VORLESUNGEN

ÜBER

GESCHICHTE DER MATHEMATIK

HERAUSGEGEBEN VON

MORITZ CANTOR

UNTER MITWIRKUNG DER HERREN
V. BOBYNIN, A. v. BRAUNMÜHL, F. CAJORI, S. GÜNTHER, V. KOMMERELL,
G. LORIA, E. NETTO, G. VIVANTI, C. R. WALLNER.

VIERTER BAND.

VON 1759 BIS 1799.

MIT 100 IN DEN TEXT GEDRUCKTEN FIGUREN.

LEIPZIG,
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1908.

Vorwort.

Wäre es nicht landläufige Übung, einem neu erscheinenden Bande einige, wenn auch nur kurze, ankündigende Worte vorauszuschicken, so würde ich am liebsten von jedem Vorworte Abstand nehmen. Fehlt mir doch die dem Verfasser innewohnende Berechtigung, den der Öffentlichkeit übergebenen Band als mir angehörend zu bezeichnen. Die Herren Günther, Cajori, Netto, Bobynin, v. Braunmühl, Kommerell, Loria, Vivanti, Wallner als Verfasser der Abschnitte XIX bis XXVII haben viel stärkere Beiträge als der Verfasser des kurzen XXVIII. Abschnittes geliefert und könnten beanspruchen, ihre Arbeit einzuführen. Wenn mir gleichwohl von Anfang an überlassen blieb, ein Gesamtvorwort zu schreiben, so betrachte ich mich dazu als mit einer dreifachen Legitimation versehen, 1. als Verfasser der drei ersten Bände, 2. als Mittelsperson der Bearbeiter dieses IV. Bandes, 3. als der den Jahren nach Älteste unter den an der Entstehung des Bandes beteiligten Persönlichkeiten.

Unser IV. Band wird der Art seiner Fertigstellung entsprechend unzweifelhaft wesentlich von den ihm vorhergegangenen Bänden abweichen. Die Einheitlichkeit wird ihm fehlen, dagegen wird man den einzelnen Abschnitten zu ihrem Vorteile anmerken, daß deren Verfasser ihre ganze Geistesarbeit auf ein eng umgrenztes Gebiet beschränken durften. Möge der freundliche Leser diesem letzteren Vorzuge zu Liebe den ersteren verhältnismäßig geringeren Mangel entschuldigen.

Heidelberg, März 1908.

Moritz Cantor.

Inhaltsverzeichnis.

ABSCHNITT XIX

GESCHICHTE DER MATHEMATIK

VON

S. GÜNTHER

Geschichte der Mathematik in selbständigen Werken, monographischen Arbeiten und Biographien; Wörterbücher; Ausgaben, Bearbeitungen und Wiederherstellungen von Klassikern.

Man hat das XVIII. Jahrhundert nicht selten das „philosophische“ genannt, wogegen dem XIX. das Verdienst zuerkannt werden sollte, das „historische“ zu sein. Diese Gegenüberstellung ist gewiß nicht ganz unberechtigt, allein in den zwischen 1760 und 1800 gelegenen vier Jahrzehnten nimmt doch auch schon das geschichtliche Interesse merklich zu, und nicht allein im Bereiche der im engeren Sinne hier in Betracht kommenden Disziplinen ist dieser Fortschritt wahrzunehmen, sondern auf allen Gebieten menschlichen Wissens macht sich die gleiche Erscheinung geltend. So hat denn auch das Studium der Geschichte der exakten Wissenschaften einen namhaften Aufschwung genommen, wie die folgenden Zeilen dies im einzelnen erhärten werden.

Als ein wesentlich unterstützendes Moment darf wohl das bezeichnet werden, daß sich in dem uns jetzt beschäftigenden Zeitraume die Gelegenheiten zu Veröffentlichungen stetig mehren und verbessern. Wenn die bis dahin verfaßten Werke über Geschichte der Mathematik und Astronomie noch gar viel zu wünschen übrig ließen, so daß auch da eben — von Weidler[1]) und Montucla[2]) abgesehen — meist nur ganz schwache Anfänge vorhanden waren, so mag ein sehr bestimmender Grund für diese Unvollkommenheit in dem Umstande erkannt werden, daß es noch fast ganz an Spezialarbeiten mangelte, jeder Autor also fast allein auf sich selbst und seine eigenen Hilfsmittel angewiesen war. Anders wurde dies, als einerseits die Veröffentlichungen der gelehrten Gesellschaften, andererseits die vorher noch so seltenen Zeitschriften in immer steigender Zahl rührigen Schriftstellern sich zur Verfügung stellten. Und gerade hier ist in der zweiten Hälfte unseres laufenden Jahrhunderts, zumal von 1780 an, sehr viel geleistet worden.

---

[1]) Vgl. diese Vorlesungen III², S. 497. [2]) Ebenda III², S. 500 ff.

Eine vortreffliche Zusammenstellung der mathematischen Zeitschriftenliteratur, dieses letztere Wort im allerweitesten Sinne genommen, verdankt man Rogg[1], obwohl dieselbe, bei allem vom Verfasser aufgewendeten Fleiße, noch immer nicht als ganz vollständig betrachtet werden kann[2]). Diese Liste führt für unsere vier Dezennien periodische Herausgabe gelehrter Arbeiten von folgenden Korporationen an: Amsterdam, Basel, Berlin, Bologna, Boston, Breslau, Brüssel, Calcutta („Asiatic Researches“), Cortona (in Toscana), Danzig, Dessau, Dijon, Dublin, Düsseldorf, Edinburgh, Erfurt, Genf, Göttingen, Halle a. S., Harlem, Kopenhagen, Leipzig, Lissabon, London, Madrid, Mainz, Manchester, Mannheim, Middelburg (in den Niederlanden), Modena, München, Nancy, Neapel, Padua, Paris, St. Petersburg, Prag, Philadelphia, Rotterdam, Siena, Stockholm, Turin, Upsala, Wien, Zürich. Von gar mancher dieser Städte wäre der Name mehrmals zu nennen; so kommen z. B. von Berlin die Akademie der Wissenschaften und die „Naturforschenden Freunde“ als Herausgeber in Betracht. Vergleicht man das Verzeichnis mit demjenigen, welches sich für die erste Jahrhunderthälfte oder gar für noch frühere Zeiten herstellen ließe, so gewinnt man erst eine wirkliche Einsicht in die gewaltige Zunahme der gelehrten Produktion, welche mit den Anfängen des gewöhnlich als Aufklärungszeitalter gekennzeichneten Zeitabschnittes eingesetzt hat.

Von Zeitschriften im eigentlichen Wortsinne besaß vorher Deutschland nur die „Acta Eruditorum“, die ja auch eine reiche Fundgrube für den Historiker darstellen, und in Frankreich besaß das „Journal des Savants“ in den hundertundsiebenundzwanzig Jahren seines Bestehens (1665—1792) einen begründeten Ruf. Fachzeitschriften für die Mathematik und die zu ihr in Beziehung stehenden Wissenszweige gab es außer für die allerelementarsten Gebiete überhaupt noch nicht. Das Verdienst, eine solche geschaffen zu haben, kommt dem Leipziger Professor Karl Friedrich Hindenburg (1741—1808), dem Be-

[1]) Handbuch der mathematischen Literatur vom Anfange der Buchdruckerkunst bis zum Schlusse des Jahres 1830, 1. Abteilung, Tübingen 1830, S. 282 ff.
[2]) Es fehlen u. a. die beiden Publikationen der Universität Erlangen („Erlanger Gelehrte Anzeigen“; „Fränkische Sammlungen von Anmerkungen aus der Naturlehre, Arzeneygelahrtheit und Ökonomie“), sowie das inhaltreiche „Journal de Trevoux“ (kleine Stadt nördlich von Lyon). Auch Florenz ist in gewissem Sinne zu nennen, denn dort blühte längere Zeit die in der Geschichte der experimentellen Befragung der Natur einflußreich gewordene „Versuchsakademie“. Vgl. hierzu G. Targioni-Tozzettis (1712—1783) vierbändiges Werk (Notizie degli aggradimenti delle scienze fisiche, accaduti in Toscana nel corso di anni sessanta nel secolo XVII, Florenz 1780). Ferner sind noch die Memorie dell'Accademia Virgiliana von Mantua und die Memorie della Società Italiana delle scienze von Verona zu bemerken.

gründer der kombinatorischen Analysis, zu. Derselbe gab zusammen mit dem Astronomen Johann Bernoulli[1]) von 1786—1788 das „Leipziger Magazin für reine und angewandte Mathematik“ heraus, nachdem er zuvor zusammen mit anderen Redakteuren, nämlich dem Physiker Christlieb Benedikt Funck (1736—1786) und dem Kameralisten Nathanael Gottfried Leske (1751—1786) bei der Herausgabe einer von 1781—1785 in Gang erhaltenen Vierteljahrsschrift von verwandtem Charakter, bei dem „Leipziger Magazin für Naturkunde, Mathematik und Astronomie“ beteiligt gewesen war. Für sich allein leitete Hindenburg sodann von 1795 bis 1800 das „Archiv für die reine und angewandte Mathematik“ (11 Hefte), ein Organ von reichem und vielseitigem Inhalte, an dem auch die Geschichtsforschung, wie dieses Kapitel noch zeigen wird, nicht achtlos vorübergehen darf.

Selbstverständlich darf diese auch nicht übersehen, was die der Physik und Astronomie gewidmeten Zeitschriften enthalten. Für erstere ist als Bahnbrecher anzusehen der Abbé François Rozier (1734—1793), der in Paris die „Observations et Mémoires sur la physique, l'histoire naturelle et les arts“ ins Leben rief[2]) und sie von 1773—1793 im Rufe eines geachteten Fachblattes zu erhalten wußte. Nach seinem Tode ging die Schriftleitung über in die Hände der beiden Naturforscher Henri Marie Ducrotay de Blainville (1778—1850) und Jean Claude Delamétherie (1743—1817); letzterer hatte auch früher bereits Rozier seine Unterstützung geliehen, während in den Jahren 1779—1785 der Abbé Jean André Mongez[3]) (1751—1788) als Mitherausgeber tätig gewesen war. Der Titel wurde in „Journal de physique“ umgewandelt, und als solches dauerte es von An II (1793) bis zum Jahre 1828. Die Entstehung eines deutschen Konkurrenzorganes, welches jedoch die physikalische Tendenz noch etwas schärfer betonte, fällt erst in die letzte Zeit des uns hier beschäftigenden Zeitraumes. Im Jahre 1799 nämlich begannen unter der Ägide des damals in Halle angestellten und 1811 nach Leipzig berufenen Professors Ludwig Wilhelm Gilbert (1769—1824) die „Annalen der Physik“ zu erscheinen, welche als Fortsetzung zweier noch nicht zu gleicher Bedeutung gelangten Unternehmungen des Chemikers Karl Friedrich Adolf Gren (1760 bis

[1]) Der dritte Träger dieses Namens in der berühmten Mathematikerfamilie (diese Vorlesungen III^2, S. 325). [2]) Die beiden ersten Jahrgänge (1771—1773) führen eine etwas abweichende Bezeichnung, nämlich diese: „Introduction aux observations sur la physique et l'histoire naturelle“. [3]) Mongez war wissenschaftlicher Begleiter der unglücklichen Expedition des Kapitäns Jean François De la Peyrouse, welche 1785 Frankreich verließ und niemals wiederkehrte, weil die beiden Schiffe an einer pazifischen Koralleninsel scheiterten und fast spurlos untergingen.

1798) zu treten bestimmt waren („Journal der Physik“, 1790—1794; „Neues Journal der Physik“, 1795—1798). Gilbert hatte eine glückliche Hand und brachte die „Annalen“ bald zu fröhlichem Gedeihen, so daß sie seinen Tod überdauerten und bis zum heutigen Tage, dank den glänzenden Namen Poggendorff, W. und E. Wiedemann, ihre Führerstellung, nicht bloß für die Grenzen des Vaterlandes, sich bewahrt haben. Als eine dritte wertvolle Sammlung zeitgenössischer Arbeiten hat zu gelten Lodovico Gasparo Brugnatellis (1761 bis 1818) in seinem Wohnorte Pavia veröffentlichte „Biblioteca fisica d'Europa“ (1788—1791), an welche sich das „Giornale fisico-medico“ anschloß; auch dieses hat nachher seinen Namen mehrfach gewechselt. Gasparo Brugnatelli, Brunacci und Configliacchi unterstützten den Vater des Erstgenannten bei der Herausgabe, und erst 1827 endigte die ganze Zeitschriftenserie.

Den deutschen und auswärtigen Vertretern der Sternkunde stellte zuerst der Berliner Astronom Johann Elert Bode (1747—1826) ein Organ für gelegentliche Veröffentlichungen zur Verfügung, indem er seinen Ephemeriden („Astronomisches Jahrbuch für die Jahre 1776—1829“, Berlin 1774—1826; dazu vier Supplementbände) noch einen für Aufsätze und Mitteilungen aller Art bestimmten Anhang beifügte. Wichtiger unter dem hier in Betracht kommenden Gesichtspunkte wurden die Zeitschriften Franz Xaver v. Zachs (1754 bis 1832), welche reich an geschichtlichen Originalabhandlungen und Berichten sind. Auf die kurzlebigen, in Verbindung mit Bertuch in Weimar herausgegebenen „Geographischen Ephemeriden“ (1798—1799) folgte die noch jetzt unentbehrliche, in Gotha gedruckte „Monatliche Korrespondenz zur Beförderung der Erd- und Himmelskunde“ (1800 bis 1813). Deren spätere Fortsetzung fällt nicht mehr in den Rahmen dieses Kapitels.

Gar manche ihn näher berührende Notiz findet der die literarische Tätigkeit jener Tage Verfolgende auch in periodischen Schriften von mehr allgemeinem, teilweise auch populärem Gepräge, für die sich besonders der aus England herübergekommene Name „Magazin“ eingebürgert hatte. Es gab eine ganze Reihe von Wochen- und Monatsschriften mit diesem Namen („Bremisches Magazin“, mit Fortsetzung von 1760—1766 reichend; „Göttingisches Magazin“ von Lichtenberg und Georg Forster, seit 1780; „Hamburger Magazin“, mit Fortsetzung von 1745—1784; „Stralsundisches Magazin“, 1767—1776). Der berühmte Physiker Georg Christoph Lichtenberg (1744 bis 1799) ließ nachmals das „Magazin für das Neueste aus der Physik und Naturgeschichte“ (Gotha 1784—1799) erscheinen, welches unter der Redaktion des früheren Mitarbeiters Johann Heinrich Voigt

(1751—1823) als „Magazin für den neuesten Zustand der Naturkunde in Rücksicht auf die dazu gehörigen Hilfswissenschaften“ (1799—1806) neu auflebte. Nur ganz kurz hielt sich des in Göttingen dozierenden Chemikers Johann Friedrich Gmelin (1748—1804) „Journal der Naturwissenschaften“ (Göttingen 1797—1798). Zwei nicht ganz wertlose Sammelwerke sind die folgenden: „Physikalische Bibliothek“, Rostock-Wismar 1754—1761; „Monatliche Beiträge zur Naturkunde“, Berlin 1752—1765; beide herausgegeben von dem Wismarer Rektor Johann Daniel Denso (1708—1795). Auch einzelne Gelehrte suchten ab und zu dem bestehenden Bedürfnis, vor die Öffentlichkeit treten zu können, durch Veranstaltung von Sammelschriften entgegenzukommen. So gibt es zwei Veröffentlichungen des bayerischen Akademikers Franz v. P. Schrank („Abhandlungen einer Privatgesellschaft von Naturforschern und Ökonomen in Oberteutschland“, München 1792; „Sammlung naturhistorischer und physikalischer Aufsätze“, Nürnberg 1796). Eine populärwissenschaftliche, zu ihrer Zeit sehr geachtete Zeitschrift hatte ihren Sitz in Holland („Allgemeener Konst- en Letter-Bode“, 1788—1818). Von englischen Organen, die zugleich die Wissenschaft fördern und Wissen in weitere Kreise zu tragen bestimmt waren, seien „The Lady's Diary“ und „The Penny Cyclopaedia“ namhaft gemacht. Über den Einfluß, den die zahlreichen italienischen Literaturjournale auch auf den Entwicklungsgang der exakten Wissenschaften während des XVIII. Jahrhunderts ausübten, verbreitet sich sehr anregend G. Loria (Il „Giornale de' Letterati d'Italia“ di Venezia e la „Raccolta Calogerà come fonti per la storia delle matematiche nel secolo XVIII, Cantor-Festschrift, 1899, S. 241 ff.).

Die Möglichkeit, Studienfrüchte viel leichter als früher einem großen Publikum vorlegen zu können, kommt naturgemäß darin zum Ausdruck, daß kleinere Veröffentlichungen häufiger, dickleibige Bücher seltener zu werden anfangen. Auch die Geschichte der mathematischen Wissenschaften muß sich der in den Verhältnissen begründeten Regel unterordnen. Es sind nur verhältnismäßig wenige neue Werke, die uns in den vier Jahrzehnten zwischen 1760 und 1800 entgegentreten, und man kann nicht behaupten, daß das, was geliefert ward, allen Ansprüchen vollkommen entsprach. Es läuft viel Mittelgut mit unter, wenn auch in manchen Fällen, wie sich gleich zeigen wird, die objektiver gewordene Anschauung der neuesten Zeit manches allzu herbe Urteil der Vergangenheit wenigstens einigermaßen richtigstellen mußte.

Wir haben hier vor allem das einzige selbständige Werk aus der Feder eines deutschen Schriftstellers im Auge, welches in das hier zur Besprechung stehende Intervall gehört. Es stammt her von dem bekannten, schon im dritten Bande mehrfach genannten Abraham Gotthelf Kaestner[1]), entstand aber leider erst, und zwar in der äußerlich sehr stattlichen Gestalt von vier Bänden[2]), in dem letzten Lebensabschnitte des bereits in das hohe Greisenalter eingetretenen, außerordentlich produktiven Gelehrten. Man begnügte sich späterhin nur zu leicht bei dem absprechenden Urteile eines allerdings durch scharfen kritischen Geist ausgezeichneten Historikers[3]), welches für diesen besonderen Fall völlig einem die ganze Tätigkeit des Mannes treffenden Sarkasmus des Princeps Mathematicorum zu entsprechen schien[4]). „Von einem Eingehen in die Wissenschaft", heißt es da, „ist fast nirgends die Rede. Das Einzige, was man aus dem Buche lernen kann, ist einige Bücherkenntnis. Aber auch hierin scheint den Verfasser mehr der Zufall, als irgend ein bestimmter Plan geleitet zu haben. Mit einem Worte, das Buch ist alles mögliche, nur keine Geschichte der Mathematik." Da heutzutage weit weniger mehr als früher Veranlassung dazu gegeben ist, von dem Werke nähere Einsicht zu nehmen, und da es wohl keine große Zahl von Fachmännern gibt, die sich das Zeugnis geben können, eine solche Einsicht wenigstens angestrebt zu haben, so möchte eine etwas eingehendere Würdigung des „sonderbaren Buches" gerade an dieser Stelle am Platze erscheinen.

Im XIX. Jahrhundert sind zumal auf einem nahe verwandten Gebiete verschiedene geschichtliche Gesamtdarstellungen ans Licht getreten, von denen man sagen kann, sie stellten das biographische Moment allzusehr in den Vordergrund; manche „Geschichte der

[1]) Über die Persönlichkeit des Mannes ist das Notwendige schon früher beigebracht worden (diese Vorlesungen III^2, S. 576). Eine gerechtere Würdigung derselben greift immer mehr Platz. Recht dankenswerte Beiträge zu einer solchen bietet auch die für die mathematische Hochschulgeschichte überhaupt viel Interessantes enthaltende Göttinger Dissertation von C. H. Müller (Studien zur Geschichte der Mathematik; insbesondere des mathematischen Unterrichtes, an der Universität Göttingen im XVIII. Jahrhundert, Leipzig 1904, S. 50ff). Auch früher einmal ist ein darauf abzielender Versuch zu verzeichnen (Günther, Vermischte Untersuchungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften, Leipz. 1876, Kap. I, Anhang). [2]) Kaestner, Geschichte der Mathematik, Göttingen, 1. Band 1796, 2. Band 1797, 3. Band 1799, 4. Band 1800 (erschienen im Todesjahre des Autors). [3]) G. H. F. Nesselmann, Die Algebra der Griechen, Berlin 1842, S. 24ff. [4]) Gauß, der Kaestner noch selbst gekannt hat, dessen Vorlesungen aber begreiflicherweise keinen Geschmack abgewinnen konnte, soll einmal geäußert haben, derselbe habe immer Geist und Witz an den Tag gelegt, wenn er von irgendwelchen anderen Sachen redete; ganz hätten ihn diese seine Eigenschaften auch dann nicht verlassen, wenn er von Mathematik im allgemeinen sprach; nur bei seinen eigentlich mathematischen Arbeiten hätten ihn jene völlig im Stiche gelassen.

Physik" ist in Wirklichkeit eine „Geschichte der Physiker". Nicht das biographische, wohl aber das bibliographische Element überwuchert nun allerdings bei Kaestner die Entwicklungsgeschichte in einem auch für die billigste Beurteilung tadelnswerten Maße. Allein da doch nun einmal, seltene Ausnahmen abgerechnet, die geistige Arbeit eines Zeitalters in seinen Preßerzeugnissen ihren natürlichen Ausdruck findet, so ist das Übel doch nicht so sehr groß, und wer es einmal über sich gewonnen hat, den senilen Stil des Verfassers, seine Neigung zu oft sehr unangebrachten Scherzen, das Hereinziehen fremdartigster Dinge als gegebene Tatsachen hinzunehmen, der kann — und hier liegt für uns ein bewußter Gegensatz im Verhältnis zu der oben verlautbarten Geringschätzung vor — aus den vier Bänden doch sehr viel Nützliches lernen. Die zahlreichen Buchauszüge sind teilweise verständnisvoll gearbeitet und bringen dem modernen Leser durch Einkleidung älterer Methoden in das neuzeitliche Gewand das Wesen der ersteren doch oft weit näher, als dies für den Fernerstehenden auch beim eifrigsten Studium der Originale erreichbar ist. Und wer sich die Mühe gibt, die Spreu vom Weizen zu sondern, der findet manches wertvolle Korn, dessen Besitz ihn für die aufgewandte Mühe entschädigen mag.

Der erste Band geht aus von den Anfängen der Positionsarithmetik und sucht deren Ausbildung durch Hervorhebung wichtiger Etappen, durchaus nicht immer ungeschickt, ins richtige Licht zu stellen; eine kurze Geschichte der Algebra reiht sich an. Die Lehrbücher und Bearbeitungen, welche der Bearbeitung unterstellt werden, erschöpfen zwar nicht die Fülle des vorhandenen Stoffes, geben aber doch ein ganz gutes Bild von der Literatur des XVI. Jahrhunderts, und zumal die etwas umständliche Schilderung der Werke von Christoph Rudolf, Stifel und Cardano orientiert über deren reichen, angesichts der Seltenheit dieser Werke den meisten unzugänglichen Inhalt. Der Anhang „Gelehrter Tand von Zahlen" wird jedem modernen Leser unschmackhaft sein, entbehrt aber keineswegs einer gewissen kulturgeschichtlichen Bedeutung. Die „Geschichte der theoretischen Elementargeometrie" sucht möglichst viele Nachrichten über Klassikerausgaben und Übersetzungen, auch solche in die arabische Sprache, zusammenzustellen; daß Kaestner nicht gar so unkritisch war, beweisen seine Bemerkungen über die angebliche „Katoptrik" Euklids. Dem dritten Paragraphen[1]) wird kein Bibliophile das Lob einer genauen und verständigen Buchcharakteristik streitig machen, und auch

[1]) Kaestner I, S. 289ff. „Die erste gedruckte Ausgabe von Euklids Elementen".

sachlich ist manche Einschaltung gar nicht wertlos, wie etwa die Prüfung der Parallelentheorie des Naṣîr Eddin[1]). Mit den Quadraturversuchen des Nikolaus Cusanus befaßt sich Kaestner[2]) weit gründlicher, als irgend sonst ein früherer oder späterer Geometer vor der zweiten Hälfte des XIX. Jahrhunderts. Auch die „Geschichte der Trigonometrie“ wird noch in der Jetztzeit von Historikern nicht ungerne zu Rate gezogen, weil sie in ihren Mitteilungen über die seltenen Folianten und Quartanten eines Rheticus, Pitiscus, Broscius u. a. treu und zuverlässig ist, so daß man über die abstruse Form leichter hinwegsieht. Ebenso ist der Abriß der Geschichte der Feldmeßkunst nicht arm an brauchbaren Einzelheiten.

An der Spitze des zweiten Bandes steht die Geschichte der Perspektive, und ihr folgt die „Geschichte der geometrischen Analysis und höheren Geometrie“, in welch letzterer die Notizen aus Commandino, Werner und Maurolico einen etwas höheren Standpunkt einnehmen. Wenn auch eine Übersicht über die „Mathematica Collectio“ des Pappus strenge genommen nicht an diese Stelle gehört, so mußte sie[3]) doch damals, da die antike Mathematik noch zu den recht wenig bekannten Dingen gehörte, einen erwünschten Bestandteil des Werkes bilden. Auch über die Urgeschichte der Lehre von asymptotischen Gebilden erfährt man Wissenswertes[4]). Die Geschichte der Mechanik legt zu viel Gewicht auf Nebensachen, z. B. die Maschinenkunde, die doch nur sehr bedingt hierher gehört, und dasselbe darf von der auf Optik bezüglichen Abteilung ausgesagt werden. Dagegen darf der Geschichte der älteren Astronomie wiederum das Lob sorgfältigen Eingehens auf bibliographische Seltenheiten — Nonius, Gemma Frisius, Reinhold und ganz besonders Tycho Brahe — nicht abgesprochen werden, und auch für die Anregungen, welche der reinen Mathematik aus der Himmelskunde zuflossen, fällt mancherlei ab. Wer jemals die wissenschaftlichen Bewegungen des Zeitalters, welches durch die Namen Coppernicus und Tycho gekennzeichnet ist, im Zusammenhange zu durchforschen unternommen hat, wird nicht anstehen, einzuräumen[5]), daß ihm die Kaestnersche Materialiensammlung für seinen Zweck von entschiedenem Nutzen gewesen sei.

