最適課税構造と監査戦略

佐藤, 秀樹

https://doi.org/10.15017/3000082

出版情報：経済論究. 88, pp.107-122, 1994-03-31. 九州大学大学院経済学会
バージョン：
権利関係：

最適課税構造と監査戦略

佐　藤　秀　樹

1. 序

本稿の課題は不完全情報下の納税者及び監査官の相互依存関係をゲーム分析し，その結果として発生する税収を確保するための最適課税を考察することである。

不完全情報下の納税者の行動については，特に，70年代前半の Allingham and Sandmo (1970), Srinivasan (1972), 及び Kolm (1973) 以来，現在に至るまで多数の文献が存在するが，本稿のモデルは脱税モデルの系譜の上で80年代の，例えば，Graetz, Reinganum, and Wilde (1986), Reinganum, and Wilde (1986), Beak and Jung (1989), 及び Beck, Davis and Jung (1989) のゲーム論モデルに関連している。そして，特に，Graetz, Reinganum, and Wilde (1986) の拡張に照準を合わせている：本稿のモデルの主要な問題意識は，第1に，Graetz, Reinganum, and Wilde (1986) の税務当局の税収最大化行動を監査当局の発覚最大化行動と課税当局の厚生最大化行動とに分離し，納税者—監査官ゲームの均衡戦略下における最適税率を内生化することであり，第2に，Graetz, Reinganum, and Wilde (1986) のコストリーな監査に加えてコストリーな脱税を考慮し，コスト構造と均衡戦略との関係を拡張することである。

以下の構成に関して，次節では納税者—監査官ゲームの定義及び均衡戦略の導出が行われ，第3節では均衡戦略下の最適課税の導出が行われ，最後に，第4節は結語にあてられる。

2.　モデル

2.1　申告と監査

本稿において我々は納税者及び監査官の2人のプレイヤー間で行われる以下のゲームを考える。先ず，簡単のため，納税者の所得は低所得 (I_L) 及び高所得 (I_H) の2種類であり，いずれも正の水準であるものとする：$0<I_L<I_H$. そしてこれら2種類の所得が全納税者にわたってランダムかつ独立に分布しているものとする。任意のある納税者の所得が高所得である確率は $q(0<q<1)$ であり，また，低所得である確率は $1-q$ であるものとする。そしてこの確率は外生的に与えられているものとする。

納税者は税務当局に対する所得申告を義務づけられているものとする。しかし，納税者の真の所得水準は納税者自らには既知であるが，監査官には未知であるものとする。すなわち，所得に関する不完全情報を仮定する。このため申告所得が必ずしも真の所得と一致しているとは限らず，納税者の虚偽申告及び監査官による税務調査の可能性が生じることになる。ここで課税は申告所得に対して所定の税率で行われるものとする。この税率は高所得に対する税率 (T_H) 及び低所得に対する税率 (T_L) の2種類が設定されており，いずれも支払い可能な水準に設定されているものとする：$0\leqq T_L\leqq I_L$, $0\leqq T_H\leqq I_H$, $0\leqq T_L\leqq T_H$.

監査はコストリーであり，監査された納税者は確実にその真の所得が発覚するものとする。すなわち，監査官にとって所得情報は不完全であるが，コストリーな監査の実施により観察可能となる。但し，この監査により他の納税者の所得情報は得られないものとする。ここで監査コストを $c(c\geqq 0)$ で表し，外生的に与えられているものとする。この監査により虚偽申告が発覚した納税者は，所定の課税に加えて，所定の加算税 $F(F>0)$ が課されるものとする。また，正直に所得を申告した納税者は監査されても所定の課税が行われるのみである。

ここで上述の定数 T_H, T_L, c, 及び F の間には $T_H-T_L+F>c>0$ なる関係が成立しているものとする。この関係は $T_H+F-c>T_L$ と書き換えることができて，虚偽申告者から監査の結果として得られる税収が監査を行わないときの税収を上回るように設定されていることを意味する。また，所得税及び加算税の合計は納税者にとって支払い可能な水準であるものとする：$T_L+F\leqq I_L$, $T_H+F\leqq I_H$.

