruckt aus dem Monatsbericht der Berliner Akademie vom 16. Juli 1863), wurde abgesehen, weil sie nach Weierstrass' Absicht durch den Text auf S. 180 ersetzt worden ist.

Die Mehrzahl der Abhandlungen ist einer sachlichen Durchsicht unterworfen worden, und zwar durch die Herren G. Frobenius (Nr. 5), G. Hettner (Nr. 21), H. v. Mangoldt (Nr. 1, 3, 4, 17), R. Rothe (Nr. 2, 6, 7, 13, 14, 18), Ludwig Schlesinger (Nr. 19), H. A. Schwarz (Nr. 10, 13, 15, 16), die auch mindestens eine Correctur des von ihnen geprüften Textes gelesen haben. Ausserdem hat Herr R. Rothe die Bogen 1—30 corrigirt, Herr C. Barich dieselben Bogen in typographischer Hinsicht durchgesehen.

Das Vorlesungs-Verzeichniss (Nr. 26) hat Herr R. Ziegel aus den Akten der Universitäts-Quaestur ausgezogen. Wievielstündig die Vorlesung im Winter 1856—57 gehalten worden ist, hat sich nicht feststellen lassen.

Die Anmerkungen ohne Unterschrift rühren von Weierstrass, die mit K. unterschriebenen von dem unterzeichneten Herausgeber her.

J. Knoblauch.

ANMERKUNGEN zu Band I und II.

Zu Bd. I, S. 257—266.

Über das Problem der kürzesten Linien auf den Flächen zweiter Ordnung hat Weierstrass der IV. Section der 36. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte in Speyer am 21. September 1861 eine Mittheilung gemacht, die in der Beilage zum Tagblatt dieser Versammlung, S. 34—36, abgedruckt ist.

Zu Bd. I, S. 356 und Bd. II, S. 363.

An der Durchsicht der Abhandlungen Bd. I, Nr. 2—4 und Bd. II, Nr. 2, 4 und 6 ist Herr E. Wendt betheiligt gewesen.

K.

Berichtigungen zu Band I, II und IV.

Bd. I S. 5 Z. 11 lies $\frac{k^2 \operatorname{cn} u^2}{\operatorname{dn} u^2}$ statt $\frac{k^2 \operatorname{sn} u^2}{\operatorname{dn} u^2}$.

S. 6 und 7 lies überall Al statt D.

S. 116 Z. 5 v. u. lies $\frac{\sqrt{u}}{\sqrt{t}}$ statt $\frac{\sqrt{u}}{\sqrt{v}}$.

Z. 4 v. u. lies $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{s}}$ statt $\frac{\sqrt{s}}{\sqrt{v}}$ und $\frac{\sqrt{s}}{\sqrt{t}}$ statt $\frac{\sqrt{s}}{\sqrt{\tau}}$.

S. 157 Z. 2 lies § 2 statt § 8.

Z. 5 v. u. ist das Wort „positive" zu streichen.

Bd. II S. 46 Z. 7 v. u. lies $\varphi, \varphi_1, \dots \varphi_n$ statt $\varphi_1, \dots \varphi_n$.

S. 47 (d) lies $R_\nu(x, \chi x)$ statt $R_\nu(x)$.

(e) lies $F(x, \chi x)$, $F_1(x, \chi x)$, $F_n(x, \chi x)$ statt $F(x)$, $F_1(x)$, $F_n(x)$.

S. 76 Z. 6 lies $\mu + \nu = e - 1$ statt $\mu + \nu = e$.

(5.) lies $\mu + \nu = e_2 - 1$ statt $\mu + \nu = e_2$ (zweimal)

und $\mu + \nu = e_2 - 2$ statt $\mu + \nu = e_2 - 1$.

Bd. IV S. 13 Z. 9—10 sind die Worte „deren Coefficienten .... zusammengesetzt sind" zu streichen.

S. 20 Z. 10—12 sind die Worte „und dass in keinem .... haben" zu streichen.

Göttingen, Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kästner).