Der noch jetzt brauchbarste Band ist ohne Zweifel der dritte, der in der Hauptsache das XVII. Jahrhundert, d. h. dessen erste Hälfte, abhandelt; über das Jahr 1650 wird nur insofern hinausgegangen, als

[1]) Kaestner I, S. 374 ff.; vgl. diese Vorlesungen I^2, S. 734. [2]) Ebenda I, S. 400 ff.; vgl. diese Vorlesungen II^2, S. 192 ff. [3]) Ebenda II, S. 82 ff. [4]) Ebenda II, S. 94 ff.; vgl. diese Vorlesungen II^2, S. 571. [5]) Es sei namentlich auf die Behandlung Maestlins (Kaestner II, S. 446 ff.) hingewiesen.

die Publizierung älterer Schriften nach jenem Termine noch stattgefunden hat. Die Darstellung der Kreisrechnung in ihrer interessantesten, einen Ludolf, Metius, Adrianus Romanus aufweisenden Periode[1]), die ins einzelne gehende Beschreibung der zu Raritäten gewordenen Napierschen Logarithmenwerke[2]), die freilich selber oft etwas ausschweifende Schilderung des ebenso genialen wie wunderlichen Faulhaber[3]), der vorher niemals geführte Nachweis[4]), daß sich bei Gregorius a Sto. Vincentio bereits die Quadratur der Hyperbel im Keime erkennen lasse, und eine Reihe anderer Paragraphen sichern dem Bande eine auch bei Anlegung eines strengeren Maßstabes nicht verschwindende Bedeutung. An der behaglich breiten Auslassung über Visierkunst und Proportionalzirkel nimmt vielleicht ein Leser, der sich von jenen Lieblingsobjekten der Vergangenheit keine Vorstellung machen kann, einigen Anstoß; wer aber weiß, welche Rolle diese geometrischen Anwendungen in damaliger Zeit spielten, und daß ein Kepler, ein Galilei ihnen ihre vollste Beachtung schenkten, der wird nichts dawider haben, hier ganz bequem in eine Literaturgattung eingeführt zu werden, deren Bestandteile er sich sonst mühsam zusammenzusuchen genötigt wäre. Daß Kaestner sich dann gelegentlich verleiten läßt, auch von weniger bedeutenden Produkten, wie z. B. von den auf einem ziemlich niedrigen Niveau stehenden technischen Skizzen des Ingenieurs Furttenbach[5]), sehr ausgiebig Bericht zu erstatten, muß man mit in Kauf nehmen.

Wiederum der angewandten Mathematik gehört der vierte Band. Hier bilden für Mechanik, Optik und Astronomie die beiden Dioskuren des beginnenden XVI. Jahrhunderts recht eigentlich die Mittelpunkte, und vornehmlich ist es Kepler, den der Verfasser gründlich durchgearbeitet hat. Daß er sich in ziemlich gleichgültige Episoden in der Lebensgeschichte seines Helden mehr als nötig vertieft, mag man mit seiner berechtigten Vorliebe für den in der Geschichte der Menschheit so einzigartig dastehenden Mann entschuldigen. Auch die durch die Bekanntmachung der „drei Keplerschen Gesetze“ entfesselte Bewegung, deren Signatur die Polemik zwischen den Anhängern des coppernicanischen und des tychonischen Weltsystemes darstellt, hat keine üble Kennzeichnung erfahren, so daß neuere Schriftsteller, welche sich

[1]) Kaestner III, S. 50 ff. [2]) Ebenda III, S. 70 ff.; vgl. diese Vorlesungen II^2, S. 730 ff. [3]) Ebenda III, S. 111 ff. [4]) Ebenda III, S. 245. Vgl. diese Vorlesungen II^2, S. 896. [5]) Ebenda III, S. 419 ff. Wohl nirgendwo sonst machen sich die Zerfahrenheit, der Mangel an Rücksicht auf die wirklich interessanten Fragen und die Redseligkeit des Alters unangenehmer geltend, weil von allen Furttenbachschen „Erfindungen“ höchstens die Anstellung ballistischer Versuche über das platte Alltagsleben hinausgeht.

diese Phase des Erkenntnisfortschrittes zum Studienobjekte ausersahen, ohne Kaestner in Verlegenheit gekommen sein würden[1]). Alles in allem wagen wir zu behaupten: Auch dieser Band, von einem gebrechlichen Manne im einundachtzigsten Jahre seines Lebens mit letzter Kraft niedergeschrieben, leistet dem Geschichtschreiber, der sich über gewisse Punkte der großen Sturm- und Drangbewegung im Zeitalter eines Cartesius, Galilei, Kepler zuverlässig unterrichten will, sehr nützliche Dienste, und wenn auch der deutsche Mathematiker fraglos nicht auf der Höhe eines Montucla stand, so muß man sich doch hüten, an seinem Gedächtnis ein Unrecht zu begehen und über der abstoßenden Außenseite das, was am Inhalt nutzbar und lobenswert ist, ganz zu vernachlässigen. Diese kleine Ehrenrettung glaubte ein Späterer, der seit mehr denn vierzig Jahren sich gar häufig Rats aus dem vermeintlichen Sammelsurium erholt hat, dem oft verkannten Literator Kaestner schuldig zu sein.

In Deutschland wurde von zusammenfassenden Schriften im übrigen nichts mehr hervorgebracht, wenigstens wenn wir nur die reine Mathematik ins Auge fassen. Höchstens die „Enzyklopädie“ von Rosenthal[2]) könnte noch der Vollständigkeit halber genannt werden, und einem damals beliebten Lehrbuche[3]) ist ein kurzer historischer Abriß beigegeben. Ein Schriftchen von Hollenberg[4]) ist ziemlich bedeutungslos und scheint auch nur ganz wenig bekannt geworden zu sein[5]). Die Inauguraldissertation[6]) des bekannten Physikers Gilbert (s. S. 5) weist der Geschichte von vornherein nur einen sekundären Platz an.

Dagegen soll nicht verschwiegen werden, daß für den geschichtlich arbeitenden Mathematiker sich auch mancherlei aus den deutschen Schriften über Geschichte der Physik und Astronomie entnehmen läßt. Die erstere wurde im fraglichen Zeitraum mit einem Werke[7]) be-

[1]) Vgl. Günther, Die Kompromißweltsysteme des XVI., XVII. und XVIII. Jahrhunderts, Annales Internationales d'Histoire (Congrès de Paris 1900), Paris 1901, S. 121 ff. [2]) G. E. Rosenthal, Enzyklopädie aller mathematischen Wissenschaften, Gotha 1794—1797. [3]) B. F. Moennich, Lehrbuch der Mathematik, Berlin-Stralsund 1781—1784. Dieses Schaltkapitel, über welches Nesselmann (a. a. O., S. 23 ff.) nicht ganz ungünstig urteilt, führt den Titel: Kurze Geschichte der Mathematik nach der Ordnung der Hauptstücke im Lehrbuche. [4]) Hollenberg, Nachrichten von dem Leben und den Erfindungen der Mathematiker, Münster i. W. 1788. [5]) Außer bei Nesselmann (a. a. O., S. 24) fanden wir es nirgendwo angeführt. [6]) L. W. Gilbert, De natura, constitutione et historia matheseos primae vel universalis seu metaphysices mathematicae commentatio I et II, Halle a. S. 1794—1795. Vgl. dazu L. Choulant, Versuch über Ludwig Wilhelm Gilberts Leben und Wirken, Ann. d. Phys., LXXVI (1824, S. 463 ff.). Danach soll Gilbert gewisse Aufstellungen seiner Erstlingsschrift ausdrücklich wieder zurückgenommen haben. [7]) J. C. Fischer, Geschichte der Naturlehre, Göttingen 1800—1808.

reichert, dem hohe Verdienstlichkeit nicht abgesprochen werden darf, und welches man auch heute noch mit Vorteil zu Rate ziehen kann, weil es durchweg einen bequemen und sicheren Zugang zu den Quellen eröffnet. Steht Fischer auch für seine Person noch auf einem etwas beschränkten Standpunkte, wie ihm denn z. B. Huygens' Begründung des Brechungsgesetzes aus der mathematisch eingekleideten Vibrationstheorie des Lichtes gar nicht einleuchten will[1]), so hat er sich doch redliche Mühe gegeben, in jedem Falle den verschiedenartigsten Anschauungen gerecht zu werden. Sein Werk überragt weit dasjenige des minder exakten Murhard (1779—1853)[2]), das denn auch, und zwar ohne ersichtlichen Grund, ein Torso geblieben ist. Eine eigenartige Schöpfung ist eine anonyme Geschichte der Sternkunde[3]), welche bis zum Ende des XVII. Jahrhunderts reicht und manch brauchbare Nachricht enthält. Auch die deutsche Bearbeitung[4]) einer älteren Schrift von Cassini[5]) darf hier nicht vergessen werden; sehr ungleichmäßig gearbeitet, so daß mancher Zeitabschnitt gar nicht zu seinem Rechte gelangt, verbreitet sie sich, zumal in den Zusätzen des Herausgebers, über viele wissenswerte Dinge, die anderwärts mehr in den Hintergrund treten und die hier sachkundige Erörterung finden.

Frankreich sah am Schlusse der uns hier beschäftigenden Periode das grundlegende Werk von Montucla[6]) in neuer, sehr vermehrter Auflage erscheinen, deren Umfang sich auf vier Bände gesteigert hatte; die beiden letzten hatte der Astronom Lalande bearbeitet, ohne doch, wie an diesem Orte bereits ausgeführt ward[7]), die von dem Begründer selbst hergestellten Teile zu erreichen. In Montuclas Fußtapfen ist, teilweise allerdings nicht stets mit gleichem Glück, später Ch. Bossut (1730—1814) eingetreten, dessen Werk freilich erst dem XIX. Jahrhundert angehört und hier keiner Erwähnung teilhaftig werden könnte, wenn nicht ein Vorläufer desselben, Bossuts Discours

[1]) J. C. Fischer, Geschichte der Naturlehre II, Göttingen 1802, S. 47. [2]) F. W. A. Murhard, Geschichte der Physik, 1. Band, Göttingen 1798—1799. [3]) Geschichte der Astronomie von den ältesten bis auf gegenwärtige Zeiten in zwey Bänden, I, Chemnitz 1792. Als Verfasser zeichnet unter der Vorrede ein gewisser C. G. F., der sich hauptsächlich an Weidler (Historia Astronomiae, Wittenberg 1741) gehalten hat. Die äußerst zahlreichen Druckfehler stören den Leser in hohem Maße. [4]) J. L. Rost, Astronomisches Handbuch, neu herausgegeben von G. F. Kordenbusch, I, Nürnberg 1771, S. 1—120. Die Übersetzung hatte schon früher J. P. v. Wurzelbau besorgt; Kordenbusch nahm sie, die nicht in den Druck gelangt war, in die von ihm besorgte Neuauflage des Rostschen Handbuches auf und bereicherte sie mit Anmerkungen, die auf eine gute Sachkenntnis schließen lassen. [5]) Dom. Cassini, De l'origine et du progrès de l'astronomie et de son usage dans la géographie et dans la navigation, Paris 1709 (Recueil d'observations faites . . . par Messieurs de l'Académie Royale des sciences). [6]) Diese Vorlesungen III^2, S. 500 ff. [7]) Ebenda S. 501.

préliminaire 1784 in der Encyclopédie méthodique erschienen wäre[1]). Der gleichen Zeit etwa gehört Condorcet, Esquisse d'un tableau historique des progrès de l'esprit humain an, welche zahlreiche Auflagen erlebt hat. Eine ganz schwache Leistung war die „Entwicklungsgeschichte des menschlichen Geistes" von Al. Savérien[2]) (1750—1805); Nesselmann sagt[3]) von ihr, es sei unbegreiflich, daß noch acht Jahre nach dem Erscheinen der Montuclaschen Schöpfung „eine solche Mißgeburt" habe das Licht der Welt erblicken können. Der Vollständigkeit halber mag auch noch der geschichtliche Abriß in E. M. J. Lemoine D'Essoies' (1751—1816) Lehrbuche[4]) namhaft gemacht werden. Anerkennenswertes haben die Franzosen auf geschichtlich-astronomischem Gebiete zutage gefördert. Den zeitgeschichtlichen Essay[5]) von Al. G. Pingré (1711—1796) würde man nur ungerne missen, und die zahlreichen Schriften[6]) des vielseitigen, auf dem revolutionären Schafotte gefallenen J. S. Bailly (1736—1793) sind, wenn auch die Vorliebe ihres Verfassers für kühne Geschichtskon-

[1]) Lediglich dieser Umstand veranlaßt uns hier dazu, einige einschlägige Nachrichten einzuflechten. Von Bossuts Werke gibt es eine Doppelausgabe (Essai sur l'histoire générale des mathématiques, Paris 1802; Histoire générale des mathématiques, ebenda 1810). Nach der ersten Auflage sind die deutsche und die englische Übersetzung gearbeitet; erstere lieferte Reimer (Hamburg 1804), letztere Churchill — nicht Bonnycastle, wie man gemeiniglich liest — (London 1803). Nun zitiert aber Rogg (S. 174 des S. 4 von uns erwähnten Werkes) auch einen italienischen Bossut (Quadro dei progressi delle matematiche, tradotto dal Francese, Mailand 1793). Nach Nesselmanns Vermutung (a. a. O., S. 28) wäre das wahrscheinlich eine Übertragung des der Geschichte gewidmeten Abschnittes in Bossuts großem Kompendium (Cours de Mathématiques, Paris 1782). [2]) Savérien, Histoire des progrès de l'esprit humain dans les sciences exactes et dans les arts qui en dependent, savoir, l'arithmétique, l'algèbre, la géometrie, l'astronomie, la gnomonique, la chronologie, la navigation, l'optique, la méchanique, l'hydraulique, l'acoustique et la mousique, la géographie, l'architecture, avec un abrégé de la vie des auteurs les plus célèbres dans ces sciences, Paris 1766. [3]) Nesselmann, a. a. O., S. 20. [4]) Lemoine-D'Essoies, Traité élémentaire des mathématiques, Paris 1778. [5]) Pingré, Projet d'une histoire de l'astronomie du XVII^e siècle, Paris 1756. Als an der Grenzscheide der hier zu behandelnden Periode stehend mag dieses Buch hier ebenso eine Stelle finden, wie das nur zum Teile hierher gehörige, von Scheibel (s. u.) gelobte von A. Y. Goguet (De l'origine des lois, des arts et des sciences, et de leurs progrès chez les anciens peuples, Paris 1758). Das letztere ist von Hamberger (Jena 1760—1772) ins Deutsche übertragen worden. Estèves Plagiat an Weidler (s. S. 3) (Histoire générale et particulière de l'astronomie, Paris 1755) wird durch diese Notiz vielleicht schon zu sehr geehrt. [6]) Bailly, Histoire de l'astronomie ancienne depuis son origine jusqu'à l'établissement de l'école d'Alexandrie, Paris 1775; Histoire de l'astronomie moderne depuis la fondation de l'école d'Alexandrie jusqu'à l'époche de 1781, ebenda 1779—1782; Lettres sur l'origine des sciences et sur celles des peuples de l'Asie, ebenda 1777.

struktionen manche Störung mit sich bringt, doch für ihre Zeit von großem Werte gewesen. Insbesondere die Monographie über die indische Astronomie[1]) bietet auch für die reine Mathematik verschiedene Anhaltspunkte.

Von anderen Ländern ist, soweit es sich um Schriften von mehr allgemeinem Gepräge handelt, nur noch England in Betracht zu ziehen. Es hat in G. Costard (1710?—1782) einen tüchtigen Historiker der Astronomie besessen, von dem wir noch weiter unten wiederholt zu sprechen haben werden, und der auch mit einem größeren Werke[2]) seine Spezialuntersuchungen beschloß. Dasselbe scheint keiner großen Verbreitung teilhaftig geworden zu sein; selbst Rud. Wolf kennt es nur von Hörensagen[3]). Man hat es da nicht mit einer geschichtlichen Darstellung im gewöhnlichen Wortsinne zu tun, sondern man würde seinem Inhalte nur dann gerecht werden, wenn man es als „Lehrbuch der Sternkunde auf geschichtlicher Grundlage" bezeichnete. Der Gebrauch des Globus steht im Vordergrunde, und auf mathematische Fragen wird nur gelegentlich eingegangen.

Den historischen Arbeiten haben sich, als eine notwendige Ergänzung, die bibliographischen anzureihen. Obenan steht hier das umfassende und verlässige Repertorium[4]) von J. E. Scheibel (1736 bis 1809), welches, sobald älteres Schrifttum zu berücksichtigen ist, noch jetzt einen unentbehrlichen Ratgeber abgibt. Recht brauchbar ist auch des uns schon bekannten Murhard (s. S. 13) „Bibliothek"[5]), der eine sehr geschickt gemachte Bibliographie einer physikalischen Spezialdisziplin[6]) vorangegangen war. Die Astronomie hat in dem bücherliebenden und bücherkundigen J. J. F. De Lalande (1732 bis 1807) einen Mann gefunden, der ihr ein literarisches Hilfsmittel von hoher Brauchbarkeit zu liefern am besten geeignet war. Gehört dasselbe auch bereits dem neuen Jahrhundert an[7]), so schließt es doch die Geschichte der beiden letzten Jahrzehnte des vorhergehenden in sich und durfte folglich an dieser Stelle nicht unerwähnt bleiben.

Enzyklopädien und Wörterbücher sind für unsere Zeitspanne nur

[1]) Bailly, Histoire de l'astronomie indienne et orientale, Paris 1787. [2]) Costard, The History of Astronomy with Application to Geography, History, and Chronology, London 1767. [3]) R. Wolf, Geschichte der Astronomie, München 1877, S. 785. [4]) Scheibel, Einleitung zur mathematischen Bücherkenntnis, 19 Teile, Breslau 1769—1798. [5]) Murhard, Bibliotheca mathematica oder Literatur der mathematischen Wissenschaften, Leipzig 1797—1805. [6]) Murhard, Versuch einer historisch-chronologischen Bibliographie des Magnetismus, Kassel 1797. [7]) Lalande, Bibliographie astronomique, avec l'histoire de l'astronomie depuis 1781 jusqu'en 1802, Paris 1803. Auch Lalandes großes, vierbändiges Handbuch (Paris 1777—1781) ist reich an der Geschichte seiner Wissenschaft dienendem Stoffe.

in geringerer Anzahl anzuführen. An der Spitze stehen Diderots Encyclopédie und die später herausgekommene Encyclopédie méthodique. Das Sammelwerk[1]) des polyhistorisch veranlagten, doch aber mehr auf volkswirtschaftlichem als auf exaktwissenschaftlichem Arbeitsfelde originellen J. G. Büsch (1728—1800) erhebt keine höheren Ansprüche. Sehr hoch dagegen stand von Anfang an das Klügelsche Wörterbuch, dessen hohe Wertschätzung seitens der Fachmänner sich klar in dem Umstande offenbart, daß es noch bis tief ins XIX. Jahrhundert hinein fortgesetzt ward. Wir würden seiner — und noch weniger der Fortsetzungen von C. B. Mollweide und J. A. Grunert — nicht zu gedenken verpflichtet sein, weil erst im Jahre 1803 die Veröffentlichung begann, wenn man es nicht mit einigem Rechte als Konsequenz eines anderen, etwas älteren Werkes ansehen dürfte, welches Klügel im Bunde mit C. G. D. Müller und J. A. Renner herausgab[2]), und welches auch in seinen Einzelbestandteilen verbreitet wurde. Das „Gehlersche Physikalische Wörterbuch"[3]) war ebenso für Deutschland ein literarisches Ereignis[4]). Von französischen Autoren hat J. Lacombe (1724—1811) sich auf diesem Gebiete eifrig betätigt[5]). Auch Großbritannien lieferte einige Beiträge zu dieser Literaturgattung. So ließ A. Rees[6]) (1793 bis 1825) die ältere Sammlung von Chambers[7]) neu aufleben. In zwei starken Bänden ließ Ch. Hutton (1737—1823) ein mathematisch-physikalisches Lexikon[8]) erscheinen; und eben derselbe hat auch für die mathematischen Unterhaltungsschriften durch Herausgabe der wohl bedeutendsten Probe[9]) dieser — in neuester Zeit durch E. Lucas,

[1]) Büsch, Enzyklopädie d. histor., philosoph. und mathem. Wissensch., Hamburg 1775. [2]) Enzyklopädie oder zusammenhängender Vortrag d. gemeinnützigsten Kenntnisse, Berlin 1782—1784. [3]) Gehler, Physikalisches Wörterbuch, Leipzig 1787—1795. [4]) Davon, daß dieses Nachschlagewerk seinen Zweck erfüllte, legt am besten die Neubearbeitung Zeugnis ab, welche bedeutend später von Brandes, Muncke, Horner, L. Gmelin, C. H. Pfaff und J. J. v. Littrow unternommen ward (Leipzig 1825—1844) und nunmehr statt der fünf Bände des Originals (darunter ein Supplementband) deren zwanzig in Anspruch nahm. [5]) Lacombe, Dictionnaire encyclopédique des amusants des sciences mathématiques et physiques, Paris 1792. Poggendorff (Biogr.-Liter. Handwörterb. I, Sp. 1339) sagt von ihm, es umfasse die auf ein ähnlich beschaffenes Ziel gerichteten Werke von Macquer, Nollet, Ozanam, Guyot, Decremps und Pinetti. Als Nachtrag zum Kapitel der „mathematischen Ergötzungen" (diese Vorlesungen II^2, S. 768ff.; III^2, S. 103) finde noch ein anderes Erzeugnis Lacombes hier einen Platz: Dictionnaire des jeux mathématiques, Paris 1799. [6]) Rees, Chambers' Cyclopaedia, new Edition, London 1781—1786. In einer weiteren Auflage, die von 1802 an herauskam, sind diese vier Bände auf dreißig angewachsen. [7]) Diese Vorlesungen III^2, S. 510. [8]) Hutton, A Mathematical and Philosophical Dictionary, London 1795—1796. „Natural Philosophy" ist nach englischem Sprachgebrauche gleichbedeutend mit Physik. [9]) Hutton, Recreations in Mathematics and Natural Philosophy, London 1803.

Schubert, Ahrens u. a. zu neuem Leben erweckten — Art von Seitenzweig der exakten Disziplinen Sorge getragen.

Wir wenden uns nun denjenigen Arbeiten zu, welche sich in der Zeit zwischen 1760 und 1800 mit Einzelfragen aus dem Bereiche der mathematischen Wissenschaften beschäftigen. An die Spitze wollen wir diejenigen stellen, deren Gegenstand selbst wieder ein historischer ist, und es versteht sich von selbst, daß hier auch das biographische Moment, dessen Wertschätzung in der zweiten Hälfte des XVIII. Jahrhunderts eine immer ausgesprochenere wird, Beachtung finden muß. Den Reigen mag L. Dutens (1730—1812) eröffnen, der sich in drei starken Bänden[1]) bemühte, dem Altertum die Kenntnis so ziemlich aller gewichtigeren Erfindungen und Entdeckungen der Folgezeit zuzuschreiben, der aber — ähnlich wie Bailly (s. S. 14) — diesem seinem Streben die Regeln der Kritik ganz und gar zum Opfer brachte[2]). Immerhin ein geistvoller Versuch, wie er von dem ersten Herausgeber[3]) der Werke des großen Leibniz nicht anders zu erwarten war. Die Schrift steht ziemlich vereinzelt da, wogegen an Lebensbeschreibungen und Elogien durchaus kein Mangel ist. Ob die Übersicht, die wir darüber im folgenden geben, eine vollständige ist, bleibe dahingestellt; wichtigere Arbeiten dürften wohl kaum außer acht geblieben sein.

Bleiben wir vorerst bei Deutschland stehen, so fällt uns zuerst R. E. Raspes (1736?—1794) Vorschlag[4]) zu einer Herausgabe der Leibnizschen Werke ins Auge, der freilich einstweilen keine Folgen hatte. Äußerst eifrig auf diesem für den Historiker immer reizvollen Gebiete erwies sich Kaestner, dem die Gedenkreden auf drei hochverdiente Lehrer der Göttinger Hochschule zu danken sind[5]). Das Jahr 1783 brachte aus der Feder deutsch schreibender Gelehrter drei hierher gehörige Arbeiten, von denen zwei nur als Nekrologe zu gelten haben[6]), wogegen die dritte[7]) sich als ein tief greifendes, auf eigene Studien sich stützendes biographisches Denkmal für den Märtyrer

[1]) Dutens, Recherches sur l'origine des découvertes attribuées aux modernes, Paris 1766, 1776, 1812. [2]) Wir lesen darüber bei Poggendorff (Geschichte der Physik, Leipzig 1879, S. 11): „Wohl zu merken ist indeß, daß, während Dutens in dem Nachweise bekannter Thatsachen bei den Alten so überaus glücklich erscheint, er doch nicht eine einzige neue, zu seiner Zeit noch unbekannte bei ihnen aufzufinden weiß, wie wenn die Alten genau so viel gewußt hätten und nicht mehr, als die neueren Physiker im Jahre 1766." [3]) J. H. G. Leibnitii Opera omnia, ed. Dutens, Genf 1769. [4]) Raspe, Programma de edendis Leibnitii Operibus philosophicis et mathematicis, Nova Acta Eruditorum Lipsiensia, 1762, S. 196ff. [5]) Kaestner, Elogium Tob. Mayeri, Göttingen 1762; Elogium Albr. Ludov. Fr. Meisteri, ebenda 1789; Elogium G. Ch. Lichtenbergi, ebenda 1799. [6]) Al. David, Das Leben Newtons, Prag 1783; N. v. Fuß, L'éloge de L. Euler, St. Petersburg 1783. [7]) C. J. Jagemann, Geschichte des Lebens und der Schriften von Galilaeo Galilaei, Weimar 1783.

der neueren Naturforschung zu erkennen gibt[1]). Der wissenschaftliche Nachruf war damals in erster Linie Sache der Franzosen, deren anerkanntes Geschick, gemeinverständlich und zugleich elegant zu schreiben, sich besonders geltend machte, wenn es darauf ankam, mit verhältnismäßig wenigen Worten viel zu sagen.