上述のゲームをゲームツリーの形で表すと図1のように描くことができる。但し，N, T, 及び A は各々自然，納税者，及び監査官の手番を表し，a（あるいは n）は監査官の行動を表し，監査を行うこと（あるいは監査を行わないこと）を表している：

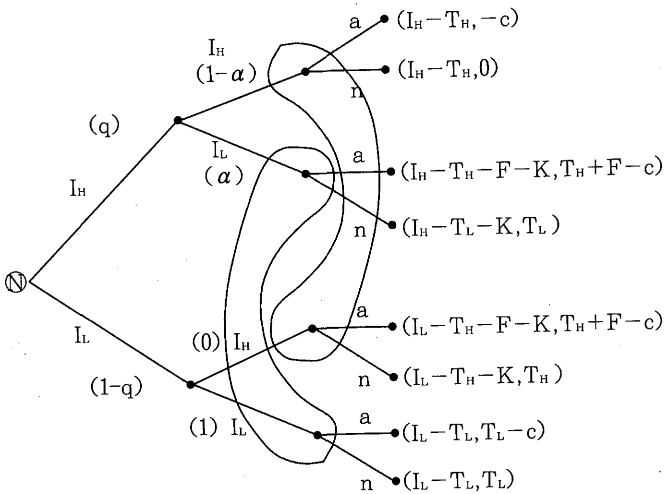

図1

2.2　申告戦略

次に，納税者の行動を定式化する：全納税者は危険中立的であるものとし，行動の目的は期待所得最大化であるものとする。この期待所得は所得を正直に申告したときと虚偽申告を行ったとき各々の事後所得の期待値で定義される。

本稿のゲームにおいて真の所得が低所得である納税者が虚偽の高所得を申告することは不合理であるから，低所得者は確実に正直に低所得を申告する。したがって，納税者の戦略は真の所得が高所得である納税者が虚偽の低所得を申告する確率であると言うことができる。この確率（戦略）を $\alpha(0 \leqq \alpha \leqq 1)$ で表し，以下，高所得者の問題に照準を合わせる。

高所得者の期待所得は確率 α で虚偽申告を行ったときの事後所得と確率 $1-\alpha$ で正直に申告したときの事後所得との期待値で表される。ここで虚偽申告はコストリーであるものとし，虚偽申告のコストを定数 $K(K>0)$ で表す。この脱税コストは監査の有無にかかわらず虚偽申告の際に必ず支出されるものとする。コストリーな虚偽申告を行う納税者は，もし確率 $\beta(0 \leqq \beta \leqq 1)$ で監査されるならば高所得課税及び所定の加算率が課され，監査されないならば，低所得課税が行われるのみであることを知っている。また，明らかに高所得者が正直に申告すれば高所得課税が行われるのみであることも知っている。

このとき高所得者の期待所得（U^H）は申告及び監査戦略の関数として次式で表される：

$$(1)\quad U^H(\alpha, \beta) = \alpha[\beta(I_H - T_H - F - K) + (1-\beta)(I_H - T_L - K)] + (1-\alpha)(I_H - T_H).$$

上式の右辺の $\alpha[\beta(I_H - T_H - F - K) + (1-\beta)(I_H - T_L - K)]$ は虚偽申告を行うときの期待所得に対応しており $(1-\alpha)(I_H - T_H)$ は正直な申告を行うときの期待所得に対応している。

2.3　監査戦略

次に，監査官の行動を定式化する：監査官は低所得者の虚偽申告が不合理であることから低所得申告者に対して監査を行うが，その際，高所得者の戦略 α が与えられたとき事前に低所得申告者の中に虚偽申告者が存在する確率 $\mu(\alpha)$ をベイズ・ルールにしたがって予想することができる：

(2) $\mu(\alpha)=\dfrac{q\alpha}{q\alpha+1-q}.$

監査戦略は低所得申告者に対する監査確率 $\beta(0\leqq\beta\leqq 1)$ であり，虚偽申告所得 I_H-I_L に比例して報酬 $r(I_H-I_L)$，（但し r は正の定数）が対応しているものとする。I_H-I_L，r は定数であることからこの行動目的は虚偽申告の発覚最大化である。納税者と同様に監査官も危険中立であることを仮定すると，監査官の行動は次式で定式化される期待所得を最大化する監査戦略の決定である：