Besonders ragte unter ihnen hervor der Marquis M. J. A. N. C. De Condorcet (1743—1794), selbst ein Analytiker von Ruf, den aber sein Verdienst so wenig wie Lavoisier und Bailly vor dem revolutionären Fallbeile schützen konnte, dem er nur durch Selbstmord sich entzog. In einer stattlichen Reihe von Bänden[2]) hat er die Taten und Schicksale der älteren Akademiker verewigt, unter denen nach damaliger Lage der Dinge Mathematiker, Physiker und Astronomen besonders zahlreich sind. Von Lalande haben wir eine Lobrede[3]) auf seinen unglücklichen Kollegen Bailly. Eine reich fließende Quelle biographischer Nachweisungen liegt ferner in der jedem Bande der Pariser Denkschriften beigegebenen „Histoire" vor; eine lange Reihe von Namen, die unten aufgezählt werden[4]),

[1]) Durch Jagemann, der sich natürlich vorwiegend die damals energischer einsetzende Forschung Italiens zunutze machte, wo Viviani das Andenken seines großen Lehrers von den Schlacken der Verdächtigung zu reinigen suchte, wurde auf deutschem Boden das Studium des Lebens und der Werke Galileis erst begründet. Man bemerkt bei ihm (K. v. Gebler, Galileo Galilei und die Römische Kurie, I, Stuttgart 1876, S. 293) schon eine viel tiefere Einsicht in die wahren Triebfedern des Inquisitionsprozesses, als bei viel späteren Schriftstellern. Doch konnte er noch nicht verwerten das erst ein Dezennium später herausgekommene, an Originalmitteilungen reiche, posthume Werk des Senators G. C. De Nelli (1661—1725). In ihm (Vita e commercio di Galileo Galilei, Lausanne 1793) wurde zuerst der unerschöpfliche Briefwechsel, den uns jetzt A. Favaros glänzende Nationalausgabe vollkommen zugänglich gemacht hat, in seiner großen Tragweite erkannt. [2]) Condorcet, Éloge des académiciens français morts depuis 1666 jusqu'en 1699, Paris 1773; Éloge des académiciens morts depuis 1771—1790 (erst nach des Verfassers Tode erschienen), Paris 1799. [3]) Lalande, Éloge de J. S. Bailly, Paris 1768. [4]) Histoire de l'Académie Royale des Sciences (avec les Mémoires de Mathématique et de Physique). — 1750, S. 259—276. Éloge de M. De Maupertuis (diese Vorlesungen III^2, S. 774). — 1765, S. 144—159. Éloge de M. Clairaut (a. a. O., III^2, S. 778). — 1768, S. 144—154. Éloge de M. Camus (1699—1768; bekannt als Kenner der theoretischen Nautik und als einer der Teilnehmer an der lappländischen Gradmessung). — 1768, S. 155—166. Éloge de M. Deparcieux (a. a. O., III^2, S. 638). — 1771, S. 89—104. Éloge sur M. De Mairan (a. a. O., III^2, S. 628 ff.). — 1771, S. 105—130. Éloge de M. Fontaine (a. a. O., III^2, S. 587). — 1771, S. 143—157. Éloge de M. Pitot (a. a. O., III^2, S. 445 ff.). — 1779, S. 54—70. Éloge de M. le Comte D'Arcy (1725—1779; Astronom und Ballistiker, aber auch der reinen Mathematik nicht fremd). — 1782, Éloge de M. D. Bernoulli (a. a. O., III^2, S. 631). — 1783, Éloge de M. L. Euler (a. a. O., III^2, S. 549 ff.). — 1783, Éloge de M. Bézout (1730—1783; Begründer unserer heutigen Lehre von den Determinanten). — 1783, Éloge de M. D'Alembert (a. a. O., III^2, S. 510). — 1783,

tritt uns entgegen, und zwar nicht nur in aphoristischer, sondern zum Teile in recht ausführlicher Schilderung von sachkundiger Seite. Verdienstliche Beiträge zu dieser in jenen Jahren sehr geschätzten Literaturgattung lieferten ferner auch Italiener. Halten wir uns an die chronologische Reihenfolge, so stoßen wir auf Artikel über Rampinelli[1]), Cavalieri[2]) — dem der gelehrte Frisi[3]) auch eine eigene Abhandlung[4]) widmete — und G. Rocca (1607—1656)[5]). Mehrere lesenswerte Erinnerungsreden haben auch in die Veröffentlichungen der Akademie von St. Petersburg Aufnahme gefunden[6]). Großbritannien ist, soweit die wissenschaftliche Biographie in Frage kommt, nur durch ein einziges größeres Stück in unserer Periode vertreten, dem aber großer Wert zukommt; es ist ein Essay[7]) über den ebenso

Éloge de M. Wargentin (1717—1783; bekannter schwedischer Astronom). — 1786, Éloge de M. l'Abbé De Gua (a. a. O., III^2, S. 576 ff.).

[1]) Elogio del R. P. Ramiro Rampinelli Bresciano etc., Giornale de' Letterati, Tomo per gli anni 1758 e 1759, S. 87 ff. (Rom 1760). Rampinelli, der folgeweise in Bologna, Mailand und Pavia Mathematik lehrte, wurde berühmter, als durch eigene Schriften, durch seine Schülerin Gaetana Agnesi (diese Vorlesungen III^2, S. 822 ff.). [2]) Frisi, Elogio del B. Cavalieri, Nuovo Giornale de' Letterati d'Italia, XIV, S. 191 ff. (Modena 1778); Aggiunte all' Elogio del Cavalieri, ebenda, XV, S. 280 ff. (Modena 1778); Risposta a un' Elogio di Bonaventura Cavalieri, ebenda, XXIII, S. 116 ff. (Modena 1781). [3]) P. Frisi (diese Vorlesungen III^2, S. 822) wurde als Schriftsteller über astronomische, mechanische und meteorologische Probleme sehr geschätzt, hat jedoch in der zweiten Hälfte seines Lebens auch mathematische Fragen behandelt. [4]) Dieselbe erschien 1778 in Mailand; ihre Überarbeitung ging, wie wir sahen, in die vielgelesene Zeitschrift über. Lobreden auf Galilei und auf Newton sind gleichfalls zu nennen. Von Frisis geachteter Stellung zeugt eine auf ihn verfaßte Gedächtnisschrift: Memorie appartenenti alla vita ed agli studî del Sig. Paolo Frisi etc., Mailand 1787. [5]) Lettere d'Uomini Illustri nel secolo XVII a Giannantonio Rocca, filosofo e matematico Reggiano etc., Nuovo Giornale etc., XXXII, S. 1 ff.; XXXIII, S. 1 ff.; XXXIV, S. 1 ff.; XXXVI, S. 1 ff. (Modena 1785, 1786, 1786, 1786). [6]) Nova Acta Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae. Historia ad annum 1783, N. Fuß, Éloge de M. Léonard Euler, S. 159 ff. (vgl. S. 17); Historia ad annum 1784, Précis de la vie de M. Lexell, S. 16 ff.; Historia ad annum 1789, S. 23 ff., Précis de la vie de M. Jacques Bernoulli. A. J. Lexell (1740—1784) hat sich durch zahlreiche trigonometrische und andere Arbeiten, z. B. durch den nach ihm benannten Satz der Sphärik ein dauerndes Denkmal gesetzt; Jakob Bernoulli II (1759 bis 1789) ist der zeitlich letzte Sproß der berühmten Baseler Mathematikerfamilie. [7]) W. Minto, Dav. Stewart's, Earl of Buchan, Account of the Life, Writings and Inventions of John Napier of Merchiston, Edinburgh 1788. Die Geschichte der Mathematik scheint von David Stewart nichts weiter zu wissen, während seine Namensvettern John (gest. 1766) und Matthew (1717—1785) wohl bekannt sind; vom letzteren (diese Vorlesungen III^2, S. 541 ff.) handelt ausführlich sein Landsmann John Playfair (1748—1819) (Account of M. Stewart, Transact. of the Royal Society of Edinburgh, I, 1 (1788), S. 57 ff.).

genialen wie abstrusen Lord Napier, über dessen eigenartige Auffassung der Logarithmen in diesem Werk[1]) eingehend berichtet worden ist.

In gewissem Sinne darf hierher wohl auch gerechnet werden: die Herausgabe nachgelassener Schriften hervorragender Zeitgenossen. Das „historische Jahrhundert“ hat es nicht an sich fehlen lassen, auch nach der uns hier angehenden Seite hin sich seines Namens würdig zu erweisen, denn daß derartige Sammlungen unter Umständen dem späteren Erforscher der geschichtlichen Zusammenhänge noch bedeutsamere Dienste leisten können, als bloße Berichterstattung, wird nicht bezweifelt werden können. Der Physiker Lichtenberg brachte einen Teil der von einem berühmten Göttinger Amtsgenossen hinterlassenen Abhandlungen an das Licht[2]). Ebenfalls in Göttingen erschienen unter der Obsorge von Wrisberg die großenteils noch ungedruckten Arbeiten[3]) des polyhistorisch veranlagten Arztes J. G. Brendel (1712 bis 1758), die auch in mathematischer Beziehung gar nicht belanglos sind[4]). Endlich wollen wir auch noch kurz die mathematische Übersetzungstätigkeit registrieren, die wir in Michelsen[5]) und Bulgaris[6]) verkörpert finden.

Nunmehr sollen uns die geschichtlichen Untersuchungen über die mathematische Entwicklung in einzelnen Ländern noch kurz beschäftigen. Das Land Baden hat sich der Meteorologe J. L. Boeckmann (1741—1802) für eine solche Darstellung[7]) ausersehen; man wird sich nicht wundern, daß darin die Dinge, welche man ehemals als angewandte Mathematik zusammenzufassen liebte, weitaus überwiegen. Aus etwas früherer Zeit liegt F. J. Bucks (1722—1786) ganz brauchbare Charakteristik der hier in Frage kommenden Mathematiker Altpreußens vor[8]). Viele Daten, die sonst schwer zu erlangen sind, vereinigte St. Wydra (1741—1804) in seiner Geschichte der Schicksale, welche

[1]) Diese Vorlesungen II², S. 730 ff. [2]) Tob. Mayeri opera inedita, ed. G. Ch. Lichtenberg, Göttingen 1774. [3]) Joh. Gottfr. Brendelii opera mathematici et medici argumenti ed. H. A. Wrisberg, Göttingen 1769—1775. [4]) Betreffs der Verwendung, welcher ein von Brendel in die Wissenschaft eingeführtes Prinzip fähig ist, vgl. Günther, Parabolische Logarithmen und parabolische Trigonometrie, eine vergleichende Untersuchung, Leipzig 1882. [5]) Man hat von J. A. C. Michelsen (diese Vorlesungen III², S. 700, S. 749) deutsche Ausgaben Eulerscher Werke (Einleitung in die Analysis des Unendlichen, Berlin 1788—1792; Differentialrechnung, ebenda 1790—1793; Theorie der Gleichungen nach Euler und Lagrange, ebenda 1793). [6]) Eugenios Bulgaris, dessen Personalverhältnisse anscheinend im Dunklen geblieben sind, übertrug in seine griechische Muttersprache u. a. Segners „Elementa arithmeticae et geometriae“ (Leipzig 1793) und Schriften des Engländers Whiston (diese Vorlesungen III², S. 377, 394). [7]) J. L. Boeckmann, Beiträge zur Geschichte der Mathematik und Naturkunde in Baden, Karlsruhe 1787. [8]) Buck, Leben der verstorbenen preußischen Mathematiker, Königsberg i. Pr. 1764.

die mathematischen Disziplinen in den Ländern der tschechischen Sprachgemeinschaft erfahren haben[1]). Von M. Barbieri wurde eine analoge Schrift über das Königreich Neapel verfaßt[2]), und mit dieser können wir sachlich zusammennehmen die vorzügliche Behandlung, welche G. Piazzi der sizilianischen Astronomie zuteil werden ließ[3]). Wenn auch nicht in erster Reihe, so ist doch auch hier wohl am besten unterzubringen ein Aufsatz von Johann Bernoulli[4]), der schon durch seinen Titel[5]) verrät, daß die Zusammenstellung interessanter zeitgeschichtlicher Notizen hauptsächlich beabsichtigt war; in größerem Stile enthält solche das astronomische Handbuch[6]) ebendesselben Gelehrten.

Dieser Zeitraum ist auch aus dem Grunde bemerkenswert, weil in ihn der erste Versuch fällt, sich über das Wesen der nach und nach durch Forschungsreisende und Missionare bekannter gewordenen indischen Mathematik zu orientieren. Der Schotte Playfair (s. S. 19) hat sich der schwierigen Aufgabe mit Glück unterzogen[7]); für den Anfang konnte sein redliches Bestreben als ein sehr erfolgreiches gelten. Der anerkanntermaßen wertvollste Bestandteil des Geschichtswerkes von A. Arneth[8]) geht der Anregung nach auf Playfairs Vorarbeit[9]) zurück.

[1]) Wydra, Historia matheseos in Bohemia et Moravia cultae, Prag 1778; eine Art Anhang dazu ist: Vita Josephi Stepling, ebenda 1779. [2]) Barbieri, Notizie istoriche dei matematici e filosofi del regno di Napoli, Neapel 1778. [3]) Piazzi, Della specola astronomica de' regj studj di Palermo, Palermo 1792 bis 1794, II, Einleitung. Eine sehr ins einzelne gehende Analyse des die Entwicklungsgeschichte der Wissenschaft auf der Insel darstellenden Abschnittes hat v. Zach gegeben (Hindenburgs Archiv der reinen und angew. Mathematik II, S. 357 ff.). [4]) Dieser Enkel des großen Johann Bernoulli (diese Vorlesungen III², S. 325) (1744—1807) hatte sich wesentlich der Astronomie zugewendet, wenngleich er auch mathematische Fragen ohne Rücksicht auf Anwendung gerne in den Kreis seiner Beschäftigung zog. [5]) Bernoulli, Anecdotes pour servir à l'histoire des mathématiques, Nouveaux Mémoires de l'Acad. de Berlin, 1799—1800 (erschienen 1803), S. 32 ff. [6]) Im ganzen können vier Schriften Bernoullis als für die Geschichte der Astronomie in der zweiten Hälfte des XVIII. Jahrhunderts bemerkenswert bezeichnet werden, nämlich die folgenden: Recueil pour les Astronomes, Berlin 1772—1776; Liste des Astronomes connus actuellement, ebenda 1776; Nouvelles litéraires de divers pays, avec des supplemens pour la liste et le nécrologe des Astronomes, ebenda 1776—1777; Lettres écrites pendant le cours d'un voyage par l'Allemagne etc., ebenda 1777 bis 1779. [7]) Playfair, Remarks on the Astronomy of the Brahmins, Transact. of the Royal Society of Edinburgh, II, Abteil. 2; Observations on the Trigonometrical Tables of the Brahmins, ebenda, II, Abteil. 4. [8]) Arneth, Geschichte der reinen Mathematik in ihrer Beziehung zur Entwicklung des menschlichen Geistes, Stuttgart 1852, S. 140 ff. [9]) Die Veröffentlichungen H. Th. Colebrookes (1765—1837) über altindische Mathematik und Astronomie, die weit über Playfair hinausgehen, gehören bereits dem XIX. Jahrhundert an.

Jene von früher her erinnerlichen, etwas sonderbaren Geistesprodukte, welche sich mit einer — schwer definierbaren — biblischen Mathematik zu schaffen machen, fehlen auch dem Intervalle 1760 bis 1800 nicht gänzlich. Ein Däne A. N. Aasheim (1749—1800) hat die Nutzbarkeit der Größenlehre für die Exegese der Heiligen Schrift darzutun versucht[1]). Vor allem aber war J. E. B. Wiedeburg (1733 bis 1789) ein eifriger Bearbeiter dieses Grenzgebietes zwischen Theologie und Mathematik, auf dem er sich übrigens ganz und gar im Geiste des herrschend gewordenen Rationalismus bewegte. Sein Buch[2]), welches unvollendet blieb, gibt eine achtungswerte Probe von der Gelehrsamkeit des Verfassers, dessen Vater schon für diese „Mathematica sacra“ Neigung an den Tag gelegt hatte[3]). Auch kleinere Arbeiten dieses Charakters würden sich bei fleißigem Suchen vielleicht noch zahlreicher auffinden lassen, als dies in unserer Note[4]) zum Ausdrucke kommt.

Die elementare Arithmetik, Algebra und Zahlenlehre der Vergangenheit fangen in diesen Jahren, da doch auch die philologisch-antiquarische Forschung sich immer kräftiger zu rühren und vervollkommnete Hilfsmittel der Untersuchung zur Verfügung zu stellen beginnt, mehr und mehr die Gelehrten zu beschäftigen an. Den Lehrbüchern werden, wie dies vor allem A. G. Kaestners (s. S. 8) mit Recht viel gebrauchtes, mehrbändiges Kompendium[5]) in zahllosen

[1]) Aasheim, De usu matheseos in explicandis phaenomenis in codice sacro, Kopenhagen 1767. [2]) Wiedeburg, Natur- und Größenlehre in ihrer Anwendung zur Rechtfertigung der heiligen Schrift, I, Nürnberg 1782. [3]) Diese Vorlesungen III[2], S. 523—524. [4]) Vielleicht ist es gestattet, der einschlägigen kurzen Darlegung am vorerwähnten Orte einige Ergänzungen nachfolgen zn lassen. Besonderer Beachtung hatte sich die Gestalt des „ehernen Meeres“ zu erfreuen (I. Buch der Könige, VII, 23). Schon im XVII. Jahrhundert bildete dieses Sakralaltertum den Gegenstand gelehrter Streitigkeiten, an denen sich sogar der geniale Philosoph B. Spinoza beteiligte (Tractatus theologico-politicus, Hamburg 1670, S. 22). Aus dem laufenden Jahrhundert sind drei hierauf bezügliche Abhandlungen namhaft zu machen: Nicolai Clausing, De symmetria maris aenei, Wittenberg 1717; L. C. Sturm, Mare aeneum, Nürnberg 1710; Scheibel, Von der Gestalt des ehernen Meeres, Leipziger Magaz. f. Math. etc., 1787, S. 477 ff. Die Frage, ob die alten orientalischen Völker sich mit der rohen Annäherung $\pi = 3$ (diese Vorlesungen I[2], S. 100 ff.) beholfen hätten, stand in diesem Falle im Vordergrunde. [5]) Angesichts der wirklich hohen Bedeutung dieser Reihe stufenweise aufsteigender Lehrbücher, welche den Studierenden von den allerersten Anfängen bis hinauf zu den höchsten Problemen zu führen bestimmt waren und welche in der Didaktik des XVIII. Jahrhunderts die bis dahin fast des Monopoles der Alleinherrschaft sich erfreuenden Werke C. v. Wolfs ablösten, gehört hierher ein kurzer bibliographischer Exkurs auf Kaestners Unternehmen. Es sind zusammen zehn Oktavbändchen: Anfangsgründe der Arithmetik, Geometrie, ebenen und sphärischen Trigonometrie und Perspektive, Göttingen 1758, 5. Aufl. ebenda

wertvollen Notizen ersehen läßt, geschichtliche Daten nicht bloß als gelehrter Ballast, sondern als eine willkommene Unterstützung zur Anregung und Vertiefung des Unterrichtes beigegeben. Mitunter fügt sich dem theoretischen Lehrgange — ähnlich, wie wir dies (s. S. 12—13) bei Bossut und Moennich kennen gelernt haben — auch bei solchen Leitfäden, die nur ein engeres Stoffgebiet umfassen, ein zusammenfassender Überblick über die Geschichte der Disziplin an. So machte es J. G. Praendel[1]) (1759—1816) bei seiner für die kurbayerischen Pagen und Kadetten geschriebenen Algebra.

Ein tiefgelehrtes, ja bahnbrechendes Werk über die Urgeschichte eben dieses Zweiges der Mathematik förderte der in Parma als Hochschullehrer tätige P. Cossali (1748—1815) zutage[2]). Es mache, so meint der zum Lobe nicht allzu geneigte Nesselmann[3]), für die zwischen 1200 und 1589, zwischen Fibonacci und Bombelli liegende Periode jede andere Geschichte der Algebra überflüssig und wisse die leitenden Gedanken der Männer, welche sich um die Fortbildung der Buchstabenrechnung und um die Auflösung der Gleichungen bemüht haben, ihrem ganzen Wesen nach zu erschließen, ohne deshalb die antike und arabische Wissenschaft zu vernachlässigen; höchstens könne man ihm vorwerfen, daß es die früher angewandten Methoden etwas zu sehr modernisiere. Und M. Cantor rühmt ebenso[4]) Cossalis Geschicklichkeit in der Klarlegung der verschlungenen Wege, die Cardano und Ferrari bei der Behandlung der Gleichungen vom dritten und vierten Grade betreten haben. Steht diese glänzende Leistung also auch etwas vereinzelt da, so nimmt doch mit ihr das Jahrhundert, dem sie noch angehört, einen im hohen Maße befriedigenden Ausgang.

Zur Geschichte der elementaren Rechenkunst lieferte der unermüdliche Kaestner einen Beitrag[5]), indem er bewies, daß die be-

1792, 6. Aufl. (posthum) 1800; Fortsetzung der höheren Rechenkunst, Geometrische Abhandlungen I, 1789; Geometrische Abhandlungen II, 1791; Anfangsgründe der angew. Mathematik in zwei Abteilungen (I, 1759, 3. Aufl. 1781, II, ebenso); Anfangsgründe der Analysis endlicher Größen, 1759, 3. Aufl. 1794; Anfangsgründe der Analysis des Unendlichen, 1761, 3. Aufl. 1798; Anfangsgründe der höheren Mechanik, 1765, 2. Aufl. 1793; Anfangsgründe der Hydrodynamik, 1769, 2. Aufl. 1797; Weitere Ausführung der mathematischen Geographie, 1795. Aus diesen sämtlichen Büchern kann der Historiker der exakten Wissenschaften, wenn er zu suchen versteht, sehr viel lernen; nur gilt in der Hauptsache das Nämliche, was oben (s. S. 12) über das große Geschichtswerk gesagt worden ist.

[1]) Praendel, Algebra nebst ihrer literärischen Geschichte, München 1795. [2]) Cossali, Origine, trasporto in Italia, primi progressi in essa, dell' Algebra, Storia critica di nuove disquisizioni analitiche e metafisiche arricchita, Parma 1797—1799. [3]) Nesselmann, a. a. O., S. 25 ff. [4]) Diese Vorlesungen II[2], S. 503; S. 509. [5]) Kaestner, Die Kettenregel vor Graumann, Hindenburgs Arch. d. reinen und angew. Mathem., 2. Band (1796—1797), S. 334 ff.

kannte Kettenregel, die zur gegenseitigen Umwandlung von Maßen, Gewichten, Münzen usw. mit Vorteil angewandt wird, nicht — wie man durchweg glaubte — von einem Hamburger Rechenmeister Graumann, sondern aus Holland oder Frankreich stamme. Daß sie noch vor J. van Dam, bis zu dem sie Kaestner zurückverfolgt hatte, schon eine gewisse Rolle spielte, zeigte gleich nachher der früher (s. S. 12) zitierte Rosenthal[1]; in Wahrheit ist ihr Alter ein weit ehrwürdigeres[2]. Dem eratosthenischen Siebe gewidmet ist eine Abhandlung[3] von S. Horsley (1733—1806). Die Anfänge der Logarithmenlehre suchte Gehler (s. S. 16) in historische Beleuchtung zu rücken[4]. Auch die Frage nach der Existenz der Logarithmen negativer Zahlen, die über ein Halbjahrhundert lang vielfach erörtert worden war[5], fand eine zusammenfassende Bearbeitung[6]. Als Bestrebung, sich in die Denkweise vergangener Zeiten zu versetzen, soll auch eine Spekulation über die Cardanische Regel, d. h. über den bei deren Auffindung vollzogenen gedanklichen Prozeß, ihre Stelle finden; F. Masères (1731—1824), der sich so in einer „Divination" versuchte[7], hat auch sonst Sinn für geschichtlich-mathematische Studien an den Tag gelegt[8], z. B. in einer Monographie über Jak. Bernoullis wissenschaftliche Begründung der Permutationslehre und in seinem Logarithmenwerke. Wegen eines kurzen Schaltkapitels über das Aufkommen der negativen Größen, als einer mit der positiven gleichberechtigten Zahlform, wollen wir auch eine im übrigen andere Zwecke

---

[1]) Rosenthal, Die Kettenregel vor Jan van Dam, Hindenburgs Arch. d. reinen u. angew. Mathem., 3. Band (1799), S. 81 ff. [2]) Man kann (diese Vorlesungen II², S. 15 ff.) den Kettensatz bis auf das XII. Jahrhundert zurückführen; Lionardo Pisano kennt dieses Auskunftsmittel, wennschon nicht ganz in der uns jetzt geläufigen Form, als „figura cata". Auch er ist jedoch nicht Erfinder, sondern gibt, wie häufig, arabische Errungenschaften wieder. Späterhin begegnet man jenem wieder (diese Vorlesungen II², S. 233, 399) bei J. Widmann von Eger und bei Chr. Rudolff. Höchstens die übliche Manier, die zusammengehörigen Zahlen durch einen Vertikalstrich voneinander zu trennen, also eine bloß äußerliche Veranschaulichung der Rechnungsprozedur, kann man somit als das Eigentum einer späteren Zeit in Anspruch nehmen, und sowohl Kaestner als auch Rosenthal haben die Erfindung viel zu spät angesetzt. [3]) Horsley, The Sieve of Eratosthenes, Philosophical Transactions, LXII (1772), S. 327 ff. [4]) Gehler, Dissertatio historiae logarithmorum naturalium primordia sistens, Leipzig 1776. [5]) B. F. Thibaut, Dissertatio historiam controversiae circa numerorum negativorum et impossibilium logarithmos sistens, Göttingen 1797. [6]) Vgl. diese Vorlesungen III², S. 367 ff., 722 ff. [7]) Masères, A Conjecture concerning the Method by which Cardan's Rule for resolution of the Cubic Equation $x^3 + qx = r$ ... were probable discovered by Scipio Ferreus, Phil. Transact., 70. Band (1780), S. 221 ff. [8]) Masères, James' Bernoulli's Doctrine of Permutation etc., London 1795; Scriptores logarithmici or a Collection of several curious Tracts on the Nature and Construction of Logarithms, 6 Bände, London 1791—1807.

verfolgende Abhandlung[1]) W. Greenfields anführen. Zur Geschichte der unbestimmten Analytik gehört, daß kein geringerer als G. E. Lessing, der allerdings auch sonst sich für das Wissen und Können der Antike interessierte und z. B. nach Spuren praktischer Dioptrik bei Griechen und Römern suchte, jenes seitdem viel besprochene arithmetische Epigramm dem Staube der Vergessenheit entriß[2]), welches den späteren Mathematikern als „Problema bovinum" bekannt geworden ist[3]). Die Auflösung, welche der von Lessing zu Hilfe gerufene, von fachmännischer Seite aber noch gar nicht gewürdigte C. Leiste von der Aufgabe gab, war nach dem Urteile Nesselmanns[4]) eine ganz befriedigende.

Als K. F. Hindenburg (1741—1808) die kombinatorische Analysis geschaffen hatte, deren Wert viele Zeitgenossen ebenso zu übertreiben, wie manche Epigonen herabzusetzen beeifert waren, ging er selbst darauf aus, festzustellen, welche Anklänge an sein neues System sich schon bei einzelnen älteren Analytikern vorfanden[5]). Es war ihm möglich, zu erweisen, daß zumal bei der Ermittlung der Näherungswerte eines Kettenbruches D. Bernoulli und Lambert dem, was man nachmals „kombinatorische Involution" genannt hat, ziemlich nahe gekommen waren[6]). Auch in dem von Hindenburg veranstalteten Sammelwerke[7]) stößt, wer sich mit der Vorgeschichte des zwar ephemeren, aber darum doch keineswegs wirkungslos wieder verschwundenen Wissenszweiges[8]) beschäftigen will, auf viele für ihn sehr brauchbare Einzelheiten.

---

[1]) Greenfield, On the Use of Negative Quantities in the Solution of Problems by Algebraic Equations, Transact. of the R. Soc. of Edinburgh, II, 1 (1788), S. 131 ff. [2]) Lessing, Zur Geschichte der Literatur, I, Berlin 1773, S. 421 ff. [3]) Was über das dem Archimedes fälschlich zugeschriebene Rätsel geschrieben ward, haben, zusammen mit eigenen Untersuchungen, zusammengestellt Krummbiegel und Amthor (Zeitschr. f. Math. u. Phys., Hist.-lit. Abt., 25. Band [1880], S. 121 ff., 153 ff.). Vgl. auch diese Vorlesungen I², S. 297. [4]) Nesselmann, a. a. O., S. 482. [5]) Hindenburg, Mehrere große Mathematiker sind der Erfindung der kombinatorischen Involutionen ganz nahe gewesen, Arch. d. reinen u. angew. Mathem., I (1795—1796), S. 319 ff. [6]) Genauer kann diese Sache, die zugleich für die Vorgeschichte der kombinatorischen und der modernen niederen Analysis in Betracht kommt, verfolgt werden bei Günther (Darstellung der Näherungswerte von Kettenbrüchen in independenter Form, I, Erlangen 1873, S. 1 ff.). [7]) Hindenburg, Sammlung kombinatorisch-analytischer Abhandlungen, Leipzig 1800. Vorgearbeitet hatte der Leipziger Mathematiker einer Geschichte der von ihm eingeleiteten Neuerung bereits durch eine frühere Veröffentlichung (Kritisches Verzeichnis aller die kombinatorische Analysis betreffenden Schriften, Archiv etc., I, S. 357 ff.). [8]) Dankt man eben diesem Werke doch die systematischen Anfänge des Rechnens mit Determinanten (Günther, Lehrbuch der Determinantentheorie, Erlangen 1877, S. 14 ff.).

Auch für die Geschichte der höheren Analysis hat der in Rede stehende Zeitraum einige Früchte getragen. Indessen wird vom Standpunkte der Gegenwart aus nur noch Murhards Charakteristik[1]) des ersten halben Jahrhunderts der Variationsrechnung höher gewertet werden können. Kaestners zunächst theoretische Beleuchtungen des Infinitesimalbegriffes[2]) berücksichtigen, wie bei ihm selbstverständlich, auch das geschichtliche Element. Die Entstehungsgeschichte des höheren Kalkuls hat mehrere Bearbeiter gefunden, von denen zwei, J. W. Christiani[3]) und L. H. Tobiesen[4]) (1771—1839), eben auch von Kaestner, nach dessen eigener Aussage[5]), zu diesem Thema hingeleitet waren; er selbst führt seine Auffassung des Prioritätsstreites ziemlich umständlich bei dieser Gelegenheit aus und entscheidet sich dahin, Leibniz und Newton wären als vollkommen gleichberechtigt anzuerkennen[6]). J. J. Meyer andererseits tritt uns als Kämpe des deutschen Bewerbers entgegen[7]). Christianis Dissertation war eine Beantwortung der 1782 von der Universität Göttingen gestellten Preisfrage, inwieweit die Rechnung des Unendlichen ihre Wurzeln im Altertum habe, und dementsprechend ging der Autor hauptsächlich darauf aus, die großen Geometer des Altertums auf Andeutungen im gedachten Sinne zu prüfen. Anhangsweise mag auch hier der Tatsache Erwähnung getan werden, daß De L'Hôpitals Lehrbuch, das — ob ganz selbständig oder mit starken Entlehnungen aus Joh. Bernoulli I entstanden[8]) — jedenfalls der Einbürgerung der neuen Methoden mächtigen Vorschub geleistet hatte, zweimal Kommentatoren gefunden hat[9]).

[1]) Murhard, Specimen historiae atque principiorum calculi quem vocant variationum sistens, Göttingen 1796. [2]) Die einschlägigen Abhandlungen enthält ein Sammelband: Dissertationes mathematicae et physicae, Altenburg 1771. Dort finden sich: De vera infiniti notione, S. 35 ff.; De lege continui in natura, S. 142 ff. [3]) Christiani, Commentatio, qua explicantur fundamenta calculi, quem ab infinito nominamus, et ostenditur, quomodo iis, quae tradiderunt Euclides, Archimedes, Apollonius Pergaeus, innitatur calculus infiniti, Göttingen 1792 (auch in deutscher Sprache herausgekommen). Dem schloß sich an: Disputatio inauguralis exhibens supplementa ad commentationem de fundamentis calculi, quem ab infinito nominamus, Kiel 1793. [4]) Tobiesen, Principia atque historia inventionis calculi differentialis et integralis nec non methodi fluxionum, Göttingen 1793. [5]) Kaestner, Anfangsgr. d. Anal. unendl. Größen, S. 59. [6]) Ebenda, S. 49. „Das billige Urteil ist! Jeder sey auf seine Methode für sich gekommen, zulänglich war hiebey Nachdenken über das Verfahren vorhergehender Mathematiker. So urteilt auch Eduard Waring Meditationes analyticae, Cambridge 1785; man s. meine Rezension Gött. gel. Anz. 1786, S. 700." [7]) Meyer, De fluxione fluxa sive de Leibnitio primo calculi infinitesimalis inventore, Stettin 1773. Im gleichen Geiste ist selbstredend die nachstehend bezeichnete Schrift gehalten: Leibnitii elogium, ebenda 1777. [8]) Diese Vorlesungen III^2, S. 244 ff. [9]) A. H. Paulian, Commentaire sur l'Analyse des infiniment petits de l'Hôpital,

Indem wir zur Geometrie übergehen, dürfen wir wohl mit einer an der Grenzscheide stehenden Schrift von Z. Nordmark[1]) den Anfang machen, welche, ähnlich wie Christianis Arbeit (s. o.), Beziehungen zwischen sonst und jetzt aufzudecken sich vorgesetzt hat. Die Geschichte der Elementargeometrie hat zunächst Akt zu nehmen von jenen literarischen Erscheinungen, welche sich mit der Kritik der Parallelentheorie befassen. Denn anders als auf historischem Wege konnte da nicht vorgegangen werden, und so ist im Laufe der Jahre eine gar nicht unbeträchtliche Literatur über dieses anscheinend so wenig ausgedehnte Gebiet erwachsen. Zeitlich steht an der Spitze Derer, die sich ihm zuwandten, G. S. Klügel (s. S. 16), dessen Schrift[2]) wiederum Kaestners Rate[3]) ihre Entstehung zu danken hatte. Nicht weniger als 28 Versuche, das elfte euklidische Axiom als beweisbedürftig und beweisfähig hinzustellen, wurden gewürdigt und ausnahmslos als unzureichend erkannt. Etwas später hat dann C. F. M. Castillon[4]) die Begründung der Planimetrie auf den von Euklid aufgestellten, zweifelhaften Grundsatz auf das eingehendste untersucht[5]). Zur Stereometrie ist nur weniges zu bemerken. Kaestner, dessen Berechnung fremder Hohlmaße[6]) des antiquarischen Interesses nicht entbehrt, hat als der erste die Flächenbestimmung des Kugeldreieckes in ihren geschichtlichen Phasen studiert[7]) und dabei auch betont, wie man nach und nach, vom ebenen Winkel ausgehend, auch den Begriff des körperlichen Winkels sich klar zu machen lernte; er lehrte uns da auch den Polen Broscius[8]) als einen selbständigen Denker kennen. Die Beschaffenheit sowohl wie die Herstellung der ägyptischen Pyramiden[9]) besprach der Göttinger Mathematiker A. L. F. Meister (1724—1788), dem wir noch öfter als einem auf seinem

Nimes 1768; L. Lefèvre-Gineau, L'Hôpital, Analyse des infiniment petits avec des notes, Paris 1781. Das zuerst 1696 gedruckte Werk war nach des Autors (1661—1704) frühem Tode noch dreimal (1715, 1720, 1768) wieder aufgelegt worden.

[1]) Nordmark, De scriptis veterum analyticis dissertatio, Upsala 1776. [2]) Klügel, Conatuum praecipuorum theoriam parallelarum demonstrandi recensio, Göttingen 1763. [3]) Kaestner, Anfangsgründe der Arithmetik und Geometrie, Vorrede zur ersten Auflage. [4]) Diese Vorlesungen III^2, S. 508 ff. [5]) Castillon, Premier mémoire sur les parallèles d'Euclide, Nouv. Mém. de l'Acad. de Berlin, 1792, S. 233 ff.; Second mémoire sur les parallèles d'Euclide, ebenda, 1793, S. 171 ff. [6]) Kaestner, Bestimmung des ägyptischen Kornmaßes, Deutsche Schriften d. K. Soz. d. Wissensch. zu Göttingen, I (1771), S. 142 ff. Zunächst handelt es sich um ein Modell, welches C. Niebuhr aus Ägypten von seiner großen Orientreise mit zurückgebracht hatte. [7]) Kaestner, Geometrische Abhandlungen II, S. 415 ff. [8]) Diese Vorlesungen II, S. 651. [9]) Meister, De pyramidum Aegyptiacarum fabrica et fine, Novi Comment. Gotting., V (1775), S. 192 ff.

eigenen Wege wandelnden Schriftsteller begegnen werden. Die Elementargeometrie als Ganzes ist endlich Kaestner dafür verpflichtet, daß er die „Geometrie" Gerberts, dieses merkwürdige Denkmal altersgrauen Mittelalters[1]), einem größeren Leserkreise zugänglich gemacht und in ihrer historischen Bedeutung festzulegen getrachtet hat[2]), mag ihn auch die damals noch allgemein vermißte Erkenntnis des Wesens einer längst vergangenen Zeit nicht zu ganz triftigem Urteile haben kommen lassen. Die Trigonometrie verzeichnet J. Bernoullis III. (s. S. 21) Bemerkungen[3]) über die großen Tafelwerke des XVI. Jahrhunderts. J. M. Matsko (1721—1796) war auf die Richtigstellung anderweiter Angaben über den ersten Gebrauch der sogenannten Prosthaphaeresis bedacht[4]). Und vor allem verdient ehrende Erwähnung C. F. v. Pfleiderer (1736—1821), dessen Aufsätze[5]) höchste Vertrautheit mit den Originalschriften bekunden.

Die höhere Geometrie kommt für uns in Betracht mit einer Abhandlung[6]) des schwedischen Mathematikers D. Melanderhjelm (1726—1810) über Newtons Quadrierungsmethode und mit einer noch jetzt recht häufig zitierten Dissertation[7]) von N. Th. Reimer (1772—1832), welch letzterer sich nachher eine selbständige Schrift über den gleichen Gegenstand[8]), das Delische Problem[9]), anschloß[10]).

[1]) Diese Vorlesungen I^2, S. 809 ff. [2]) Kaestner, Geometrische Abhandlgn. I, S. 1 ff. [3]) J. Bernoulli, Analyse de l'Opus Palatinum de Rheticus et du Thesaurus Mathematicus de Pitiscus, Nouv. Mém. de l'Acad. de Berlin, 1788, S. 10 ff. [4]) Matsko, Programma, quo prosthaphaeresis inventori suo Chr. Rottmanno vindicatur, Rinteln 1781. Vgl. dazu Kaestner (Gesch. d. Math. I, S. 566; II, S. 374) und A. v. Braunmühl, Vorlesungen über Geschichte der Trigonometrie I, Leipzig 1900, S. 135 ff.), wo die Auffindung dieses für die logarithmenlose Zeit so wichtigen Rechnungsvorteiles ausführlich behandelt wird. [5]) v. Pfleiderer, Geschichte der ersten Einführung der trigonometrischen Linien, Tübingen 1785, 1790. Aus dieser Einleitung heraus entstand jenes wertvolle Werk (Ebene Trigonometrie mit Anwendungen und Beiträgen zur Geschichte derselben, Tübingen 1802), welches zwar, wenn das strenge chronologische Ausmaß zur Anwendung gelangt, nicht mehr in den Rahmen dieses vierten Bandes gehört, als reife Frucht jener Erstlingsschriften aber doch nicht ungenannt bleiben kann. Es wird von maßgebender Seite (diese Vorlesungen II^2, S. 182) betont, daß es „allzu selten zu Rate gezogen" werde; in diesem Worte mag die Entschuldigung der Überschreitung der Zeitgrenze gesucht werden. [6]) Melanderhjelm, Isaaci Newtoni tractatus de quadratura curvarum . . . illustratus, Stockholm 1762. [7]) Reimer, Dissertatio exhibens specimen libelli tractantis historiam problematis de cubi duplicatione, Göttingen 1796. [8]) Über die Frage, mit welchem Rechte die Würfelverdoppelung den bekannten Beinamen erhielt, verbreitet sich v. Wilamowitz-Moellendorff (Ein Weihgeschenk des Eratosthenes, Gött. Gel. Nachrichten, 1894, Nr. 1). [9]) Diese Vorlesungen I^2, S. 198 ff. [10]) Reimer, Historia problematis de cubi duplicatione, Göttingen 1798. Nur als Plagiat davon kann gelten: Biering, Historia problematis cubi duplicandi, Kopenhagen

Mit Umsicht und mit erfolgreichem Streben nach Vollständigkeit hat Reimer so ziemlich alles zusammengebracht, was sich auf die angenäherte Darstellung von $\sqrt[3]{2}$ mittels mechanischer Hilfsmittel oder mittels Kurvenkonstruktion bezieht. Einen recht brauchbaren Beitrag zur Geschichte der krummen Linien bietet auch eine Preisschrift[1]) von J. H. M. Poppe (1776—1854), welche allerdings nur die Verwertung dieser Gebilde für praktische Zwecke sich zum Ziele gesetzt hat, dabei aber natürlich doch nicht umhin kann, auch der Wissenschaft als solcher ziemlich umfassend Rechnung zu tragen. Eine musterhafte Lösung der Aufgabe, mit modernen Hilfsmitteln in den schwer verständlichen Sinn des Gedankenganges eines älteren Schriftstellers einzudringen, stellt sich uns dar in v. Pfleiderers[2]) Erläuterung der von Kepler in der „Stereometria doliorum" (diese Vorlesungen II, S. 750 ff., S. 774 ff.) vorgenommenen, verwickelten Kubaturen.

Nicht wenige und teilweise auch bedeutende Arbeiten brachte unser Zeitraum auf dem Felde der Geschichte der Mechanik, der theoretischen sowohl wie nicht minder der praktischen. Es ist bekannt, daß J. L. Lagrange (1736—1813) jedem Kapitel seines Hauptwerkes „Mécanique analytique" (1. Aufl., Paris 1788), aber auch jeder seiner Abhandlungen geschichtliche Einleitungen voranschickte, die zu dem Besten gehören, was hierin geleistet worden ist. Obwohl A. Bürja (1752—1816) nicht bloß diese Disziplin, sondern auch die reine Mathematik im Auge hatte, als er das Mathematische bei Aristoteles einer kritischen Besprechung unterzog[3]), so spielt doch bei ihm die Mechanik, die immerhin auf den Stagiriten als den ersten Systematiker des Altertums zurückgeht, die Hauptrolle[4]). Von des Göttinger Naturphilosophen S. C. Hollmann (1696—1787) Versuche über die Massenanziehung[5]) wollen wir nur im Vorübergehen sprechen; weit mehr leisteten für die selbst nach 100 Jahren noch nicht zum Gemeingute der Gelehrtenwelt gewordenen klassischen Werke Newtons und deren Verbreitung der

1844. Dagegen ist es bei der Seltenheit der erstgenannten Schrift erfreulich, daß O. Terquem einen alles Notwendige enthaltenden Auszug aus ihr in die von ihm herausgegebene Zeitschrift (Bulletin de bibliogr. et d'hist. des mathématiques, II, S. 20 ff.) aufgenommen hat.

[1]) Poppe, Geschichte der Anwendung der Kreis- und anderen krummen Linien in den mechanischen Künsten und in der Baukunst bis auf Descartes, Göttingen 1800. [2]) v. Pfleiderer, Kepleri methodus solida quaedam sua dimetiendi illustrata etc. Tübingen 1795. [3]) Bürja, Sur les connaissances mathématiques d'Aristote, I, II, Mém. de l'Acad. de Berlin, 1790—1791, S. 257 ff., 266 ff. [4]) Diese Vorlesungen I^2, S. 240 ff. Vgl. auch Poselger-Rühlmann, Aristoteles' Mechanische Probleme, Hannover 1881. [5]) Hollmann, De attractionis historia, Comm. Soc. Gott., 1795, S. 271 ff.

Böhme Tessanek[1]) (1728—1788) und der Engländer W. Emerson[2]) (1701—1782). Die zum öfteren bestrittene Begründung der Lehre von der Bewegung flüssiger Körper, wie sie Joh. Bernoulli I[3]) gegeben hatte, suchte gegen die Angreifer Kaestner[4]) zu verteidigen. Gewisse Maschinerien der Vorzeit auf Grund einer nicht immer durchsichtigen Beschreibung ihrer Wirkungsweise nach aufzuklären, ließ sich Meister (s. S. 27) angelegen sein[5]), der auch, wohl als der erste, die von Porta[6]) nur ungenügend abgehandelte Technik der Alten, den Wasserdampf als Triebkraft auszunutzen, eingehender Prüfung würdigte.[7]) Im Anschlusse an eine ältere französische Publikation[8]) beschäftigte sich J. E. Silberschlag[9]) (1721—1791) mit der antiken Artilleriemechanik. Auch wollen wir nicht darauf verzichten, des uns schon bekannten Poppe Studien über die Geschichte der Uhren[10]) als einen guten Ratgeber für diesen Teil der maschinellen Praxis mit aufzunehmen. Auch die deutsche Bearbeitung eines französischen Werkes über die Uhren[11]) ist wegen historischer Nachweisungen schätzbar.

Die antike Optik nennt wiederum Meister[12]) als Objekt einer seiner gelehrten Untersuchungen; indessen kommen hauptsächlich die Perspektive und deren künstlerische Anwendung hier zur Geltung. In dem selbst heute noch lesenswerten Werke von J. Priestley[13]) (1733 bis 1804), welches Klügel (s. S. 16) mit voller Sachkunde bearbeitete[14]), wird auch Altertum und Mittelalter nicht vernachlässigt,

[1]) Tessanek, Philosophiae naturalis principia mathematica auctore Isaaco Newton illustrata commentationibus, I, II, Prag 1780, 1785. [2]) Emerson, A short Comment to Sir J. Newton's Principia, London 1770. Vgl. auch C. L. Schübler, Newtons Scharfsinn, vor allem dessen Sagacität in der Analysis, Leipzig 1794. [3]) Bernoulli, Hydraulica, Opera omnia, IV, Lausanne 1742, Nr. 186. [4]) Kaestner, Pro Jo. Bernoulli contra Dn. D'Alembert objectiones, Novi Comm. Gott., I (1771), S. 45ff.; Anfangsgr. d. Hydrodynamik, S. 465ff. [5]) Meister, Dissertatio de torculario Catonis . . ., Göttingen 1763; De veterum hydraulo, Novi Comm. Gott., II (1775), S. 152ff. Die erstgenannte Vorrichtung ist eine Weinpresse (Kelter), die andere ein Wasserhebewerk. [6]) Porta, Pneumaticorum libri III, Neapel 1601. [7]) Meister, De Heronis fonte educendis ex puteo aquis adhibito . . ., Novi Comm. Gott., IV (1774), S. 169ff. [8]) Opera veterum mathematicorum, Paris 1693. [9]) Silberschlag, Sur les trois principales machines de guerre des anciens, savoir la Catapulte, la Baliste et l'Onagre, Berlin 1760. [10]) Poppe, Geschichte der Entstehung und der Fortschritte der theoretischen und praktischen Uhrmacherkunst, Leipzig 1797. [11]) J. Alexandre, Traité des horloges, Paris 1734; deutsch von C. Ph. Berger, Lemgo 1758. [12]) Meister, De optica veterum pictorum, sculptorum, architectorum sapientia . . . pars prior, Novi Comm. Gott., V (1775), S. 141ff.; pars posterior, ebenda, VI (1776), S. 129ff. [13]) Priestley, History and present State of Discovery relating to Vision, Light and Colours, London 1772. [14]) Klügel, Geschichte und gegenwärtiger Zustand der Optik, nach d. Englischen Priestleys bearbeitet, Leipzig 1776.

und insonderheit findet die Geschichte des Regenbogens, welche Scheibel (s. S. 15) mit neuen Wahrnehmungen bereichert hatte[1]), eine ausgiebige Berücksichtigung. Über den archimedischen Brennspiegel hat Dutens[2]) (s. S. 17) eine besondere Abhandlung geschrieben.

Von der alten Astronomie handelt F. Meinert (1757—1828) in einer Monographie[3]), die auffällig wenig in das Publikum gedrungen zu sein scheint. Sehr wertvolle Aufschlüsse über geschichtliche Dinge finden sich in dem berühmten gemeinverständlichen Werke des großen P. S. Laplace; die erste Auflage desselben gehört noch dem XVIII. Jahrhundert an[4]). Gegen einige astronomisch-chronologische Noten von Costard (s. S. 15), welche in den „Phil. Trans. act." der vierziger und fünfziger Jahre stehen und von einer Schrift[5]) über die Meteorsteinfallprognose[6]) des Anaxagoras gefolgt wurden, nahm J. Bernoulli III Stellung[7]). Zur kometarischen Astronomie der Vergangenheit äußerte sich Ch. Burney[8]) (1726—1814), zur arabischen Astrognosie F. W. V. Lach[9]) (1772—1796), der sich hauptsächlich auf eine unlängst ans Licht getretene Beschreibung[10]) einer künstlichen Himmelskugel mit arabischen Schriftzeichen stützte. Auch die antike Gnomonik hat sich in H. G. Martini[11]) einen Liebhaber erworben, den jedoch J. F. van Beek-Calcoen[12]) weit überragte.

Das ganze Mittelalter hatte, nachdem bereits die Griechen diese

[1]) Scheibel, De J. Fleischeri Vratislaviensis in doctrinam de iride meritis, Breslau 1762. [2]) Dutens, Du miroir ardent d'Archimède, I, Paris 1775, II, ebenda 1778. [3]) Meinert, Über die Geschichte der älteren Astronomie, Halle a. S. 1785. Wir fanden das Buch nur ein einziges Mal zitiert, und zwar bei R. Wolf (Gesch. d. Astron.) S. 785. [4]) Laplace, Exposition du système du monde, Paris 1796. [5]) Costard, Use of Astronomy in Chronology and History, Oxford 1764; eine Schrift, deren Tendenz sehr zu billigen ist, da in der Tat die alte Geschichte gar oft einzig und allein durch Nachberechnung gesicherter astronomischer Vorkommnisse zu einer gewissen Festigkeit ihrer Ergebnisse durchdringen kann; das Hauptbeispiel ist allerdings nicht gerade glücklich gewählt. [6]) Vgl. hierzu R. Wolf, a. a. O., S. 187; J. H. Maedler, Geschichte der Himmelskunde von der ältesten bis auf die gegenwärtige Zeit, I, Braunschweig 1873, S. 37. [7]) Bernoulli, Examen des remarques de M. Costard sur les éclipses d'Ibn-Jounes, Nouv. Mém. de l'Acad. de Berlin, 1784, S. 293ff. [8]) Burney, An Essay towards the History of Comets, London 1769. [9]) Lach, Anleitung zur Kenntnis der Sternnamen mit Erläuterungen aus der arabischen Sprache und Sternkunde, Leipzig 1796. [10]) Globus coelestis cufico-arabicus Veliterni Musei Borgiani a. S. Assemano illustratus, Padua 1790. J. S. Assemani (1687—1768) hatte wahrscheinlich diesen Globus erworben; sein Neffe Simon (1752—1821) lieferte die genannte Monographie. Vgl. auch Fiorini-Günther, Erd- und Himmelsgloben, ihre Geschichte und Konstruktion, Leipzig 1895, S. 15ff. [11]) Martini, Abhandlung von den Sonnenuhren der Alten, Leipzig 1777. [12]) van Beek-Calcoen, Tractatus de gnomonica veterum, Utrecht 1797.

Anschauung vertreten, die Musik als eine mathematische Wissenschaft betrachtet[1], da durch Boethius und Cassiodorius das „Quadruvium“ als Kanon menschlichen Wissens zu beherrschender Stellung erhoben worden war[2]. So möchten wir denn auch an den wertvollen Quellenwerken[3] Burneys und Forkels (s. o.) über Geschichte der Musik bei dieser Veranlassung nicht schweigend vorübergehen.

Damit ist dann ein wichtiger Teil unserer Aufgabe zum Abschlusse gelangt, und es verbleibt uns dem Programme gemäß noch die Besprechung aller derjenigen literarischen Erzeugnisse, welche sich mit dem unmittelbaren Studium der antiken Schriftwerke zu schaffen machen. Dieselben können übersetzt, erläutert oder im gereinigten Texte der Urschrift neu herausgegeben werden; dazu tritt aber im gegenwärtigen Zeitraum weit entschiedener denn früher eine vierte Form gelehrter Arbeit, der Wiederherstellungsversuch. Sind uns doch leider so viele griechische Schriften — für die römischen trifft das aus nahe liegenden Gründen weit weniger zu — nur in Bruchstücken oder gar nur im nackten Titel erhalten geblieben; da war der Anreiz gegeben, den Inhalt auf Grund der freilich oft nur sehr unsicheren Andeutungen zu erraten, welche man von da und dort verstreut in der Literatur antraf. Die gewaltige Entfaltung des philologisch-archäologischen Wissens in dieser durch die Namen Lessing, Winckelmann, F. A. Wolf, G. Hermann gekennzeichneten Epoche mußte solchen Bestrebungen sehr zu statten kommen. Wir werden nachstehend den vorhin aufgestellten Normen folgen: Übersetzung, Kommentar, Textausgabe mit oder ohne solchen und Rekonstruktion sollen nacheinander an die Reihe kommen. Auffallen kann einigermaßen, daß fast einzig und allein das klassische Dreigestirn Euklid, Archimedes, Apollonius die für die Antike begeisterten Mathematiker beschäftigt. Von ihnen abgesehen, ist es anscheinend allein der Byzantiner Anthemius, der gelegentlich einiger Beachtung gewürdigt wird[4].

Halten wir uns zuerst an die Übertragungen in unsere deutsche Sprache, so können wir ein paar recht gelungene, heute noch ebenso-

[1]) Diese eigentümliche Erweiterung der Mathematik, von welcher sich die Neuzeit sehr mit Recht losgesagt hat, die aber von jedem, der den wissenschaftlichen Betrieb des Mittelalters erkunden will, wohl zu berücksichtigen ist, suchte in diesem Sinne zu skizzieren Günther (Geschichte des mathematischen Unterrichtes im deutschen Mittelalter bis zum Jahre 1525, Berlin 1887, S. 110ff.). [2]) Diese Vorlesungen I^2, S. 529ff. [3]) Burney, General History of Music from the earliest Ages to the present Period, London 1777—1789; J. N. Forkel, Allgemeine Geschichte der Musik, Leipzig 1788—1801. [4]) Dupuy, Fragment d'un ouvrage grec d'Anthemius, Paris 1777. Übersetzung und Erläuterungen sind beigegeben. Vgl. diese Vorlesungen I^2, S. 468 und Gilbert, Annalen der Physik, LIII, S. 248ff., sowie auch Poggendorff, Gesch. d. Phys., S. 22, 527.

gut wie damals verwendbare Leistungen vorführen. J. F. Lorenz (1738—1807) gab zwei deutsche Euklidübersetzungen heraus; zuerst nur einen Teil[1], nachher aber das vollständige Werk[2]. Geschätzter Kompendiograph, wußte er den Ausdruck wo nicht elegant, so doch klar und deutlich zu wählen. Die ersten sechs Bücher der „Elemente“, welche nach lange gehegter Ansicht sozusagen den eisernen Bestand des in das Studium der Mathematik eintretenden Jünglings darstellten, verdeutschte auch J. K. F. Hauff[3] (1766—1846). Erfreulich war, daß unser Volk auch die „Data“[4] in bequemer Form zugänglich gemacht erhielt. Allerdings hatte J. C. Schwab (1743—1821), der sich dieses Verdienst erwarb, nicht den Urtext vor sich, sondern er hielt sich[5] an die englische Bearbeitung des R. Simson[6]. Daß er von der starren Beibehaltung der griechischen Ausdrucksweise, wie sie der britische Geometer für nötig erachtet hatte, sich frei machte und mit den Proportionen so operierte, wie es uns nun einmal geläufig ist, wird man nur billigen können. Doch ist zu bemerken, daß Schwab nicht sowohl dem Eindringen in die Eigenart des griechisch-geometrischen Geistes entgegenkommen, sondern mehr nur ein praktisches Hilfsbuch für die geometrische Analysis liefern wollte[7]. Ein für den Elementarunterricht besonders nützliches Werk des Archimedes wurde von K. F. Hauber[8] (1775—1851) deutsch wiedergegeben. Einen englischen Euklid besorgte J. Bonnycastle[9] (?— 1821), eine in der gleichen Sprache gehaltene Ausgabe der archimedischen „Sandrechnung“ G. Anderson[10] (1760—1796).

Eine sehr gute, vollständige Ausgabe der „στοιχεῖα“ rührt von dem Wittenberger Professor G. F. Baermann[11] (1717—1769) her[12]. Die italienischen Gelehrten betätigten in dieser Zeit einen ganz

[1]) Lorenz, Euclids sechs erste Bücher . . . aus dem Griechischen, Halle a. S. 1773. [2]) Ders., Euclids Elemente, fünfzehn Bücher aus dem Griechischen, ebenda 1781. [3]) Hauff, Euclidis Elementa, I—VI, aus dem Griechischen, Marburg i. H. 1797. Später folgten (ebenda 1807) auch das elfte und zwölfte Buch (d. h. die Grundlehren der Stereometrie). [4]) Diese Vorlesungen I^2, S. 268ff. [5]) Euklids Data, verbessert und vermehrt von Robert Simson, aus dem Englischen übersetzt, und mit einer Sammlung geometrischer, nach der Analytischen Methode der Alten aufgelöster Probleme begleitet von J. C. Schwab, Stuttgart 1780. [6]) Diese Vorlesungen III^2, S. 509. [7]) Die Vorrede des Schwabschen Werkchens läßt diese Absicht in vollster Deutlichkeit erkennen. [8]) Hauber, Archimeds zwei Bücher über Kugel und Cylinder . . ., Tübingen 1793. [9]) Bonnycastle, Euclids Elements of Geometry, London 1789. [10]) Anderson, The Arenarius of Archimedes, translated, London 1784. [11]) Baermann, Elementorum Euclidis libri XV, Leipzig 1743. [12]) Es ist nicht ohne Interesse, Kaestners Urteil über diese Edition kennen zu lernen. Nachdem er diejenige Barrows (Cambridge 1675, Osnabrück 1676) gerühmt, fährt er fort (Anfangsgr. d. Arithm. u. Geom., S. 445ff.): „Da Barrows Ausgabe in Deutschland doch nicht so häufig

besonderen Eifer in Herausgabe und Übersetzung, doch sind ihre Werke außerhalb ihres Landes nur zum kleineren Teile einigermaßen bekannt geworden. Wir bescheiden uns damit, in einer Note[1]) nach Riccardis mustergültiger Zusammenstellung[2]) die Namen der Bearbeiter und die Erscheinungszeiten anzugeben. Hingegen ist von Archimedes nur eine einzige Ausgabe namhaft zu machen, diejenige von G. Torelli[3]) (1721—1781). Über sie berichtet Poggendorff[4]): „Torelli hinterließ handschriftlich Archimedes' Werke, griechisch und lateinisch, mit einem Zusatz von sich De conoidibus et sphaeroi-

zu haben ist, so verdient als Handausgabe G. F. Baermanns gebraucht zu werden . . . Daß Baermann ein Schüler von Ernesti war, empfiehlt sie auch wegen kritischer Richtigkeit." Der hier genannte Leipziger Philologe (1707—1781) besaß auch volles Verständnis für guten mathematischen Schulunterricht, wie sein viel gebrauchter Lehrbegriff beweist (Initia doctrinae solidioris: pars prima, arithmeticam, geometriam, psychologiam et ontologiam complectens, Leipzig 1734), der noch 1783 einer siebenten Auflage sich erfreuen durfte. Kaestner erinnert (a. a. O., S. 446) auch an die wenig bekannte Euklid-Ausgabe von J. J. Hench (Philosophia Mathematica complectens methodum cogitandi ex Euclide restitutam . . ., Leipzig 1756), welche auch die ersten sechs Bücher enthält, dieselben jedoch nicht sowohl deshalb aufgenommen hat, um die geometrische Unterweisung zu fördern, sondern vielmehr zu dem Zwecke, daß der Lernende sich an diesen Musterbeispielen formalen Denkens in Logik und Metaphysik übe.

[1]) Riccardi, a. a. O. II, S. 44 ff. [2]) Es sind die folgenden Ausgaben und Übersetzungen vorhanden: O. Cametti (1760), L. Ximenes (1762), O. Cametti (1762), G. Accetta (1763), E. Ventretti (1766), O. Cametti (1767), G. A. Ferrari (1767), G. Grandi (1767—1768), V. Caravelli (1770), O. Cametti (1772), G. F. Marquis De Fagnani (1773), F. Ventretti (1775), G. Grandi (1780), A. N. Silicani (1782), J. Calisti (1785), A. Tamberlicchi (1789), D. Paccanaro (1791), F. Ventretti (1792), F. Domenichi (1793), J. Calisti (1797). Auch ein posthumes Werk des letzten Galilei-Schülers V. Viviani liegt vor (1796). Unter diesen Schriftstellern sind nur einige, die sich auch sonst in der Geschichte der Mathematik einen Platz gesichert haben. Was zuerst G. Grandi (diese Vorlesungen III², S. 365 ff.) anlangt, so hat man es ebenfalls bloß mit einem Stück seines literarischen Nachlasses zu tun. Cametti (? — 1789) schrieb über Hydrodynamik; Ximenes (1716—1786) war ein geachteter Astronom; von Caravelli (1724—1800) besitzt man noch eine einigermaßen hierher gehörige Schrift (Theoremata Archimedis de dimensione circuli, sphaera et cylindro, faciliori methodo demonstrata, Neapel 1750). Der Marquis Fagnani, Sohn eines weit berühmteren Vaters, war gleichfalls ein tüchtiger Forscher, von dem man langezeit gar keine biographischen Daten zur Verfügung hatte (Poggendorff, Biogr.-liter. Handwörterbuch, I, Sp. 715). Erst Fürst B. Boncompagni brachte hier, wie in so vielen anderen Dingen, die Aufhellung (Memorie concernenti il Marchese Giulio Carlo de' Toschi di Fagnano, Bull. d'istoria e di bibl. delle scienze mat. e fis., III [1870], S. 10 ff.). Nunmehr kennt man angenähert die Lebenszeit (1715—1797) von Marquis Gianfrancesco di Fagnano (oder Fagnani), Archidiakonus in Sinigaglia. [3]) Archimedis quae supersunt omnia, cum Eutocii Ascalonitae commentariis, ex recensione Jos. Torelli, Oxford 1792. [4]) Poggendorff, a. a. O. II, Sp. 1117.

dibus, welches Manuskript von der Universität zu Oxford gekauft und daselbst unter Aufsicht von A. Robertson gedruckt wurde." Einer der besten Sachverständigen, E. Nizze, stellt[1]) der Tätigkeit Torellis ein sehr, derjenigen des eigentlichen Herausgebers dagegen ein minder günstiges Zeugnis aus. Immerhin war bis Heiberg (1880), also fast hundert Jahre lang, wie auch von Poggendorff[2]) bestätigt wird, dieser oxonianische Archimedes der beste, über den man verfügte, auf den jedermann, der das Original zu verwenden gehalten war, zurückgreifen mußte.

Als Kommentator des Euklid hat sich v. Pfleiderer ausgezeichnet, der in einer ganzen Anzahl von Schriften[3]) die von ihm bei dem großen Systematiker wahrgenommenen Dunkelheiten aufzuhellen bestrebt war. Alle diese Arbeiten verfolgen neben dem geschichtlichen auch einen ausgesprochen pädagogischen Zweck, der am bestimmtesten in der Bearbeitung des fünften Buches, deren soeben Erwähnung geschah, zutage tritt.

Während die „Kegelschnitte", das Hauptwerk des Pergäers, in unserem Zeitabschnitte nicht näher betrachtet wurden, richtete sich mehrseitiges Augenmerk auf dessen übrige, nur in ganz fragmentarischem Zustande zu uns herabgelangte Schriften[4]). Dem Traktate „Von den Neigungen" galten diejenigen von S. Horsley[5]) (s. S. 24) und R. Burrow[6]) (1747—1792); aus den uns gebliebenen Andeutungen suchten die Schrift „Vom bestimmten Schnitt" wieder aufzubauen W. Wales[7]) (1734—1798) und R. Simson[8]). Auch P. Giannieri versuchte in seinen Opuscula mathematica (Parma 1773) als Op. III

[1]) Nizze, Archimedes' von Syrakus sämtliche Werke übersetzt und erklärt, Stralsund 1824, Vorrede. [2]) Poggendorff, a. a. O. II, Sp. 56. [3]) v. Pfleiderer, Expositio et dilucidatio libri V elementorum Euclidis pars I, Tübingen 1782, pars II, ebenda 1790; Scholia in librum II elementorum Euclidis, pars I, ebenda 1797, pars II, ebenda 1798, pars III, ebenda 1799; Scholia in librum VI elementorum Euclidis, pars I, ebenda 1800, pars II, ebenda 1801, pars III, ebenda 1802. Dazu gehört ein Exkurs über die euklidische Proportionenlehre (Hindenburgs Arch., II [1798], S. 257 ff., S. 440 ff.). Erwähnenswert sind noch folgende Schriften Pfeiderers: De dimensione circuli P. I (Tübingen 1787), P. II (Tübingen 1790), Propositionum de rationibus inter se diversis demonstrationes ex solis Libri V. Elementorum definitionibus et propositionibus deductae (Tübingen 1793). [4]) Vgl. diese Vorlesungen I², S. 327 ff.; H. G. Zeuthen, Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter, Kopenhagen 1896, S. 212 ff. [5]) Horsley, Apollonii Pergaei inclinationum libri duo, London 1770. [6]) Burrow, Restitution of the Geometrical Treatise of Apollonius Pergaeus on Inclination, London 1779. [7]) Wales, The two Books of Apollonius concerning Determinate Sections, London 1772. [8]) Bei Lebzeiten ließ Simson (diese Vorlesungen III², S. 509) nichts hierüber erscheinen. „Im Jahre 1776 ließ Graf Stanhope" — 1753—1816 — „nachfolgende von Simson

eine Wiederherstellung des Buches des Apollonius vom bestimmten Schnitt. Noch am ersten dürfte die schwierige Restitutionsarbeit geglückt sein bei der Abhandlung „Über die Berührungen“, der gegenüber die Divinationstätigkeit am meisten festen Boden unter den Füßen fühlen mochte. J. Lawson und J. G. Camerer (1763—1847), deren Verdienst es ist, hier vorangegangen zu sein[1]), dürfte deshalb ihrem Ziele vielleicht am nächsten gekommen sein.

Die Porismen des Euklides, über deren wahre Natur auch jetzt noch die Akten nicht als gänzlich geschlossen gelten können[2]), haben von jeher die Aufmerksamkeit der mit der Geometrie der Alten vertrauten Mathematiker auf sich gezogen. A. Girard, P. Fermat u. a. wagten sich daran, auf wenige schwache Spuren hin das verschüttete Gebäude wieder auszugraben[3]). In die Fußtapfen des letztgenannten trat jener jüngere Marquis G. Fagnani[4]), der uns weiter oben als Kenner des Euklides bereits begegnet ist.

Unsere Übersicht hatte in gebotener Kürze von einer stattlichen Reihe literarischer Arbeiten Notiz zu nehmen, welche mittelbar oder unmittelbar der Geschichte der exakten Wissenschaften Dienste zu leisten bestimmt waren. Die vier Jahrzehnte, auf die sich die Nachforschung zu beschränken hatte, lassen eine erfreuliche Fortentwicklung des schon früher erwachten Geistes gerade auch auf diesem an sich spröderen Gebiete erkennen.

---

hinterlassene Aufsätze drucken: 1) Apollonius Determinate Section; 2) A Treatise on Porisms; 3) A Tract on Logarithms; 4) On the Limits of Quantities and Ratios; 5) Some Geometrical Problems“ (Poggendorff, a. a. O. II, Sp. 938).

[1]) Camerer, Apollonii De tactionibus quae supersunt, ac maxime lemmata Pappi in hos libros graece nunc primum edita a codicibus mscptis, cum Vietae librorum Apollonii restitutione, adjectis observationibus, computationibus, ac problematis Apolloniani historia, Gotha-Amsterdam 1795 (die Jahresangabe bei Poggendorff [a. a. O. II, Sp. 6] ist nicht richtig). Nach eigener Aussage war für Camerer von großem Werte eine Schrift des sonst recht wenig bekannten Engländers Lawson: The two Books of Apollonius Pergaeus, concerning Tangencies etc., London 1771. Bezugnehmend auf Vieta, Ghetaldi, Fermat und Th. Simpson kleidete Lawson die Hauptaufgabe folgendermaßen ein: Wenn von Punkten, Geraden und Kreisen irgend zwei in der nämlichen Ebene gegeben sind, so soll man den geometrischen Ort des Kreises angeben, der durch beide Punkte geht oder durch einen dieser Punkte geht und eine der übrigen Linien berührt oder endlich je zwei der genannten Linien berührt. [2]) Diese Vorlesungen I^2, S. 264, 267, 392, 423, Chasles-Sohncke, Geschichte der Geometrie mit besonderer Berücksichtigung der neueren Methoden, Halle a. S. 1839, Note III. [3]) Diese Vorlesungen II^2, S. 656 ff. [4]) J. F. De Fagnano, Porismata Euclidea, immo Fermatiana, demonstrata, Acta Eruditorum, 1762, S. 481 ff.

ABSCHNITT XX

ARITHMETIK · GLEICHUNGSLEHRE ZAHLENTHEORIE

VON

F. CAJORI

Arithmetik.

Die zweite Hälfte des 18. Jahrhunderts war für Frankreich eine Zeit der Aufklärung, in welcher kühne Schriftsteller neue Ideen entfalteten. Die französische Revolution zerstörte die Feudalinstitute des Mittelalters in allen Gebieten der weltlichen Einrichtungen. Die Wissenschaften und das Schulwesen wurden von diesen welthistorischen Ereignissen tief beeinflußt. Die Schriften von Rousseau und Condillac, von den Enzyklopädisten und von Condorcet brachten neue Gedanken, nicht nur über philosophische Sachen im allgemeinen, sondern auch über die Erziehung und Mathematik im einzelnen. Ihr Einfluß auf den Elementarunterricht in der Mathematik wurde gegen das Ende des Jahrhunderts überwiegend. Diese Zeit weist in Frankreich neue Rechenbücher auf, deren Autoren sich auch mit der höheren Mathematik beschäftigten. Dennoch finden wir, daß hier, wie auch in anderen Ländern, veraltete Rechenbücher noch großen Absatz fanden. Das bekannteste unter den letzteren war L'Arithmétique du S^r Barrême .. augmentée .. de plus de 190 pages. par N. Barrême, Paris 1764, Rouen 1779. Die erste Auflage von François Barrême erschien 1677. Nicolas Barrême war „ein Nachkomme des Autors", wie wir aus der Auflage von 1713 entnehmen, welcher den Umfang dieses populären Werkes verdoppelte und deshalb erwähnt zu werden verdient.

Ein zweites Werk dieser Art war L'Arithmétique en sa perfection .. par F. Le Gendre, arithméticien. Die erste Auflage erschien in Paris 1646, eine zehnte 1691. Während des 18. Jahrhunderts wurden wenigstens sieben gedruckt. Eine erschien zu Paris 1774, eine andere zu Limoges 1781. Eine Vergleichung der Ausgabe von Lons le Saulnier 1812 mit denjenigen von 1774 und 1705 zeigt, daß die drei sich nur im Anhang voneinander unterscheiden und daß der Hauptteil während mehr als 100 Jahren ohne nennenswerte Abänderungen beharrte. Ein solches Beharren beim Alten in diesen und anderen Schulbüchern wirft ein düsteres Licht auf die Schulverhältnisse damaliger Zeit.

Weder in Barrême noch in F. Le Gendre findet man Dezimalbrüche; dieselben wurden, soweit wir ermitteln können, in praktischen französischen Rechenbüchern der Zeit beinahe ganz vernachlässigt. Nur gegen Ende des Jahrhunderts, als das metrische System Aufnahme fand, wurden Dezimalbrüche auch in Werken für Geschäftsleute eingeführt. Citoyen Blavier veröffentlichte 1798 in Paris ein Barrême décimal[1]) und die späteren Ausgaben von F. Le Gendres Büchlein enthalten einen Anhang über Dezimalbrüche.

Ein Werk, welches in den höheren Schulen in Frankreich, und durch Übersetzungen auch in anderen Ländern, während der zweiten Hälfte des Jahrhunderts weite Verbreitung erhielt, waren die 1741 in Paris gedruckten Leçons élémentaires de mathématiques des Astronomen Nicolas Louis de La Caille[2]) (1713–1762). Der erste Teil enthält eine kurzgefaßte, theoretische Arithmetik. Eine verbesserte und erweiterte Ausgabe des La Cailleschen Werkes wurde 1770 zu Paris von Abbé Marie, Professor der Mathematik an dem collége Mazarin, veranstaltet.

Unter den neu verfaßten arithmetischen Werken dieser Zeit sind diejenigen der bedeutenden Mathematiker Bézout, Bossut und Lacroix hervorzuheben. Étienne Bézout (1730—1783) wurde 1763 zum „examinateur des gardes de la marine“ ernannt. Man hat von ihm zwei mathematische Schulbücher, Cours de mathématiques à l'usage des gardes du pavillon et de la marine, Paris 1764 bis 1769, und Cours de mathématiques à l'usage du corps de l'artillerie, Paris 1770–1772, die in mehreren Auflagen erschienen und weite Verbreitung fanden. Der arithmetische Teil letzteren Werkes ist demjenigen des ersten, mit Ausnahme einiger ausgelassener Paragraphen, Wort für Wort gleich. Er wurde auch separat gedruckt. Auf das kaufmännische Rechnen legt Bézout wenig Nachdruck; er gibt sich viel Mühe, die theoretischen Teile klar zu machen, ohne den Schüler durch schwerverständliche Beweise abzuschrecken.

Charles Bossut (1730—1814) verfaßte einen Cours complet de mathématiques, dessen erster Teil, ein Traité élémentaire d'arithmétique, 1772 erschien. Er enthält eine Vorrede über die Grundideen der Arithmetik und der Algebra. Diese Arithmetik ist in gedrängtem Stile geschrieben und enthält nur weniges über Geschäftsrechnung. Daher fand es auch nur geringe Verbreitung.

Während in französischen Werken über das praktische Rechnen

---

1) A. De Morgan, Arithmetical Books, London 1847, p. 75. 2) Vgl. „Intorno ad un' opera dell' Abate Nicolò Luigi de La-Caille“ in B. Boncompagnis Bullettino, Tomo V, Roma 1872, p. 278—293.

Dezimalbrüche vernachlässigt oder ganz weggelassen werden, erhalten sie in Kompendien der Mathematik gehörige Beachtung. So gibt sich Lemoine in seinem Traité élémentaire de mathématiques pures, Paris 1790 (3e éd. 1797), Mühe dieselben gleich von Anfang aufzunehmen und die Grundoperationen für ganze Zahlen und Dezimalbrüche nebeneinander zu entwickeln. Edmé Marie Joseph Lemoine (d'Essoies) (1751—1816) war vor der Revolution Advokat, Lehrer des jungen Adels und Professor der Mathematik und Physik. Das obige Elementarwerk war für Schüler bestimmt, die Bézouts Werke zu umfassend fanden.

Weitreichenden Einfluß auf das Studium aller mathematischen Fächer hatte Sylvestre François Lacroix (1765—1843), welcher großen Anteil an der Organisation der öffentlichen Erziehung und an der Vorbereitung passender Schulbücher hatte. Im Jahre 1797 erschien zu Paris sein Traité d'arithmétique, welcher für den Gebrauch in der école centrale bestimmt war.

Gegen Ende des Jahrhunderts erschienen einige Arbeiten, welche neue Gedanken philosophischer Natur über arithmetische Operationen und die Sprache der Arithmetik und Algebra enthielten. Der erste uns bekannte Versuch, neue Grundoperationen einzuführen, ist von dem Marquis Fortia (1756—1843). Mit den Einschränkungen der gewöhnlichen Arithmetik nicht zufrieden, sucht er in seinem Traité d'arithmétique[1]), Avignon 1781, den Operationen der Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division eine unendliche Anzahl höherer Operationen anzuschließen. Die sukzessive Multiplikation einer Zahl mit sich selbst nennt er puissanciation. Soll die Summe von 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 gefunden werden, nennt er 1 den multiplicande, 8 den multiplicateur, die Summe das produit, mit dem Wort second hinzugefügt, um die multiplication seconde von der gewöhnlichen zu unterscheiden. Die multiplication seconde gibt hier das produit 36. Dasjenige von 3 mit 8 gibt 108 ($= 3 + 6 + 9 + 12 + 15 + 18 + 21 + 24$). Ein Beispiel einer puissanciation seconde hat man in der Auffindung des Produkts der Zahlen 2, 4, 8, 16, 32, 64, welches sich als das Produkt der ersten und letzten Zahl, puissancié durch die Hälfte der Anzahl von Zahlen, ergibt. Wenn in einer arithmetischen Progression $a + (a + d) + (a + 2d) + \cdots + (a + (n-1)d)$ nicht nur $a = d$, sondern auch $a = n$ ist, gelangt man zur multiplication troisième. Das produit troisième, von 5 mit $2 = 5 + (5 + 10 + 15 + 20 + 25) = 80$, von 5 mit $3 = 5 + (5 + 10 + 15 + 20 + 25) + (5 + 10 + \cdots + 50)$

---

1) Uns liegt die zweite Auflage von 1790 vor.

$= 5 + 75 + 275 = 355 = 5 +$ produit second von 5 mit $5 +$ produit second von 5 mit 10.

Man könne so fortfahren zu Operationen noch höherer Grade. Jede derselben habe ihre umgekehrte Operation. Fortia definiert nun eine numération seconde, worin die Einheit complexe und continue ist, complexe, weil sie aus Teilen bestehe, und continue, weil die Anzahl dieser Teile unendlich sei. Mit sich selbst multipliziert gebe die Einheit die Zahl 2; 2 mit 1 multipliziert gebe 3 usw. Wenn die Einheit der nombres continus 2 ist, dann ist der nombre continu 2 gleich 4 und der nombre continu 3 gleich 8. Die einfachste Operation der numération seconde ist die Multiplikation, welche der Addition in der gewöhnlichen Numeration entspricht. Sollen die nombres continus 481 und 1321 miteinander multipliziert werden, so ist das Resultat 1802. Ähnliches für die Division. $3421 \div 2212 = 1209$. Besteht die Einheit der nombres continus aus 3 gewöhnlichen Einheiten, dann ist der nombre continu $2 = 9$, der nombre continu $3 = 27$ usw. Wird nun 2 puissancié durch 3, so erhält man den nombre continu $6 = 729$. In diese numération seconde könne man auch puissances secondes usw. einführen. Fortia gibt dann weitere Auseinandersetzungen von nombres continus, deren Einheit 2 ist, und von höheren Numerationen. Es gelingt ihm aber nicht, dem Leser die Vorzüge seiner neuen Operationen, deren Formeln er der gewöhnlichen Algebra entlehnt, und seiner neuen Sprache überzeugend darzulegen.

Eine Schrift über Arithmetik und Algebra, welche ein Versuch einer Philosophie dieser Wissenschaften ist, wurde von Étienne Bonnot de Condillac (1715—1780) verfaßt. De Condillac war ein scharfsinniger Philosoph, ein Freund von Rousseau und Diderot. Durch ihn fand der Sensualismus des englischen Freidenkers John Locke Eingang in Frankreich und, über diesen hinausgehend, weitere Ausbildung. Alle Theorien von angeborenen Ideen verwerfend, nahm Condillac nur die Wahrnehmungen der fünf Sinne für Wahrheit an. Er erklärte die Funktionen des Denkens als Arten des Empfindens, die durch Übung vervollkommnet werden, und führte alle Verstandestätigkeit auf das Sprachvermögen zurück. Ohne Wörter könnte man keine abstrakten Ideen haben. Uns interessiert sein La Langue des Calculs, à Paris, An VI (1798), welches achtzehn Jahre nach seinem Tode veröffentlicht wurde. Seine metaphysischen Lehren sollten hier auf Arithmetik und Algebra Licht werfen. „Un, deux, trois usw., dies sind also die abstrakten Ideen der Zahlen; denn diese Wörter stellen die Zahlen dar als auf alles anwendbar und als auf nichts angewandt.... Wenn zum Beispiel, nachdem wir

un doigt, un caillou, un arbre gesagt haben, wir un sagen, ohne etwas hinzuzufügen, haben wir in diesem Worte un die abstrakte Einheit. Wenn Sie glauben, daß abstrakte Ideen etwas anderes als Namen seien, bitte sagen Sie, wenn Sie können, was ist dieses andere?“[1]) „Sprachen sind nicht Sammlungen zufällig aufgenommener Ausdrücke.... Wenn der Gebrauch jedes Wortes eine Konvention voraussetzt, setzt diese Konvention eine Ursache für die Annahme jedes Wortes und eine Analogie voraus, die das Gesetz angibt, ohne welches es unmöglich wäre dasselbe wahrzunehmen und welches keine absolut willkürliche Wahl zuläßt.“[2]) In der Sprache des Rechnens zeigt sich die Analogie klar. Das Zählen lernt man mit Hilfe der Finger. Man zählt bis 10, nimmt dann 10 als höhere Einheit an, fährt dann fort bis 100 usw. „Wenn wir uns aber nicht verirren wollen, müssen wir die Zahlenreihen durch Namen bezeichnen, weshalb die Namen im Rechnen so notwendig sind wie die Finger selbst.“[3]) Das Numerationssystem, welches uns die Natur darbietet, zeigt uns jedesmal wie eine Zahl zusammengesetzt ist. Unsere Sprachen haben aber die Analogie nicht befolgt. „Zum Beispiel, wir sagen, soixante et douze; die Finger sagen aber sept dix plus deux, ein Ausdruck, den wir vorziehen, um der Analogie der von der Natur gegebenen Sprache zu folgen.“[4]) Condillac betrachtet die Operationsarten in Arithmetik und Algebra im Lichte seiner Theorie von den Analogien. Er findet, daß die Algebra nichts anderes als eine Sprache sei[5]). Diese Ansicht hatte schon früher Clairaut in seinen Élémens d'Algèbre 1746 geäußert, und auch S. F. Lacroix stimmt[6]) derselben bei. Condillac behauptet, daß die Erfindungsmethode nichts anderes als die Analogie selbst sei[7]).

Wie das besprochene Werk die letzte (unvollendete) Arbeit Condillacs war, so ist das Büchlein Moyens d'apprendre à compter surement et avec facilité, par Condorcet, à Paris, 1799[8]), die letzte Schrift dieses berühmten Philosophen und Mathematikers. Es wurde in den letzten Tagen seines Lebens geschrieben, als er, in den Sturz der Girondisten verflochten, in der Nähe von Paris eine Zeitlang umherirrte, bis er erkannt und verhaftet wurde. Condillacs philosophische Studien trugen dazu bei, die Lehrmethode in neue Bahnen zu leiten. Das Büchlein von Condorcet erzielte Ähnliches durch eine klare, unkonventionelle Erklärung unseres Numerationssystems und

---

[1]) Condillac, La Langue des Calculs, 1798, p. 50. [2]) Ebenda, S. 1. [3]) Ebenda, S. 11. [4]) Ebenda, S. 18. [5]) Ebenda, S. 47. [6]) S. F. Lacroix, Essais sur L'Enseignement en Général et sur celui des Mathématiques en particulier, à Paris, An XIV, 1805, p. 235. [7]) Condillac, p. 232. [8]) Zweite Auflage erschien 1800.

der vier Rechnungsarten. De Morgan[1]) beschreibt das kleine Werk als „eine der einfachsten Erklärungen der elementarsten Arithmetik, die je erschienen ist“. Das Werkchen besteht aus zwei Teilen. Der erste ist in leicht verständlicher Sprache für Kinder geschrieben. Der zweite Teil enthält philosophische und pädagogische Anweisungen für Lehrer. Manche seiner Ideen stimmen mit denen Condillacs überein. Für vingt setzt er duante und, um die Analogie nicht zu brechen, führt er die alten Bezeichnungen septante, octante und nonante ein. Eine englische Übersetzung des Büchleins wurde 1813 von Elias Johnston in Edinburgh veröffentlicht. Eine dritte englische Ausgabe erschien dort 1816.

Das Studium der praktischen Rechenkunst sollte sich nach und nach durch die Einführung des metrischen Systems bedeutend vereinfachen. Als um die Zeit des Ausbruchs der französischen Revolution der Drang nach Neuerungen in allen Richtungen immer stärker wurde, machte man 1788 den Vorschlag, auch die Gewichts- und Maßsysteme einer radikalen Umformung zu unterwerfen. Viele Städte Frankreichs hatten durch ihre Deputierten um ein gemeinsames Maß für das ganze Land gebeten. In der Sitzung der Pariser Akademie vom 14. April 1790 schlug Brisson vor, ein neues System auf eine natürliche Länge zu gründen, die immer wieder leicht aufgefunden werden könne[2]). Nach einem Antrage von Talleyrand legte die Nationalversammlung am 8. Mai 1790 dem französischen Könige die Bitte vor, den König von England einzuladen, bei der allgemeinen Maßreform mitzuwirken und Kommissare zu ernennen, die in Gemeinschaft mit den französischen die Reform durchführen sollten. Die Nationalversammlung beauftragte zugleich die Pariser Akademie, die französischen Kommissare zu wählen und die Länge des Sekundenpendels unter dem 45. Breitengrade als natürliche Grundlage des Maßsystems anzunehmen. Die Idee eines natürlichen Grundmaßes soll sich zuerst in einem Werke Gabriel Moutons des Jahres 1670 finden[3]).

Durch die Mitwirkung Englands hofften die Franzosen zu erzielen, daß ein neues System in anderen Ländern bessere Aufnahme finden würde. Diese großen kosmopolitischen Ideen sollten aber nicht so bald ausländischen Beifall finden. England lehnte, wahrscheinlich wegen der Hilfe, welche Frankreich den amerikanischen Kolonien in ihrem Freiheitskampfe geleistet hatte, das gemeinsame Vorgehen ab.

[1]) De Morgan, op. cit. S. 82. [2]) F. Rosenberger, Geschichte der Physik, Dritter Teil, Braunschweig 1887, S. 94. [3]) Gabriel Mouton, Observationes diametrorum solis et lunae apparentium etc., Lugd. 1670. V. Delambre, Base du système métrique décimal I, 11 und Rudolf Wolf, Geschichte der Astronomie, München 1877, S. 623.

Frankreich mußte allein an die Arbeit. Die französische Akademie unternahm es zwei Hauptfragen zu entscheiden: 1) Welche numerische Skale sollte als Verhältnis sukzessiver Ober- und Untereinheiten dienen, 2) welche unveränderliche Größe aus der Natur sollte als Einheit gewählt werden. Über die erste Frage stattete die folgende Kommission am 27. Oktober 1790 Bericht ab: Borda, Lagrange, Lavoisier, Tillet und Condorcet[1]). Für die Untersuchung der zweiten Frage ernannte die Akademie als Kommissionsmitglieder Borda, Lagrange, Laplace, Monge und Condorcet[2]).

Was numerische Skalen anbelangt, hatten Schriftsteller seit Leibniz öfters dem Binär-System Aufmerksamkeit geschenkt. In der zweiten Hälfte des achtzehnten Jahrhunderts findet man in vielen Rechenbüchern kurze Besprechungen desselben. Georg Friedrich Brander schrieb zu Augsburg 1767 (2. Aufl. 1775) eine Arithmetica binaria. Nicht selten findet man auch Angaben über das von Erhard Weigel (Bd. III, S. 39, 40) hochgeschätzte tetrabasische System. Das Duodezimalsystem hatte auch seine Anhänger, wie zum Beispiel Comte de Buffon, der dasselbe in seinem Essai d'Arithmétique morale[3]) (um 1760 geschrieben) bespricht.

Die französische Kommission hatte natürlich mit Veränderungen des Zahlensystems nichts zu tun. Selbst die französische Revolution vermochte das dezimale Zahlensystems nicht umzustürzen. Wohl aber mußte die Skale für das neue Maßsystem erwogen werden. Obschon die dezimale Einteilung leicht den Sieg davontrug, weil dieselbe dem Numerationssystem zugrunde liegt, scheinen die Mitglieder der Kommission darüber nicht ganz in Einklang gewesen zu sein. Es ist wohlbekannt, daß Lagrange einer der eifrigsten Verteidiger der reinen Dezimaleinteilung war. „Er wollte“, sagt Delambre[4]), „das Dezimalsystem in seiner ganzen Reinheit haben; er konnte es Borda nicht verzeihen, daß dieser die Gefälligkeit gehabt hatte, Viertelmeter machen zu lassen. Er legte auf den Einwand, daß die Basis des Dezimalsystems so wenige Theiler habe, keinen Werth. Er bedauerte beinahe, daß sie keine Primzahl sey, wie 11, weil dann nothwendig alle Brüche einerley Nenner bekommen hätten. Man kann Dieses, wenn man will, für eine Übertreibung halten, die wohl dem besten Kopfe im Eifer des Streits be-

[1]) Hist. de l'Acad. pour 1788, Hist. p. 1—6. Vgl. G. Bigourdan, Le Système métrique des poids et mesures, Paris 1901, p. 17. [2]) G. Bigourdan op. cit., p. 17. [3]) Buffon, Suppl. à l'Hist. nat. 4, Paris 1777, p. 116.
[4]) „Nachricht von Lagranges Leben und Schriften“ in J. L. Lagranges Math. Werke, deutsch herausgegeben von A. L. Crelle, 1. Bd., S. XLIX.

gegnet; aber er führte die Zahl 11 nur an, um die Zahl 12 abzuwehren, welche die kühneren Neuerer statt der 10 einführen wollten, die überall die Basis des Zahlensystems ist." Lagranges Vorliebe für die Zahl 10 und ihre Potenzen zeigte sich schon in Berlin, als er J. C. Schulze mitteilte, „daß es villeicht noch besser gethan seyn würde, wenn man, statt die trigonomischen Linien und ihre Logarithmen für Grade, Minuten und Secunden zu geben, dieselben in Graden und deren tausendste Theile nach Gellibrand Trigonometria Britannica an. 1633 berechnet lieferte".[1])

Die Kommission für die Wahl einer Längeneinheit stattete am 19. März 1791 ihren Bericht ab. Sie entschied nicht für das von der Nationalversammlung vorgeschlagene Sekundenpendel als Einheit, sondern schlug vor, einem 1790 gemachten Vorschlage des Ingenieur-Geographen Bonne folgend[2]), den zehnmillionsten Teil des Erdquadranten als Urmaß zu wählen. Die Pendellänge wurde verworfen, weil sie von zwei ungleichartigen Elementen, der Schwere und der Zeit, abhänge. Eine dritte Einheit, der Quadrant des Erdäquators, wurde von der Kommission auch besprochen, wurde aber wegen der Schwierigkeit der Messung in unwirtlichen Gegenden von Afrika und Amerika unpassend gefunden.

Am 30. März 1791 wurde von der Nationalversammlung der zehnmillionste Teil des Erdmeridians als Maßeinheit festgesetzt. Méchain und Delambre begannen sogleich die hierzu nötige Gradmessung zwischen Dünkirchen und Montjouy (nicht weit von Barcelona).[3]) Die Arbeit wurde 1792 durch Aufhebung der Akademie eingestellt, aber bald wieder durch Ernennung einer neuen Kommission, bestehend aus Laplace, Lagrange, Berthollet, Borda, Brisson, Coulomb, Delambre, Hauy, Méchain, Monge, Prony und Vandermonde, fortgesetzt. Die Urmaße wurden angefertigt und 1799 dem Archiv der Republik einverleibt[4]). Das Meter war nun gleich 3 Fuß 11,296 par. Linien, oder etwas kürzer als der 1795 vorläufig angenommene Wert von 3 Fuß 11,44 par. Linien.

Um das neue System auch anderen Völkern annehmbar zu machen, wählte man für die Ober- und Unterabteilungen Namen, die nicht der französischen, sondern den neutralen griechischen und lateinischen Sprachen angehören.

Von großem Interesse sind die Elementarvorträge, welche 1795

[1]) Johann Carl Schulzes Neue und Erweiterte Sammlung Logarithmischer . . . Tabellen, I. Bd., Berlin 1778, Vorrede. [2]) Rosenberger, op. cit. S. 94. [3]) G. Bigourdan, op. cit. p. 109—155. [4]) Rosenberger, op. cit. S. 94.

auf der École normale in Paris von Lagrange und Laplace[1]) gehalten wurden. Die fünf Vorlesungen von Lagrange behandeln nur die Arithmetik und Algebra; Laplace berührt auch die Geometrie. Beim Nachlesen dieser Vorträge kann man leicht verstehen, wie die jüngeren Zuhörer auf der École normale denselben nicht immer folgen konnten, während Männer, wie S. F. Lacroix, der damals schon selbst als Lehrer berühmt war, denselben mit Begeisterung zuhörten. Schon in der ersten Vorlesung erklärt Lagrange die Kettenbrüche. Nachdem er im zweiten Vortrag die arithmetischen Operationen auseinandergesetzt, schreitet er in den übrigen zur Lösung der Gleichungen dritten und vierten Grades und der numerischen Gleichungen, und zur Verwendung der Kurven bei der Lösung der Probleme vor. Der Name „arithmetische Proportion" scheint ihm sehr ungeeignet, weil der Begriff der Proportion durch den Sprachgebrauch nur für geometrische Proportionen paßt. Man könnte Zahlen wie 3, 5, 7, 9 äquidifferent nennen, ein Ausdruck, den Lacroix in seine Arithmetik und Algebra aufnahm.

Die Ideen von Rousseau, Condillac, Condorcet und Lagrange fanden Ausdruck in der Arithmétique d'Émile, Paris 1795 (2. Aufl. 1802) des Schweizers Isaac Emmanuel Louis Develey[2]) (1764—1839). Er war aus Bretonnière bei Payerne gebürtig, studierte in Genf und war später Professor der Mathematik auf der Akademie zu Lausanne. Das obgenannte Werk enthielt sorgfältige Erklärungen der Grundprinzipien und das metrische System. Es wurde 1799 von der französischen Regierung in die Liste von Elementarwerken für den Schulgebrauch gesetzt. In der zweiten Auflage verweist es auf Schriften von Lagrange, Condillac und Condorcet. Das Werk enthält keine Aufgaben zur Übung.

In Italien sind für die Periode 1759—1799 keine nennenswerten Fortschritte in der Methode des Rechenunterrichts aufzuzeichnen. In kaufmännischen Werken wird nach gegebenen Regeln operiert. Die besten Erklärungen der Arithmetik findet man in den Kompendien der Mathematik von Odoardo Gherli[3]) und De la Caille. Wie früher angegeben, erschienen die Leçons élémentaires de mathématiques von De la Caille 1741 zu Paris. Mehrere Übersetzungen dieser Arbeit wurden in Italien veröffentlicht. Im Jahre 1772 wurde

[1]) Journal de l'école polytechnique, tome II, Paris 1812, p. 173—278 (Lagrange), p. 1—172 (Laplace). [2]) L. Isely, Histoire des sciences mathématiques dans la Suisse Française, Neuchâtel 1901, p. 174. [3]) Gli elementi teorico-pratici delle matematiche pure del Padre Odoardo Gherli, Domenicano, professore di Teologia Dogmatica nell' Università di Modena. Resi pubblici da Domenico Pollera, Tomo I, Modena 1770.

zu Venedig eine lateinische Ausgabe dieser Lectiones „ad quintam editionem Parisinam denuo exactae a C. S. e S. J.“ (= Carolo Scherffer, S. J.) herausgegeben. Ausgaben in italienischer Sprache erschienen in Neapel 1761 und 1776[1]), in Venedig 1775 und 1796 als eine Bearbeitung von Ruggero Giuseppe Boscovich, in Florenz 1781, 1782, 1787, 1791, 1796 und noch später. Selten hat ein ausländisches Werk größere Gunst genossen als La Caille in Italien.

Daß Spanien und Portugal in engerem intellektuellen Verkehr mit Italien und anderen Ländern als mit Frankreich standen, ersieht man aus der Mathematik. Zum Beispiel im Lesen der Zahlen findet die französische Definition der billion und trillion keine Gunst. Nur gegen Ende des Jahrhunderts findet man Spuren französischen Einflusses. Ich habe nur einen spanischen[2]) und einen portugiesischen[3]) Schriftsteller vorgefunden, welche im Zahlenlesen die dreizifferigen Perioden wählen.

Das im 18. Jahrhundert hervorragendste unter den älteren spanischen Rechenbüchern ist die Aritmetica practica y especulative von Juan Perez de Moya, einem Mathematiker des 16. Jahrhunderts. Die 13. und 14. Auflage dieses Werkes erschienen zu Madrid 1776 und 1784. Die 13. Auflage ist mit der zu Salamanca 1562 herausgegebenen Wort für Wort identisch. Das Werk ist ein Beispiel der langen Lebensdauer, welche manche arithmetische Schriften genossen haben.

Unter den neueren Rechenbüchern ist die Arismética para negociantes von Don Benito Bails, Madrid 1790, nennenswert. Don Bails wurde 1743 zu Barcelona geboren, war Lehrer der Mathematik an der Akademie von San Fernando und Mitglied der Akademie der Wissenschaften und Künste zu Barcelona. Sein bedeutendstes mathematisches Werk sind die Principios de matematica, deren zweite Auflage 1788 zu Madrid erschien. Seine Werke scheinen in Mexiko Eingang gefunden zu haben, denn 1839 wurden in der Stadt Mexiko die Principios de arismética von D. Benito Bails gedruckt. Bails war auch als Komponist bekannt.

Gegen Ende des 18. Jahrhunderts findet man in Portugal größere mathematische Tätigkeit als in Spanien. Im Jahre 1772 wurde an der Universität in Coimbra durch die Tätigkeit von José Monteiro da Roche (1735—1819) und José Anastacio da Cunha (1744 bis 1787 ?) neues Leben in den mathematischen Unterricht gebracht[4]).

[1]) Bullettino Boncompagni, Tomo V, Roma 1872, p. 278—293.
[2]) Juan Gerard, Tratado completo de aritmética, Madrid 1798.
[3]) José Anastacio da Cunha, Principios Mathematicos, Lisboa 1790.
[4]) R. Guimarães, Les mathématiques en Portugal au XIX^{e} siècle. Coimbre 1900.

Ersterer gab sich mehr mit Astronomie ab, übersetzte aber aus dem Französischen mathematische Werke von Bézout und mechanische Schriften von Bossut und Marie. Da Cunha lehrte an der Universität bis 1778, zu welcher Zeit er wegen Anklagen des Inquisitionstribunals die Universität verlassen und zwei Jahre im Gefängnis zubringen mußte. Er wurde dann Direktor des collegio de São Lucas und schrieb seine Principios mathematicos, Lisboa 1790, deren letzte Druckseiten er am Abend vor seinem Tode korrigierte[1]). Demnach wäre er 1790 gestorben. Eine französische Übersetzung wurde von seinem Schüler, J. M. D'Abreu, zu Bordeaux 1811 herausgegeben. Dieses Werk von nur 302 Seiten enthält in sehr gedrängter Form Arithmetik, Geometrie, Algebra und Infinitesimalrechnung. Überall sucht der Verfasser strenge Beweise einzuführen. Seine Erklärungen enthalten öfters neue und frische Ideen.

Ein Schüler von Da Cunha und Monteiro da Roche, namens José Maria D'Antas Pereira, veröffentlichte zu Lissabon 1798 ein Curso de estudos para uso do commercio, e da Fazenda. Das Werk ist eine „arithmetica universal“ im Newtonschen Sinne, welches Rechenkunst und Algebra lehrt. Hauptsächlich von französischen Werken beeinflußt, hat Pereira ein ganz verdienstvolles Buch verfaßt. Während Da Cunha eine Billion als 10^9 definierte, nimmt Pereira dafür den in Portugal damals gebräuchlichen Wert 10^{12} an.

In Dänemark und in Norwegen, letzteres damals eine dänische Provinz, fand das 1680 in Kopenhagen veröffentlichte Rechenbuch von S. Mathissen, Compendium arithmeticum eller Wegviser hvor ved mand paa korteste og netteste maade kand ledsages til Regnekonstens rette brug, großen Beifall. Während des 18. Jahrhunderts folgten mehrere Ausgaben davon[2]).

Ein verdienstvolleres Werk wurde von Ole Andersen Borreby zu Kopenhagen 1765 unter dem Titel Mathesis puerilis eller Dansk skole mathematik herausgegeben. Nur der erste Teil wurde veröffentlicht, woraus man schließen darf, daß die im Buche enthaltenen neuen Ansichten geringen Anklang fanden. Der Autor widerspricht den alten mechanischen Lehrmethoden, macht an die Denkkraft der Schüler einigen Anspruch und sucht das Prinzip der Anschauung zur Anerkennung zu bringen. Sein Buch enthält aber keine Aufgabensammlung[3]).

Unter den älteren Rechenbüchern, welche in Holland zu dieser

[1]) Edinburgh Review, Vol. 20, 1812, p. 425; auch Frères-Hoefer, Nouv. Biogr. Générale.
[2]) S. A. Christensen, Matematikens Udvikling i Danmark og Norge i det XVIII Aarhundrede, Odense 1895, S. 14—16.
[3]) Ebenda, S. 30, 31.

Zeit weite Verbreitung fanden, war De vernieuwde Cyfferinge von Willem Bartjens[1]) (1584—1645), vermehrt und verbessert von Jan van Dam und von „weiteren Mängeln gereinigt" durch Klaas Bosch. Wir haben Ausgaben dieses Büchleins von 1771, 1779, 1792, 1794 angetroffen. Es werden darin das Übersichdividieren und andere alte Operations- und Lehrmethoden angegeben.

Von neuen Werken verdienen besonders hervorgehoben zu werden die Eerste Beginzelen der Reeken-Kunde, Rotterdam 1769, 1782, 1790, und die Institution du calcul numérique et littéral, Haag 1770, von Jean Jacques Blassière (1736—1791), dem zu Haag geborenen Mathematiker und Schüler von Johann Frederich Hennert, dem Autor der Elementa matheseos purae, Trajecti ad Rhenum 1766—68.

Es war das Ziel Blassières, die Theorie und Praktik der Arithmetik zu vereinigen. Sein letztgenanntes Werk ist eine Universalarithmetik, deren zweiter Teil ganz der Algebra gewidmet ist. Die Proportionenlehre wird sorgfältig entwickelt. Der Hauptsatz, daß das Produkt des ersten und letzten Gliedes demjenigen der zwei mittleren Glieder gleich sei, wird so bewiesen: In $A:B=C:D$ ist bewiesen, daß man homologe Glieder mit der gleichen Zahl multiplizieren darf, wodurch man $A \times B : B = C \times B : D$, und dann $A \times B : A \times B = C \times B : A \times D$ erhält. Da nun die zwei ersten Glieder einander gleich sind, müssen es die zwei letzten auch sein. Die Regeldetri und Gesellschaftsregel werden auf die Proportionenlehre gegründet und nach dem Reesschen Mechanismus gelehrt. Der Reessche Ansatz hat also im Lande seiner Geburt auch Freunde gefunden.

Im Reekenboek vor de Nederlandsche Jeugd, Leyden 1794, von Henri Aeneae (1743—1812) wird die „Ketting-Regel" auseinandergesetzt. Aeneae war ein Friesländer von Geburt, studierte auf der Universität Leyden und war 1795 Mitglied der internationalen Kommission für die Reform der Maß- und Gewichtssysteme.

Daß unter holländischen Lehrern bedeutendes Interesse für die Mathematik herrschte, ersieht man aus der Tatsache, daß in Holland das erste Journal der Elementar-Mathematik veröffentlicht wurde. Die Maandelykse mathematische Liefhebbery wurde von 1754 bis 1765 von Jakob Oostwoud (einem Lehrer zu Oost-Zaandam, in der Nähe von Amsterdam) zu Purmerend herausgegeben und von

[1]) B. Boncompagni, Bullettino, Tomo 14, Roma 1881, p. 533. Man findet eine „Bibliographie Neerlandaise Historico-Scientifique" im Bullettino, Tomo 14, p. 523—630; Tomo 15, p. 225—312, 355—440; Tomo 16, p. 393—444, 687—718.

Louis Schut bis 1769 fortgesetzt. Im ganzen erschienen 17 Bände, die hauptsächlich der Algebra gewidmet sind. Mathematische Aufgaben werden gestellt und aufgelöst. Diese Aufgaben wurden später in drei Serien herausgegeben[1]). Es war auch Jakob. Oostwoud, welcher in den Niederlanden Interesse für die 1690 gegründete Hamburger Mathematische Gesellschaft erweckte. Von 1766—1790 traten viele holländische Lehrer dieser Gesellschaft bei. Die Auflösung dieser Beziehungen ist hauptsächlich der Gründung der Mathematischen Gesellschaft in Amsterdam 1778 zuzuschreiben. Den Anstoß hierzu gab Arnoldus Bastian Strabbe (1740—1805), ein Lehrer und Staatseichmeister in Amsterdam[2]), welcher seit 1775 Mitglied der Hamburger Gesellschaft war.

Wie schon früher (Bd. III², S. 513) hervorgehoben, hatten während unserer Zeitperiode die Philanthropen in Deutschland einen großen Einfluß auf das Schulwesen. Von den Schriften Rousseaus stark beeinflußt, wirkte Basedow in Dessau unermüdlich an der Verbesserung der deutschen Erziehung. Zu seiner Zeit wird es üblicher, Rechenbücher herauszugeben, die nicht allein für den Kaufmann, sondern hauptsächlich für die Schulen bestimmt sind und die Schärfung des Verstandes bezwecken. Im Jahre 1763 erschien Basedows Überzeugende Methode der auf das bürgerliche Leben angewandten Arithmetik zum Vergnügen der Nachdenkenden und zur Beförderung des guten Unterrichts in den Schulen, und 1774 sein Werk Bewiesene Grundsätze der reinen Mathematik (Leipzig), dessen erster Band der Zahlenkunst und Algebra gewidmet ist.

Um die beweisende Lehrart zu betonen, suchte er den Kettensatz und die Reessche Regel, welche zur einfachen Beweisführung für Elementarschulen nicht angelegt waren, durch eine neue Regel zu ersetzen. So entstand die „Basedowsche Regel". Wir benutzen diese Gelegenheit, zu bemerken, daß die Reessche Regel (Bd. III², S. 519, 520) in Deutschland, besonders im südlichen Teil, günstig aufgenommen wurde. Joseph Tanzer glaubte, „daß die Reessche Rechnung die größte Erfindung der gemeinen Arithmetik sey"[3]). Allgemeinen Beifall genoß aber weder diese Regel, noch der Kettensatz. J. F. Lorenz, Professor an der Schule des Stifts und Klosters

[1]) Festschr. herausgeg. v. d. Mathem. Gesellschaft in Hamburg, Erster Teil, Hamburg 1890, S. 79, 80. [2]) Ebenda, S. 48, 81, 82. Vgl. D. Bierens de Haan, Bouwstoffen voor de geschiedenis der Wis- en Naturkundige Wetenschappen in de Nederlanden, 1878, S. 63—81. [3]) Joseph Tanzer, Mathematisches Lehrbuch zum Gebrauche der churfürstlichen Lyceen, Erster Teil, München 1780, S. 142.

Berge, drückt sich folgendermaßen darüber aus[1]): „Die gemeinen Rechenmeister pflegen überhaupt auch alle Proportionen, deren Lehre gar nicht ihre Sache ist, nach Ähnlichkeit ihres Kettensatzes, mittelst einer mechanischen Manier zu behandeln, welche unter dem Namen der Reesschen Regel nur gar zu bekannt und gemein ist.“ J. G. Prändel[2]) bemerkt, daß die Reessche Regel „auch wirklich in Deutschland eine geraume Zeit bei Geringköpfen viel Aufsehens machte“. In Holland wurde sie wenig gebraucht; in Frankreich und England haben wir sie nicht angetroffen.

Die Basedowsche Regel erforderte einiges Nachdenken. Wenn[3]) 1200 Mann 2400 Zentner Mehl in 4 Monaten verzehren, wieviel Mann kommen mit 4000 Zentner 3 Monate aus? Nach dem Basedowschen Verfahren schreibe man

1200 Mann	2400	Zentner	4	Monate
?	„	4000	„	3	„

und entscheide, ob die Glieder der zweiten Zeile zu Multiplikatoren oder Divisoren werden. Es folgt das Schema:

?	1200
2400	4000
3	4

Unger hebt hervor, daß diese Regel den Übergang zu dem im 19. Jahrhundert beliebten Bruchsatz bildet.

Um die beweisende Rechenkunst zu fördern, gibt Johann Tessanek in einer Betrachtung über die arithmetische Regel zweyer falschen Sätze[4]) algebraische Beweise für diese allgemein ohne Demonstration angeführte Regel, und hebt hervor, daß die Methode auf Aufgaben höherer Grade unanwendbar sei.

Dem Mißbrauch, die Erfindung des größten gemeinschaftlichen Maßes zweier ganzen Zahlen in Lehrbüchern ohne allen Beweis anzuführen, hat Karsten durch einen kurzen und bündigen Beweis abzuhelfen gesucht[5]), während J. Pasquich einen zweiten Beweis lieferte[6]).

Die Philanthropen Christian Trapp (1745—1818) und Gottlieb Busse (1756—1835) betonten die Anschauung im Rechenunter-

[1]) Johann Friedrich Lorenz, Grundriß d. rein. u. angew. Mathematik, Erster Teil, Helmstädt 1798, S. 111. [2]) Johann Georg Prändels Arithmetik nebst einer kleinen Globuslehre, München 1795, S. 236. [3]) F. Unger, Die Methodik der Praktischen Arithmetik in historischer Entwickelung, Leipzig 1888, S. 171. [4]) Abhandlungen einer Privatgesellschaft in Böhmen, 1. Bd., Prag 1775, S. 125—140. [5]) Lehrb. d. ges. Math., 1. Teil. [6]) Leipziger Magazin f. reine u. angew. Math., 1. Stück, 1787, S. 97—103.

richt so nachdrücklich, daß man sie als Vorläufer der Pestalozzischen Periode ansehen darf. Trapp sagt in seinem Versuch einer Pädagogik[1]), 1780: „Addieren und Subtrahieren kann man schon kleine Kinder an Nüssen usw. lehren, ohne daß sie Zahlen kennen; bis auf einen gewissen Grad auch Multiplizieren und Dividieren“. In Busses Gemeinverständliches Rechenbuch für Schulen, 1786, und seiner Anleitung zum Gebrauche meines Rechenbuchs, 1786, werden qualitätslose Anschauungsmittel (Punkte, Striche) den sinnenreizenden Gegenständen (Nüsse, Äpfel) vorgezogen. Künsteleien und das Streben nach einer Universalregel, wie die Reessche, hält er für unerlaubt. Unger[2]) nennt Busse den geschicktesten Rechenmethodiker des 18. Jahrhunderts. Von weitreichendem Einfluß auf die Reform des Dorfschulwesens war Eberhard Freiherr von Rochow (1734—1805), der in seiner berühmten Schule in Rekahn die Zahlenkunst als eine Verstandesübung lehrte, sowie Peter Villaume (1746—1806), der nicht nur die Anschauung betonte, sondern auch die Beschränkung des Lehrstoffes und die Einführung des Kopfrechnens forderte[3]). Das Kopfrechnen wurde unter anderen auch von Friedrich Köhler in seiner Anweisung zum Kopfrechnen, 1797, empfohlen.

Von der alten Darstellungsweise verschieden waren auch die Versuche in Socratischen Gesprächen über die wichtigsten Gegenstände der Arithmetik von Johann Andreas Christian Michelsen, Berlin, Erster Band 1784, Zweyter Band 1785, Dritter Band 1786. Michelsen (1749—1797) war Professor der Mathematik und Physik am Vereinigten Berlinischen und Kölnischen Gymnasium, hatte großen Erfolg als Lehrer und beförderte die Wissenschaft durch die Übersetzung einiger Eulerschen Werke. Seine Socratischen Gespräche sind weitläufig, zeigen aber einen großen Fortschritt gegenüber von bloßen Regelsammlungen, die in unserer Periode noch vielfachen Absatz fanden. Michelsen führt hier und dort algebraische Symbole und algebraische Auseinandersetzungen ein. Diesen Versuch, für ältere Schüler die Arithmetik und Algebra miteinander zu verschmelzen, findet man in mehreren deutschen Anleitungen zur Mathematik, und derselbe darf gewiß als ein Fortschritt in der Methodik bezeichnet werden. Die Lehre von den Verhältnissen und der Regeldetri in der gemeinen praktischen Arithmetik hält er „nicht nur für überflüssig, sondern auch für zweckwidrig“, weil man durch die

[1]) Wir zitieren nach E. Jänicke und G. Schurig Geschichte des Unterrichts in den math. Lehrfächern in der Volksschule, Gotha 1888, S. 44. [2]) Unger, op. cit. S. 166, 167. [3]) E. Jänicke und G. Schurig, op. cit. S. 51.

welsche Praktik ohne sie fertig werden kann, und weil sie nur durch Umwege zum Ziele führt. Während Michelsen die Verhältnislehre für den Elementarunterricht abschaffen möchte, sucht Johann Georg Büsch in seinem Versuch einer Mathematik zum Nuzzen und Vergnügen des bürgerlichen Lebens, Hamburg 1773 (dritte Auflage 1790, vierte 1798) neue Definitionen einzuführen. „Die Art, wie Zahlen und Größen auseinander entstehen, ist ihr Verhältnis.“ Es gibt zwei Arten. „Die erste Art, wenn aus einer Zahl durch Hinzusetzung oder Wegnehmung einer andern Zahl eine neue Zahl entsteht, ist das Arithmetische Verhältnis“, „Die zweite Art, wenn eine Zahl durch wiederholte Zusammensetzung einer andern oder eines Teils derselben entsteht, ist das Geometrische Verhältnis.“ Aus der Lehre von den Verhältnissen könne man die Bruchrechnung lichtvoll erläutern. Seine früheste Schrift darüber, so erzählt er im Jahre 1798, sei eine Probeschrift des Jahres 1756, er kenne aber kein Rechenbuch, in welchem seine Verhältnislehre ganz angenommen und daraus die Bruchrechnung und die Regeldetri hergeleitet wären[1]. Büsch (1728—1800) wurde 1756 Lehrer der Mathematik am Hamburger Gymnasium und bekleidete diese Stelle 44 Jahre lang bis zu seinem Tode. Er errichtete eine Handelsakademie in Hamburg und zeichnete sich durch gemeinnütziges Wirken und unermüdliche schriftstellerische Tätigkeit aus. Unter den begeisterten Jünglingen, deren Studien er in die rechten Bahnen zu lenken wußte, war der Astronom J. E. Bode.

Wir werden die Entwicklung methodischer Ideen für den Rechenunterricht in Deutschland nicht weiter verfolgen, bemerken aber, daß gegen Ende des Jahrhunderts in dieser Hinsicht hier größere Tätigkeit herrschte als in anderen Ländern[2].

Büsch wurde im Jahre 1790, bei Gelegenheit der 100jährigen Jubelfeier der Mathematischen Gesellschaft in Hamburg (Bd. II, S. 799), zum Ehrenmitglied dieser Gesellschaft ernannt[3]. Seit 1751 war Johann Reimer (1731—1803) Mitglied der obigen Gesellschaft, dessen schriftstellerische Tätigkeit wir kurz erwähnen. Bis 1783 erhielt jeder Eintretende einen Beinamen, und Reimer hieß „der Recreirende“. In den Jahren 1767—1769 gab Reimer eine Wochenschrift Der gemeinnützige mathematische Liebhaber heraus.

[1] Büsch, Mathematik zum Nutzen usw., 4. Aufl., 1798, S. 29, 30.
[2] Weitere Auskunft über den Rechenunterricht in Deutschland findet man in den oben angeführten Werken von Unger und Jänicke und Schurig, sowie in M. Sterner, Geschichte der Rechenkunst, München und Leipzig 1891.
[3] Festschr. herausg. v. d. Math. Gesellsch. in Hamburg a. i. 200jährigen Jubelfestes 1890, Leipzig 1890, S. 50.

Diese hing mit der Gesellschaft nicht weiter zusammen, als daß der Herausgeber ihr angehörte und daß andere Mitglieder sich anfangs für die Schrift interessierten. Reimer begründet das Aufhören der Wochenschrift im Jahre 1769 mit dem mangelnden Interesse vieler Mitglieder. Diese Wochenschrift ist unseres Wissens die zweite elementar-mathematische Zeitschrift in der Welt. Nur Oostwouds Monatsschrift war früher erschienen.

Die Wochenschrift war teils in deutscher, teils in holländischer Sprache abgefaßt und enthielt Aufgaben und deren Auflösungen. Diese waren durchweg sehr elementar, und meistens der Algebra, aber auch der rechnenden Geometrie sowie der Astronomie entnommen. Äußerst wenige waren originell. Die meisten sind aus Paul Halckes Sinnenconfect (Bd. III², S. 412) abgeschrieben. Anderes ist ähnlichen Werken entliehen.

Die Hamburger Gesellschaft hatte mehr auswärtige Mitglieder als einheimische. Im Jahre 1760 gab es neben 5 einheimischen 20 auswärtige Mitglieder. Im Jahre 1790 war die Zahl der auswärtigen auf 32 gewachsen, welche von Regensburg bis Stockholm und von Prag bis Amsterdam zerstreut waren. Von diesen waren 23 Holländer. Nach 1790 nahm letztere Zahl schnell ab, was einerseits den damaligen Kriegsunruhen und andererseits der 1778 erfolgten Gründung der Mathematischen Gesellschaft in Amsterdam zuzuschreiben ist[1].

Die Arithmetik des Leontius Philippovisth Magnitzky (1669—1739) war beinahe das einzige Rechenbuch, welches während der ersten Hälfte des 18. Jahrhunderts in russischen Schulen gebraucht wurde[2]. Es erschien 1703 und enthielt auch einiges über Algebra und Geometrie. Während der Blütezeit des Regelrechnens geschrieben, machte es keine Ansprüche an die Denkkraft der Schüler. In der zweiten Hälfte des Jahrhunderts wurde es allmählich von anderen Werken verdrängt. In der ersten Hälfte war das Gymnasium der Akademie der Wissenschaften in St. Petersburg der einzige Ort, wo neue Ideen über den Rechenunterricht aufblühten. Dort wurde 1740 die Adodouroffsche Übersetzung des ersten Teiles von Leonhard Eulers Einleitung zur Rechen-Kunst, zum Gebrauch des Gymnasii bey der Kayserlichen Academie der Wissenschaften in Saint-Petersburg (erster Teil 1738; zweiter Teil

[1] Festschr., S. 47, 48. [2] V. V. Bobynin, „L'Enseignement mathématique en Russie“ in L'Enseignement Mathématique (C. A. Laisant et H. Fehr, Directeurs), 1ère année, 1889, p. 81. Unsere Angaben über die Rechenkunst und Algebra in Rußland sind dieser Arbeit und der Russkaia Fiziko-Matematicheskaia Bibliografiia, sostavil V. V. Bobynin 1886—1900 entnommen.

1740) herausgegeben und im Gymnasium studiert. Der zweite Teil dieses Werkes, von Vasilii Kouznetzoff übersetzt, erschien 1760. Es war Eulers Absicht, alles recht deutlich zu erklären und zu beweisen. Obschon der mathematische Unterricht auf dem St. Petersburger Gymnasium unter der Lehrtätigkeit von Georg Wolfgang Krafft (1701—1754) und Vasilii Evdokimovich Adodouroff (1709 bis 1778) eine durchgreifende Erneuerung erfuhr, erwirkte derselbe doch nur geringen Einfluß auf andere Schulen Rußlands.

Ein anderes Werk, welches die alten dogmatischen Methoden durch eine beweisende Lehrart zu ersetzen suchte, war die 1752 erschienene Algebra von dem Ingenieur Kapitän-Lieutenant Nicolas Mouravief (1721—1770). Es war das erste Werk in russischer Sprache ganz diesem Fache gewidmet. Dann erschien ein Buch, welches der alle Beweise vermeidenden Darstellung folgte und viel größeren Beifall als das Mouraviefsche Werk genoß. Dies war die Universelle Arithmetik von Nicolas Kourganof (1725—1796), Professor der Mathematik und Navigation am Korps der adeligen Marinekadetten. In dieser Schule verdrängte dieses Werk die alte Arithmetik von Magnitzky.

Während der zweiten Hälfte des Jahrhunderts wurden hauptsächlich deutsche mathematische Werke gelesen. Dimitri Sergievitch Anitchkof (1740—1788), ein Lizentiat der 1755 gegründeten Universität von Moskau, wurde 1762 als Lehrer an der Universität und den dazu gehörigen Gymnasien angestellt. Er gab 1765 eine Übersetzung aus der lateinischen in die russische Sprache der verschiedenen Teile von Weidlers Institutiones Matheseos., editio quinta, Vitembergae 1759, heraus. Uns interessieren hier nur zwei Teile, die Theoretische und Praktische Arithmetik, deren zweite und dritte Auflage 1787 und 1795 erschienen, und die Algebra, welche 1778 in zweiter Auflage herausgegeben wurde. Diese Werke, sowie diejenigen, welche von Anitchkof selbst nach dem Vorbilde der Weidlerschen und Wolffschen Werke geschrieben wurden[1]), brachten in russischen Elementarwerken der Mathematik die demonstrative Methode in den Vordergrund.

In Großbritannien ist die Methodenentwicklung für den Rechenunterricht langsamer fortgeschritten als in Deutschland. Das Anschauungsprinzip kam gar nicht in Betracht, wohl aber wurde die Beweisführung in den neueren Büchern dem bloßen Regelrechnen vorgezogen. Englische Rechenbücher unterscheiden sich von denen des Festlandes hauptsäch-

[1]) Theoretische und Praktische Arithmetik (Auflagen: 1764, 1775, 1786, 1793); Elemente der Algebra, oder litterale Arithmetik (1787).

lich darin, daß erstere den Dezimalbrüchen und der Sammlung von Übungsaufgaben viel größere Aufmerksamkeit schenken. Englische Bücher operieren mit größeren Zahlen. Ein Verfasser gibt z. B. eine Aufgabe, welche die Berechnung von 2^{144} erfordert, und diese wird mit 44 Ziffern durchgeführt[1]).

Zu dieser Zeit fanden Auflagen von den älteren Werken von Edward Cocker, Thomas Dilworth, John Hill und Edmund Wingate noch immer Absatz. Unter den verschiedenen Auflagen von Cockers Arithmetik[2]) erschienen zwischen 1725 und 1767 mehrere von Mrs. Slack unter dem Namen „George Fisher" herausgegeben[3]). Mrs. Slack hat unter dem Pseudonym „George Fisher" auch eine eigene Arithmetik geschrieben. Sie ist unseres Wissens die erste Frau, welche arithmetische Bücher zu verfassen unternahm.

1760 gab James Dodson eine Ausgabe der ungefähr 1629 zuerst erschienenen Arithmetik von Wingate heraus. De Morgan erklärt, daß Wingate, nach den in verschiedenen Auflagen vorgenommenen Abänderungen, sein Werk nicht wieder erkannt haben könnte[4]). Dodson war Lehrer der Mathematik zu Christ's Hospital, ein Freund De Moivres und ein Mitglied der Royal Society. Er ist ein Urgroßvater August De Morgans[5]).

De Morgan zählt dreißig Rechenbücher auf, welche in Großbritannien während der Periode 1759—1799 geschrieben wurden[6]). Hervorragend unter diesen war A complete treatise on Practical Arithmetic and Book-Keeping von Charles Hutton. Die 5. Auflage soll 1778 gedruckt worden sein; die 8. erschien in London 1788. In diesem kurzen Werke wird der Dezimalpunkt gegen den oberen Teil der Ziffer gesetzt, wie in 1·3, damit er nicht mit Satzzeichen verwechselt werden könne. Hutton bemerkt, daß er den

[1]) John Hill, Arithmetic, 1772, p. 144. [2]) Die erste Auflage erschien 1678, „perused and published by John Hawkins". Wenigstens 112 Auflagen sollen herausgegeben worden sein [V. Dictionary of National Biography]. Cockers Werk hatte vor dem 1661 erschienenen Rechenbuch des James Hodder den Vorzug, daß es Untersichdividieren, statt Übersichdividieren lehrte. Beide Bücher gaben Regeln ohne Beweise. Beide genossen weite Verbreitung. Näheres über Cocker findet man in De Morgans Arithmetical Books, S. 56 bis 62. Wohl zu verwerfen ist De Morgans Ansicht, daß Cockers Arithmetic nicht von Cocker, sondern von John Hawkins geschrieben wurde, daß Hawkins, um größeren Absatz zu erlangen, sich den Namen Cockers beilegte.
[3]) G. Valentin, „Die Frauen in den exakten Wissenschaften", Bibliotheca Mathematica, N. F., 1895, S. 75. [4]) A. De Morgan, op. cit. p. 73.
[5]) Memoir of Augustus De Morgan by his wife, Sophia Elizabeth De Morgan, London 1882, p. 233, 234. [6]) De Morgan, op. cit. p. 73—82.

Wink für diese Schreibweise aus Tabellen von Newtons Optics erhalten habe.

Ein anderes Werk war The Scholar's Guide to Arithmetic, London 1780 (6. Auflage 1795), von John Bonnycastle (1750 [?] bis 1821). Man findet darin Beweise für die Regeln, welche in einigen Fällen in algebraischer Sprache dargestellt sind, aber immer in kleinerem Druck in der Form von Anmerkungen, so daß sie ganz bequem übergangen werden konnten. 1851 erschien die 18. Auflage dieses Werkes. Bonnycastle war ein Autodidakt, stand einer Akademie in London vor und wurde ungefähr 1782 Professor der Mathematik an der königlichen Militärakademie bei Woolwich.

In Schottland stand die Arithmetic, Rational and Practical von John Mair in großer Gunst. Die erste Auflage soll 1766 erschienen sein[1]), die fünfte wurde 1794 in Edinburgh herausgegeben. Dies ist ein weitläufiges, vollständiges Werk, verständlich geschrieben, obschon das Versprechen alles gründlich zu beweisen, nicht überall durchgeführt ist. Mair war Lehrer in Ayr, später Rektor an der Perth Akademie und Verfasser von Schulbüchern über verschiedene Fächer.

In Irland erschien 1759 die Practical Arithmetic von einem Quäker John Gough (1721—1791), Schriftsteller und Lehrer in Cork und Dublin. Das Rechenbuch enthält Fragen und Antworten, einige davon in Versen: „Q. What is subtraction? A. Subtraction from a greater takes a less, and thereby shews the difference or excess". Nach De Morgan[2]) soll die zweite Auflage große Erweiterungen erfahren haben, während die späteren für Schulzwecke wieder reduziert wurden. Der Name des Schriftstellers wurde in Irland ein Synonym der Arithmetik, und als gegen Mitte des 19. Jahrhunderts Thomsons Werk Eingang fand, erhielt es den Namen „Thomson's Gough"[3]).

Eines der brauchbarsten Bücher damaliger Zeit war The Tutor's Assistant von Francis Walkingame, dessen 28. Ausgabe in London 1798 gedruckt wurde. Eine Ausgabe davon erschien[4]) in London 1844.

Englische Rechenbücher legen großes Gewicht nicht nur auf Dezimal-, sondern auch auf Duodezimalbrüche. Ein Werk, The Measurer's Best Companion; or Duodecimals brought to Perfection, von Thomas Sutton, 1785 in Great-Yarmouth gedruckt, erklärt diesen Gegenstand mit großer Vollständigkeit. Es wird erzählt, daß

[1]) Allibones Dictionary of Authors. [2]) Ebenda, S. 79, 80. [3]) Ebenda, S. 80. [4]) Ebenda, S. 80.

ein Lehrer am Pembroke College auf der Universität Cambridge einem Studenten einmal folgenden Rat gab: „Vernachlässigen Sie keineswegs die Duodezimalen. Ich wurde Senior Wrangler 1767 durch meine Kenntnis der Duodezimalen."[1])

Das Rechnen mit periodischen Dezimalbrüchen, welche schon in älteren englischen Büchern eine hervorragende Stelle erhielten, wurde theoretisch 1768 von John Robertson (1712—1776), damals Bibliothekar der Royal Society, früher Lehrer der Mathematik in Portsmouth, in einem Artikel erklärt[2]). Die Werte periodischer Dezimalbrüche werden durch Summation geometrischer Progressionen gefunden. In einem anderen Aufsatz erläutert er zwanzig Fälle in der Zinseszinsrechnung, worin jede der fünf Größen (Annuität, Zeit, Prozent, Betrag, Kapital) auf vier verschiedenen Wegen aus den übrigen hergeleitet wird[3]). Diese Schrift führt er als die Vervollständigung einer Arbeit des William Jones vor. Eine andere[4]) über die Konstruktion der Logarithmen durch Reihenentwicklung schreibt er ganz diesem William Jones zu.

Eine mathematische Gesellschaft existierte zu Spitalfields in London von 1717 bis 1845. Sie war also jünger als die Hamburger und älter als die Amsterdamer Gesellschaft. Sie war von Joseph Middleton, einem Verfasser mathematischer Bücher, gegründet und hatte Dolland, Simpson, Saunderson, Crossley, Parvissen und Gompertz als Mitglieder. Anfangs waren die Mitglieder Arbeiter, viele davon Seidenweber. Es wurde von jedem erwartet, daß er seine Pfeife, seinen Krug und sein Problem mitbringe[5]).

Während des 18. Jahrhunderts gab es in England keine Journale, welche sich ganz der Mathematik widmeten, wohl aber mehrere, welche Abteilungen für Elementarmathematik enthielten. Die berühmtesten unter diesen waren The Ladies' Diary, gegründet 1704, und The Gentleman's Diary, welche 1840 vereinigt wurden. Thomas Simpson war Herausgeber der Ladies' Diary von 1754 bis 1760, und er rühmte von dieser Jahresschrift, sie hätte mehr zum Studium und Fortschritt der Mathematik beigetragen als die Hälfte der Bücher speziell für diesen Zweck geschrieben[6]).

[1]) C. Wordsworth, Scholae Academicae, 1877, p. 73. [2]) Philosophical Transactions (London), Vol. 58, for the year 1768, p. 207—213. [3]) Ebenda, Vol. 60, for the year 1770, p. 508—517. [4]) Ebenda, Vol. 61, for the year 1771, p. 455—461. [5]) A. De Morgan, Budget of Paradoxes, p. 80, 232, 451; S. E. Morgan, op. cit. p. 123; P. A. Mac Mahon, Address before Section A, British Asia, Report 71, 1901. [6]) Andere periodische Schriften, welche sich teilweise der Elementarmathematik widmeten, waren The Palladium, 1749—1777 von Robert Heath als ein Rival der Ladies' Diary veröffentlicht; Miscellanea

In den Kolonien von Nordamerika wurden im 18. Jahrhundert hauptsächlich Rechenbücher von Großbritannien importiert[1]). Die erste amerikanische Auflage eines großbritannischen Werkes, welches ganz dem Rechnen gewidmet ist, war die Arithmetick: or, That necessary Art made most easie von James Hodder[2]), Boston 1719. 1779 erschien in Philadelphia ein Neudruck des populärsten englischen Werkes des 17. Jahrhunderts, nämlich Edward Cockers Arithmetick. Weitere Verbreitung als diese zwei hatte Thomas Dilworths Schoolmaster's Assistant, wovon wenigstens acht amerikanische Auflagen gedruckt wurden[3]). Es wurden hier auch die Rechenbücher von Daniel Fenning, John Gough und „George Fisher" gedruckt.

Das erste Werk aus der Feder eines amerikanischen Schriftstellers ist die Arithmetick, Vulgar and Decimal, Boston 1729. Das Buch ist anonym, wird aber Isaac Greenwood (1702—1745) zugeschrieben[4]). Ungleich den obengenannten ausländischen Werken setzt es die Kenntnis der Grundoperationen voraus und macht einigen Anspruch an die Denkkraft der Schüler. Vielleicht aus diesen Gründen fand es sehr geringe Verbreitung. Isaac Greenwood war Professor der Mathematik und Naturphilosophie an der Universität Harvard von 1727 bis 1738.

Scientifica Curiosa, Vol. I, 1766, mit Charles Hutton als Mitarbeiter; The Scientific Receptacle, von Thomas Whiting 1791 in London gegründet; The Stockton Bee: or Monthly Miscellany, 1793; The Gentleman's Mathematical Companion, von 1798 bis 1804 jährlich in London gedruckt. Diese Schriften standen mir zu Washington in der Bibliothek des Herrn Dr. Artemas Martin zur Verfügung. Es gab mehrere andere Journale gleicher Art, z. B. The Mathematical Magazine and Philosophical Repository von G. Mitchell, T. Moss und anderen, 1761; Huttons Mathematical Miscellany, The London Magazine, The British Oracle. (Vgl. T. T. Wilkinson, Memoir of the Rev. John Lawson, Manchester 1854; Bolton, Catalogue of Scientific and Technical Periodicals, 1665—1895, Washington 1897.)

[1]) Holländische Einwanderer des 17. Jahrhunderts brachten die Coffer-Konst von Pieter Venema († 1612) mit. Dies Buch war so hoch geschätzt, daß 1730 in New York eine englische Übersetzung davon gedruckt wurde (F. Cajori, The Teaching and History of Mathematics in the U. S., Bureau of Education Washington 1890, p. 13). [2]) Die erste Auflage erschien in London 1661 (August de Morgan, op. cit. p. 46). [3]) Philadelphia 1769, Hartford 1786, New York 1793 und 1806, New London 1797, Philadelphia 1805, Brooklyn 1807, Albany 1824. [4]) Eine ausführlichere Beschreibung des Werkes findet man in „Notes on the History of American Text-books on Arithmetic" by James M. Greenwood and Artemas Martin in The Report of the Commissioner of Education for 1897—1898, Washington, D. C., p. 802—805; Cajori, op. cit. p. 14.

Erst über fünfzig Jahre später begegnen wir einem zweiten amerikanischen Autor, dem Nicolas Pike, dessen New and Complete System of Arithmetic 1788 in Newburyport gedruckt wurde. Nicolas Pike (1743—1819) absolvierte die Universität Harvard und war während vieler Jahre Lehrer in Newburyport. Seine Arithmetik enthielt auch ganz kurze Kapitel über Logarithmen, Trigonometrie, Kegelschnitte und Algebra.

In der Beweismethode des arithmetischen und algebraischen Teils galt ihm Bonnycastle als Vorbild. Alle Beweise erscheinen als Anmerkungen in kleinerem Druck. Während dreißig Jahren wurde das Werk viel gelesen; anfangs diente es als Text für den mathematischen Kursus auf den Kollegien. Es wurde von Professoren mehrerer amerikanischen Kollegien empfohlen und Georg Washington sandte dem Autor einen Brief, worin er seine Anerkennung ausdrückte.

Als nach dem Revolutionskrieg die Vereinigten Staaten 1789 zu der Verfassung gelangten, die sie noch heutzutage haben, und die Früchte der erstrittenen Freiheit zu genießen anfingen, erhielt das Schulwesen auch neuen Aufschwung. In dem Zeitraum 1789—1799 erschienen über ein Dutzend neuer Rechenbücher[1]), von denen The Schoolmaster's Assistant von Daboll, New London 1799, das hervorragendste war. Es legt auf Dezimalbrüche viel größeres Gewicht als damals üblich war. Nathan Daboll (ungefähr 1750 bis 1818) war Lehrer in Connecticut.

1792 wurde ein neues Münzsystem eingeführt. Seit dem ersten Gepräge 1794 verdrängten dollars und cents allmählich die englischen pounds und shillings. Die Rechenbücher schlossen sich der neuen Ordnung an. Durch diese Münzveränderung wurden die ausländischen Schriftsteller Dilworth und Cocker aus amerikanischen Schulen allmählich verdrängt. Zu erwähnen ist noch, daß The American Accomptant von Chauncy Lee, welches 1797 in Lansingburgh erschien, das früheste Rechenbuch ist, worin das Dollarzeichen $ sich vorfindet[2]). Nicolas Pike gab 1788 für mills, cents, dimes, dollars folgende Abkürzungen: m, c, d, D. Lee schreibt, ohne weitere Erklärungen, für mill /, cent //, dime $\cancel{/}$, dollar $\cancel{//}$. In Handschriften von Robert Morris, dem Finanzier der Revolution, findet man das Dollarzeichen $ schon 1793. Gründliche Studien über den Ursprung des Zeichens sind nicht vorgenommen worden; man hat aber wenigstens sieben verschiedene Hypothesen darüber[3]).

---

[1]) Vide Greenwood and Martin, op. cit. p. 809—814; Cajori, op. cit. p. 46, 47. [2]) Greenwood and Martin, op. cit. p. 812. [3]) Vgl. Malcolm Townsend, U. S.; an Index to the United States of America, Boston 1890, S. 420.

In dem Lesen der Zahlen und in der Ausführung der vier Rechnungsarten mit ganzen Zahlen sind während der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts keine neuen Methoden erschienen, wohl aber ist ein Fortschritt zu größerer Übereinstimmung über den relativen Wert der verschiedenen Methoden und ein allmähliches Verwerfen der komplizierteren derselben wahrnehmbar. Die Wörter Billion, Trillion usw. werden in allen europäischen Ländern, außer Frankreich, sowie auch in den Staaten von Nordamerika, als 10^{12}, 10^{18} usw. definiert. Den Gebrauch dieser Wörter im Sinne von 10^9, 10^{12} usw. findet man schon in der Arithmétique von G. Trenchant, Lyon 1566; der Gebrauch wurde in Frankreich im 17. Jahrhundert allgemein[1]). Daß hier und dort ein Rechenbuch zu finden ist, welches die Wörter Billion, Trillion, ja sogar das Wort Million noch gar nicht gebraucht, ist nicht auffallend[2]). Das Alte läßt sich nicht so leicht verdrängen.

S. F. Lacroix[3]) bemerkt, daß man im Handel statt billion das Wort milliard brauche. F. Legendre schreibt milliars. Wir haben milliard in praktischen französischen Rechenbüchern allgemein gefunden; Barrême und Pierre Sénebier[4]) schreiben auch milliasses für trillions. In der Arithmétique raisonnée et demontrée, welche Leonhard Euler zugeschrieben wird[5]), heißt 10^9 milliard,

[1]) Encyclopédie des sciences mathématiques, Ed. Française, Tome I, 1904, p. 17. [2]) Das Wort Million ist z. B. in De Vernieuwde/Cyfferinge van Mr. Willem Bartjens, Herstelt, vermeerdert ende verbetert Door Mr. Jan van Dam, . . . Amsterdam 1771, nicht zu finden. Dort ist 1000000 = Dupzendmaal-Dupzend. Ähnliches findet man in J. C. Huths Die kürzeste, bequemste und leichteste Art zu Rechnen, Halberstadt 1774 (wie wir aus der Geschichte des Unterrichts in den mathematischen Lehrfächern in der Volksschule, bearbeitet von E. Jänicke und G. Schurig, Gotha 1888, S. 17, entnehmen). In dem Abbaco ovvero Pratica Generale Dell' Aritmetica . . . esposto da Girolamo-Pietro Cortinovis, maestro d'Aritmetica Pratica. Quarta Edizione. Venezia 1759, wird das Wort Billion nicht gebraucht, und 976000000000000 = novecento, e settantasei milioni, di milioni. [3]) Traité élémentaire d'arithmétique, Paris 1807, p. 5. [4]) Sénebier, Traité d'arithmétique, Lausanne 1774, p. 7. [5]) L'arithmétique raisonnée et démontrée, oeuvres posthumes de Léonard Euler, traduite en françois par Daniel Bernoulli, directeur de l'Observatoire de Berlin etc. Corrigée et considérablement augmentée par M. De la Grange, Berlin, chez Voss & fils et Decker & fils, 1792. Man glaubte zunächst in diesem Werke eine französische Übersetzung von Eulers 1738—40 erschienenen, jetzt sehr seltenen Einleitung zur Rechenkunst zu sehen, aber P. H. Fuß und G. Valentin sind der Ansicht, daß hier ein literarischer Betrug vorliegt, und daß Euler, Daniel Bernoulli und Lagrange kein Wort von diesem Werke geschrieben haben. Fuß führt im Bull. Ac. Petrop. Classe math. 9, 1851, S. 340—341 die ersten Sätze des Werkes von 1738 und desjenigen von 1792 an und findet keine Ähnlichkeit zwischen beiden. Auch hebt er hervor, daß Daniel Bernoulli nie directeur de l'observatoire de Berlin war und nicht

10^{12} billiard, 10^{15} trilliard. Hätte sich diese Sprachweise erhalten, wäre man heutzutage von Verwirrung frei; es würden 10^9, 10^{12}, 10^{15} milliard, billiard, trilliard, und 10^{12}, 10^{18}, 10^{24} billion, trillion, quadrillion heißen.

Es ist bemerkenswert, daß das seit Anfang des 16. Jahrhunderts in Spanien von Ciruelo und Ortega gebrauchte Wort cuento für 10^6 (siehe Bd. II[2], S. 386, 387) sich erhalten hat und von Perez de Moya und Bails in ihren von uns früher angeführten Werken dem Worte millone vorgezogen wird. Für 10^{12} schreibt Bails bicuentos und Perez de Moya cuento de cuento.

Die Ausführungen der Addition und Multiplikation waren mit den jetzigen Methoden identisch. Im Multiplizieren fing man allgemein mit der niedrigsten Ziffer des Multiplikators an. Einige Autoren aber machen darauf aufmerksam, daß vorteilhaft mit der höchsten Ziffer des Multiplikators angefangen werden kann[1]). Es werden drei Arten des Subtrahierens gelehrt. Wenn eine Ziffer im Subtrahend

der Übersetzer von Eulers Algebra ist. In der Vorrede des Werkes von 1792 heißt es nämlich: „le fameux Bernoulli, traducteur de l'Algèbre de ce savant [Euler], a cru rendre service au public, en traduissant un Ouvrage . . ." Valentin hebt in der Bibliotheca Mathematica N. F. 12, 1898, S. 49 hervor, daß in Quérards La France littéraire III, 1829, p. 233 ein Werk, L'arithmétique démontrée, opérée et expliquée von C. F. Gaignat de L'Aulnays de Nantes, Paris 1770, angeführt wird, mit der Anmerkung: „Cet ouvrage a été reimpr. en 1792 comme un ouvrage posthume de Léonard Euler, etc." (folgt der obige Titel). Wir haben zwei verschiedene Ausgaben der Eulerschen Arithmetik vom Jahre 1792 gesehen, die sich aber nur durch das Titelblatt, einen Satz in der Vorrede und eine kurze Anmerkung unterscheiden. Der Titel der anderen Ausgabe lautet: „L'arithmétique raisonnée et démontrée, oeuvres posthumes de Léonard Euler, traduite en françois par Bernoulli, directeur de l'Observatoire de Berlin etc. (Berlin, chez Voss & fils et Decker & fils, 1792"). Der letzte Satz in der Vorrede der ersten Ausgabe, welcher sich auf Lagrange bezieht, wird weggelassen. Auf S. 616 der zweiten Ausgabe wurde hinzugefügt: „De l'Imprimerie de Grangé, rue de la Parcheminerie". Bisher ist es niemandem möglich gewesen, alle in Frage kommenden Werke einsehen zu können, weshalb die Geschichte des Werkes nicht definitiv bestimmt ist. In den Oeuvres complètes en François de L. Euler, publiées par M. M. Dubois et Drapiez in Belgien wurde die Arithmetik des Jahres 1792 als echt angenommen und 1839 als dritter Band herausgegeben. Um sie den damaligen Schulbedürfnissen anzupassen, wurde sie so gründlich bearbeitet, daß sie mit dem Buche des Jahres 1792 beinahe keine Ähnlichkeit hat. Von nun an werden wir letzteres als „Euler-Bernoulli" zitieren.

[1]) Z. B. W. J. G. Karsten, Lehrbuch der gesamten Mathematik. Der Erste Theil, Greifswald 1767, S. 128; John Mair, Arithmetic, 1794, S. 59; Lagrange, Math. Elementarvorlesungen, deutsche Separatausg. von Dr. H. Niedermüller, Leipzig 1880, S. 22, 23.

größer ist als die darüber stehende, so wird in ungefähr dreiviertel der Rechenbücher eine Einheit von der nächst höheren Ziffer im Minuend geborgt und wird dann vielleicht mit einem Punkte bezeichnet, daß letztere sodann um eins weniger gelte. Statt die folgende Ziffer des Minuenden um eine Einheit zu verkleinern, wird in der zweiten Methode die folgende Stelle im Subtrahenden um eins vermehrt. Diese Erklärung findet man öfter in französischen und italienischen als in deutschen Werken. Manche Schulbücher enthalten beide Methoden. In den Vorlesungen von Laplace, 1795 auf der Normalschule in Paris gehalten, werden beide Arten erklärt[1]). In einem dritten Verfahren, welches selten erscheint, wird, wie früher bei Riese und Rudolff, die untere Ziffer erst von der geborgten 10 abgezogen und die obere Ziffer hernach dazu addiert. Michelsen gibt noch einen anderen Weg. Man ziehe die Ziffer des Minuenden von der Ziffer des Subtrahenden ab, und subtrahiere den Rest von neuem von 10, und lasse dann die folgende Ziffer des Minuenden eins weniger gelten[2]). In allen von uns gelesenen Werken sagt man: 2 von 5 bleibt 3; niemals wird 2 und 3 macht 5 angegeben. Die Operation geht beinahe immer von rechts nach links.

Division ist eine bedeutend schwierigere Operation, wofür zur Zeit der Renaissance viele Methoden vorgeschlagen wurden. Gegen Ende des 18. Jahrhunderts findet der Sturz der während zweier Jahrhunderte gemeinen Divisionsformen statt und größere Uniformität in den Operationen tritt ein. Die Rechenmeister der Zeitperiode 1759 bis 1799 reden von zwei Hauptmethoden, die um die Herrschaft kämpften, 1. das Übersich- oder Oberwärtsdividieren, oder die Turmmethode, 2. das Untersich- oder Unterwärtsdividieren. Diese Einteilung der damals bekannten Divisionsformen ist nicht fundamental. Die Hauptfrage ist nicht, ob man oberwärts oder unterwärts fortschreiten solle; wohl aber, ob man die Teilprodukte sofort abziehen solle oder nicht, ob im Bilden der Produkte man mit der höchsten oder mit der niedrigsten Ziffer des Divisors anfangen solle, und was überhaupt die anschaulichste Anordnung der Ziffern sei. Die verschiedenen Divisionsarten, welche in dieser Zeitperiode gebraucht wurden, lassen sich so anordnen, daß man stufenweise von einer extremen Form zur anderen fortschreiten kann. Unten machen wir dies an folgenden Beispielen klar:

[1]) Journal de l'école Polytechnique ou Bulletin du Travail fait à cette école, 7. et 8. cahiérs, Tome II, A Paris 1812. Leçons de Mathématiques, données à l'école normale, en 1795 par M. Laplace, p. 8. [2]) Versuch in Socratischen Gesprächen usw. von J. A. C. Michelsen, I. Bd., 1784, S. 133.

A B C} D E F G H
a b c}

Wir haben hier zwei Anordnungen, A B C D E F G H und a b c D E F G H. Die Divisionsarten a, b, c unterscheiden sich von A, B, C darin, daß man in ersterer beim Bilden der Teilprodukte mit der ersten Ziffer zur Linken anfängt und nach rechts geht, während in letzterer man mit der ersten Stelle zur Rechten anfängt und nach links schreitet.

A.

32
3188 quotient
6754 18 reste 328
3577
35

F. Le Gendre[1]), 1774
(6754 : 357).

a.

1
2
37
49|6
801
1977|3
56331 | $118\frac{163}{476}$
47666
477
4

Christian Pescheck[2]), 1759
(56331 : 476).

B.

Diviseur 469 | 387046
Produit 825 11861
242
1

„Euler-Bernoulli", 1792, p. 173
(387046 : 469).

b.

2 1
3232|1
55553|2
090254
346 | 2125500|1 | $258594\frac{121}{346}$
89473645

Johann Friedrich Heynatz[3]),
1780 (89473645 : 346).

[1]) L'arithmétique en sa perfection, mise en pratique selon l'usage des financiers, gens de pratique, banquiers, et marchands . . . par F. Le Gendre, Arithméticien, Dernière édition, corrigée . . ., Paris 1774, p. 50. [2]) M. Christian Peschecks . . Deutliche Erklärung derer Kaufmann- und öconomischen Rechnungen, als da sind: Thara- und Fusti-Rechnung; . . ., Budissin 1759, S. 11. [3]) M. Johann Friedrich Heynatz, Rektors zu Frankfurt an der Oder, Handbuch . . ., Zweiter Theil, welcher ein ausführliches Rechenbuch enthält. Zweyte vermehrte und verbesserte Auflage. Berlin 1780, S. 106.

C.

Dividende	Diviseur
4787	
108	37
347	129
14	

„Euler-Bernoulli“, 1792, p. 165
(4787 : 37).

c.

346 | 89473645 | 258594 $\frac{121}{346}$
21255001
090254
555532
323211
2 1

Johann Friedrich Heynatz,
1780, S. 106.

D.

4
203
17812
123456 | 233
105644 | 528
1588
15

Barrême, 1764, p. 227
(123456 : 528).

E.

122
4267
34 | 72685 | 2137
68
34
102
238

John Mair[1]), 1794
(72685 : 34).

F.

72634 | 2594 $\frac{2}{28}$
28
56
166
28
140
263
28
252
114
28
112
2

Johann Georg Prändel[2]), 1795
(72634 : 28).

G.

		Divisore	Dividendo
7980.	1.	7980	148431
15960.	2.	Quoz:	18
23940.	3.		7980
31920.	4.		68631
39900.	5.		63840
47880.	6.	Residuo	4791
55860.	7.		
63840.	8.		
71820.	9.		

Odoardo Gherli[3]), 1770
(148431 : 7980).

[1]) John Mair, Arithmétic, Rational and Practical, Edinburgh 1794, p. 89. [2]) Johann Georg Prändels ... Arithmetik ... München 1795, S. 47. [3]) Gli Elementi Teorico-Pratici delle matematiche pure del Padre Odoardo Gherli, Domenicano ... Tomo I, Modena 1770, p. 19.

H.

75347 | 53
53 | 1421 $\frac{34}{53}$
223
212
114
106
87
53
34

Étienne Bézout[1]), 1797
(75347 : 53).

In A. und a. werden die Teilprodukte sofort abgezogen, die Reste über den Dividend geschrieben, der Divisor unter den Dividend gesetzt und nach rechts gerückt, und jede Ziffer durchgestrichen, sobald man damit fertig ist. A. wird von „Euler-Bernoulli“ 1792, von Pescheck 1741 und von Barrême 1764 division à l'Espagnole genannt. a. heißt bei Pescheck die gemeine Art, bei Barrême die division à la Françoise, bei „Euler-Bernoulli“ à la Françoise briève, bei J. F. Maler[2]) 1765 das Teutsche Dividieren. Über die Divisionen aufwärts sagt Johann Georg Prändel[3]): „Ihr Aussehen ist sehr geschmeidig; aber sie haben die Beschwerlichkeit, daß sich ein begangener Fehler nicht so leicht entdecken läßt, wie beym Abwärtsdividieren, folglich meistens die Operation von Neuem angefangen werden muß“. „Ich bin überzeugt,“ sagt Heinatz[4]) 1799, „daß die meisten Menschen darum nicht ordentlich rechnen, weil ihnen die Turmmethode des Dividierens zu viel Schwierigkeiten macht.“

In b. wird der Divisor links und nur einmal geschrieben, während in c. die Reste unten gesetzt werden. Letztere wird von Pescheck die welsche Art und von „Euler-Bernoulli“ division à la Françoise longue genannt. Schon über 200 Jahre früher erwähnt Rudolff diese französische Manier des Rechnens[5]).

In B. wird der Divisor nur einmal geschrieben. Divisor und

[1]) Cours de Mathématiques, à l'usage du corps de l'Artillerie. Par M. Bézout ... Tome Premier, ... à Paris 1797, v. st. An V, p. 44. [2]) Kurzer und deutlicher Unterricht zum Rechnen ... Jacob Friderich Maler ... zweite und verbesserte Auflage, Carlsruhe 1765, S. 62. [3]) Op. cit. S. 50. [4]) Jänicke und Schurig, op. cit. S. 58. [5]) Sterner, op. cit. S. 279.

Quotient werden links gesetzt, und die Reste unter den Dividend. Bei „Euler-Bernoulli" heißt diese Art division à l'italienne longue. „Diese Art des Dividirens ist die kürzeste unter allen, und ob sie gleich auch nicht leicht ist, so muß man doch um des daraus zu hoffenden Nutzens willen die auf ihre Erlernung zu wendende Mühe nicht achten."[1]).

C. ist der vorigen Form sehr ähnlich. Der Divisor und Quotient stehen rechts, und Ziffern werden nicht durchgestrichen. „Euler-Bernoulli", sowie Barrême, nennen diese Art division à l'italienne briève.

In D. werden die vollständigen Produkte unter den Dividend und die Reste über denselben gesetzt. Das sofortige Abziehen findet hier nicht statt. „Euler-Bernoulli" und Barrême geben dieser Form den Namen division à la Portugaise.

Eine ganz ähnliche Manier ist E., wo der Divisor links steht und Ziffern nicht durchgestrichen werden.

F. ist eine mit der heutigen beinahe identische Form, worin der Divisor für jede Multiplikation wiederholt wird. Dieser Divisor wird öfters in Klammern gesetzt oder weiter nach links geschrieben, um bei der Subtraktion weniger im Wege zu sein. Diese Art wurde in Deutschland viel gebraucht. Barrême nennt sie division à l'italienne longue und Pescheck die französische Art[2]).

In G. wird durch Hilfe der Addition das zweifache, dreifache usw. des Divisors gefunden, so daß man die Rechnung ohne Einmaleins, „ja sogar ohne Neppersche Stäbe"[3]) durchführen und den Quotienten ohne Raten finden kann[4]). „Das Dividiren ohne Ein mal Eins nennt man das Indianische"[5]).

H. ist eine alte Form, die Ende des 18. Jahrhunderts in den besten Werken alle anderen Arten verdrängt hatte. Um Verwirrung zu vermeiden, wird nach jeder Subtraktion die nächste Ziffer im Dividend mit dieser zum gebliebenen Reste heruntergezogenen Ziffer öfters mit einer geraden Linie verbunden; oder die Anzahl Ziffern, die noch nicht heruntergezogen sind, wird nach jedem neuen Teildividend durch Punkte angedeutet[6]).

[1]) Heynatz, op. cit. S. 114. [2]) Sterner, op. cit. S. 330. [3]) Heynatz, op. cit. S. 116. [4]) Es ist bemerkenswert, daß diese Divisionsart schon von Adrianus Romanus (1561—1615) in einer Schrift Nova Multiplicandi, Dividendi, Quadrata componendi, Radices extrahendi ratio, multò quam pervulgata certior, facilior, & majoribus maximè numeris accommodatio, erklärt wurde. [Vide H. Bosmans, S. J., „La Méthode D'Adrien Romain pour effectuer les calculs des grands nombres" in Annales de la Société Scientifique de Bruxelles, T. XXVIII, 2e partie.] [5]) J. F. Maler, op. cit. S. 62. [6]) J. F. Maler, op. cit. S. 63, nennt diese Methode die Portugiesische.

Um genauere Angaben über den Gebrauch der verschiedenen Divisionsarten zu machen, bemerken wir, daß von den Werken, die während der Jahre 1759—1799 gedruckt wurden und dem Übersichdividieren Aufmerksamkeit schenken, die meisten Ausgaben früher erschienener Werke sind. Von 103 mathematischen Büchern, die uns zur Einsicht vorlagen, sind Bartjens und Pescheck die einzigen, die das Übersichdividieren ausschließlich benutzen. Die ersten Auflagen beider Werke erschienen lange vor der Zeit, die wir jetzt betrachten. Nur 16 Bücher erklären das Oberwärts- sowohl als das Unterwärtsdividieren. Die übrigen — ungefähr fünfsechstel der ganzen Anzahl — erklären das Unterwärtsdividieren, nämlich eine oder mehrere der Formen C, F, G, H; gewöhnlich ziehen sie eine der Arten F, G, H der Form C vor.

Bei Dezimalbrüchen werden von etwa einviertel der Schriftsteller dieser Zeit die abgekürzten Multiplikations- und Divisionsmethoden erklärt. Die abgekürzte Multiplikation wird theoretischer- und praktischerseits in einer Abhandlung von Isidoro Bernareggi (1735 bis 1808), Priester und Professor der Mathematik an der königlichen Schule zu Lodi, behandelt[1]). Bernareggi untersucht die Anzahl der Dezimalstellen in den Faktoren, welche notwendig sind, damit der Fehler im Produkte eine vorgelegte Grenze nicht übersteige. In der Ausführung der Multiplikation schreibt er die Ziffern des Multiplikators in entgegengesetzter Reihenfolge. In seiner Aritmetica riformata, Milano 1797, werden diese Ideen für Schulzwecke dargestellt.

Ein anonymes Werkchen über den gleichen Gegenstand, Essai sur les nombres approximatifs, Paris, an VII — 1799, wird Jean Antoine François Massabiau (1765—1837) zugeschrieben[2]) welcher ein eifriger Anhänger der Prinzipien von 1789 war und 1795 die Normalschule in Paris besuchte. In diesem Aufsatze stellt er sich die Aufgabe, allgemeine Formeln für die durch Kombination annähernder Zahlen entspringenden Fehler herzuleiten. Soll z. B. eine solche Zahl N durch eine andere N' dividiert werden, wo Q und Q' beziehungsweise die genauen Werte darstellen, so daß $Q = N \pm e$ und $Q' = N' \pm e'$, dann wird der Fehler $(\pm N'e \mp Ne') : N'(N' \pm e')$. Von den vier Werten, welche dieser Ausdruck annehmen kann, ist $(N'e + Ne') : N'(N' - e')$ der größte. Wenn $e = e' = \frac{1}{2}(10^{-n})$, und $\pm x$ die Entfernung vom Dezimalpunkte der höchsten Ziffer im Quotienten

[1]) Memorie di matematica e fisica della società Italiana, Tomo VI, Verona 1792, p. 1—70. [2]) Biogr. Universelle (Michaud).

$N:N'$ darstellt, während y dieselbe für $10^n N'$ repräsentiert, dann hat man, für $N > N'$, $z = x + n + 1 - y$ und, für $N < N'$, $z = n + 1 - y$, wo der Fehler im Quotient kleiner als $10^z : 2(10^n)$ sein soll. Man soll z. B. die Anzahl Dezimalstellen finden, um, in der Division von $Q = 63.04545\ldots$ mit $Q' = .6666\ldots$, den Fehler $< \frac{1}{2}(10^{-2})$ zu machen. Hier ist $x = 2$, $y = n$, $z = n - 2$, folglich $n = 5$, die erforderliche Anzahl Dezimalstellen im Dividend und Divisor.

Die Zeichensprache der Arithmetik und Algebra hatte in der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts bedeutende Vollständigkeit und Uniformität erlangt. Die Zeichen + und − findet man beinahe überall. In mehreren holländischen Werken und einem deutschen Werke[1]) sind wir statt − dem alten Rudolffschen Zeichen ÷ begegnet. In der Maandelykse mathematische Liefhebbery, 1754—69, wird ÷ regelmäßig als Subtraktionszeichen geschrieben. Wie unten angedeutet, galt ÷ in England als Divisionszeichen und auf dem Festlande als Symbol einer arithmetischen Progression. In dieser Liefhebbery findet man auch die eigentümliche Bezeichnung von $\sqrt{}\frac{4225}{65}$ als $\sqrt{4225} = 65$, und $\frac{x+1}{xx+2x+1}\sqrt{}$ als

$$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1.$$

Außer in der Proportionenlehre hatte = in allen Gebieten der Rechenkunst als Zeichen der Gleichheit sich eingebürgert. Während der ersten Hälfte des 18. Jahrhunderts verschwanden die letzten Spuren[2]) des Descartesschen $\propto$. Auch in der Proportionenlehre war = in Deutschland üblich. Leibniz' Sprache folgend wurde dort beinahe immer für geometrische Proportion $a:b = c:d$ oder $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ geschrieben, während in Frankreich, Spanien, Portugal, Italien und England das Oughtredsche Zeichen :: allgemeinen Beifall genoß und $a:b::c:d$ die gewöhnliche Bezeichnungsart war. Überhaupt herrschte damals bedeutende Verschiedenheit in der Zeichensprache für arithmetische und geometrische Proportionen und Pro-

1) Arithmetisches Handbuch für Lehrer in den Schulen . . . von Carl Christian Illing, Dresden-Friedrichstadt 1793, S. 11. 2) M. Gallimard in seiner Méthode Théorique et Pratique D'Arithmétique, D'Algèbre et de Géométrie . . ., Paris 1753, p. 26, sagt: = signifie est égale à, $\propto$ signifie tout simplement, égal à, ou qui est égal à. Er schreibt S. 42: „Donc $x \propto \frac{90}{6} = 15$". Odoardo Gherli, op. cit., 1770, Tomo I, p. 6, erinnert den Leser daran, daß „Il Cartesio in vece di = usa il segno $\propto$".

gressionen. Für die Regeldetri hatte man in früheren Jahrhunderten verschiedene Bezeichnungen. Als im 18. Jahrhundert diese Regel mehr und mehr als eine Anwendung der Proportion, der Gleichheit zweier oder mehrerer Verhältnisse, aufgefaßt wurde, fand die frühere Zeichensprache dieser Regel öfters Eingang unter den Proportionssymbolen. Bartjens[1]) 1771 schreibt $\overset{\text{elle}}{4} — \overset{\text{guld.}}{9} — \overset{\text{elle}}{16}$. Für das unbekannte vierte Glied gibt er gar kein Symbol. Pescheck 1759 und viele andere tun desgleichen. Thomas Dilworth[2]) klagt, daß einige Meister lange Striche statt Punkte gebrauchen, um die Glieder zu trennen, was nicht recht sei, weil in $a:b::c:d$ die : zeigen, daß die zwei ersten und die zwei letzten Glieder in gleicher Proportion seien, während das :: die zwei Paare trenne und zugleich zeige, daß das zweite Glied zum dritten sich nicht wie das erste zum vierten verhalte. Die Proportion als die Gleichheit zweier Verhältnisse ist von Dilworth noch nicht klar erfaßt. Rivard[3]) schreibt 1768 eine geometrische Proportion $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ oder $a.b::c.d$. M. l'Abbé Maries Auflage von De la Caille[4]) schreibt $a.b::c.d$ oder $a:b::c:d$; während die lateinische Auflage des De la Caille[5]) 1762 und die italienische Auflage von Boscovich[6]) 1796 $a:b::c:d$, $a:b = c:d$, oder $a|b\|c|d$ enthalten. Die lateinische Übersetzung gibt auch $a.b::c.d$, und die italienische $\frac{a}{b} = \frac{e}{d}$.

Die arithmetische Proportion deuteten Rivard, De la Caille und Bézout[7]) durch $a.b:c.d$ an. In deutschen Büchern findet man öfters $a.b = c.d$ oder $a - b = c - d$. Mit Recht klagt Scheibel[8]), daß wenn $a.b = c.d$ geschrieben wird, man den Punkt mit dem Multiplikationszeichen leicht verwechseln könne.

Die geometrischen und arithmetischen Progressionen wurden noch immer in die Rechenbücher aufgenommen. Allgemein brauchte man ∺ als das Symbol der geometrischen Progression (∺ 1 . 2 . 4 . 8 . 16) und, mit der Ausnahme von England, öfters ÷ als das Symbol der

1) Bartjens-Jan van Dam, op. cit. S. 36. 2) Thomas Dilworth, op. cit., unter The Explication of some Marks used in this Compendium. 3) Éléments de Mathématiques par M. Rivard, Professeur de Philosophie en l'Université de Paris. Sixième Édition, Revue et augmentée de nouveau par l'Auteur. A Paris 1768, p. 135. 4) Leçons de Mathématiques par M. l'Abbé de la Caille, avec des augmentations par M. l'Abbé Marie, Paris 1770, p. 148. 5) De la Caille, Lectiones . . . a C.[arolo] S.[cherffer] e S. J. Viennae, Pragae, et Tergesti 1762, p. 76. 6) Elementi . . . del Padre Ruggero Giuseppe Boscovich. Editione terza italiana . . . in Venezia 1796, p. 115. 7) Bézout, op. cit., Tome I, p. 128. 8) Einleitung zur Mathematischen Bücher Kentnis, Breslau 1781, Bd. I, S. 679.