(3) $\Pi(\alpha,\beta)=\beta[\mu(I_H-I_L)-c].$

I_H-I_L は定数であるからこれを例えば R と置いて報酬 $R=r(I_H-I_L)$ と解釈することもできる。

2.4 均衡戦略

上述の定式化からナッシュ均衡戦略を求めるために，先ず，各々のプレイヤーの最適反応（best responce）を定義する：納税者の最適反応は任意の監査戦略 β が与えられたときに，任意の申告戦略 α に対して

$$U(\alpha(\beta),\beta)\geqq U(\alpha,\beta)$$

なる戦略 $\alpha(\beta)$ である。

一方，監査官の最適反応は納税者のある申告戦略 α があたえられたときに，任意の監査確率 β に対して

$$\Pi(\alpha,\beta(\alpha))\geqq\Pi(\alpha,\beta)$$

なる戦略 $\beta(\alpha)$ である。

このときナッシュ均衡は $\alpha^0=\alpha(\beta)$, $\beta^0=\beta(\alpha)$ と表すとこれらの戦略のペア (α^0, β^0) である。

さて，前節の定式化から上に定義した最適反応を具体的に求めるために，先ず，監査官の限界便益を求めると(3)式より

(4)　$\partial \Pi(\alpha, \beta)/\partial\beta=\mu(I_H-I_L)-c$

である。上式の右辺第1項の I_H-I_L の係数 μ より，$\mu^0=c/(I_H-I_L)$ とおくと，直ちに，任意の固定された申告戦略 α に対して，監査官の最適反応は次式で表すことができる：

$$\beta(\alpha)=\begin{cases} 1 & \text{if } \mu(\alpha)>\mu^0 \\ [0,\ 1] & \text{if } \mu(\alpha)=\mu^0 \\ 0 & \text{if } \mu(\alpha)<\mu^0 \end{cases}$$

但し，[0, 1] は監査官が閉区間 [0, 1] の任意の戦略を無差別にとることを意味する。ここで $\mu(\alpha)$ は(2)式で定義されていることから，上式は更に次式のように書き換えることができる：

i）　$c<I_H-I_L$ のとき

$$\beta(\alpha)=\begin{cases} 1 & \text{if } \alpha>\alpha^0 \\ [0,\ 1] & \text{if } \alpha=\alpha^0 \\ 0 & \text{if } \alpha<\alpha^0 \end{cases}$$

ii）　$c>I_H-I_L$ のとき

$$\beta(\alpha)=\begin{cases} 0 & \text{if } \alpha>\alpha^0 \\ [0,\ 1] & \text{if } \alpha=\alpha^0 \\ 1 & \text{if } \alpha<\alpha^0 \end{cases}$$

但し，$\alpha^0=\dfrac{c(1-q)}{q(I_H-I_L-c)}$.

α^0 の値は以下のように脱税所得と監査コストの関係に依存する：$I_H-I_L<c$ のとき $\alpha^0<0$, $c<I_H-I_L<c+c(1-q)/q$ のとき $0<\alpha^0<1$, 及び $c+c(1-q)/q<I_H-I_L$ のとき $1<\alpha^0$ である。

一方，納税者について虚偽申告者の限界便益は

$$(5)\quad \partial U(\alpha, \beta)/\partial\alpha=-\beta(T_H-T_L+F)+T_H-T_L-K$$

である。

$$\beta^0=\frac{T_H-T_L-K}{T_H-T_L+F}$$

とおくと，任意の固定された監査戦略 β に対する納税者の最適反応は次のように記述できる：

$$\alpha(\beta)=\begin{cases}1 & \text{if } \beta<\beta^0\\ [0,\ 1] & \text{if } \beta=\beta^0\\ 0 & \text{if } \beta>\beta^0\end{cases}$$

β^0 の値は税率格差と脱税コストの関係に依存する：$K>T_H-T_L$ のとき $\beta^0<0$, 及び $K<T_H-T_L$ のとき $0<\beta^0<1$ である。

上述のコスト構造及び均衡戦略の関係を検討するためにコスト構造を分類すると図2のように6つのケースに分けられ，各々のコスト構造に対応した反応関数は図3の6つのグラフで表される。従って，コスト構造と均衡戦略との関係について次の命題が成立する：

命題1　$T_H-T_L<K$ のとき任意の所得格差（I_H-I_L）について均衡戦略は（0, 0）であり脱税及び監査の双方が行われない。また，$T_H-T_L>K$, $I_H-I_L>c+c$

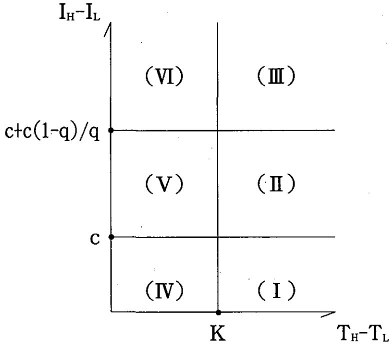

図 2

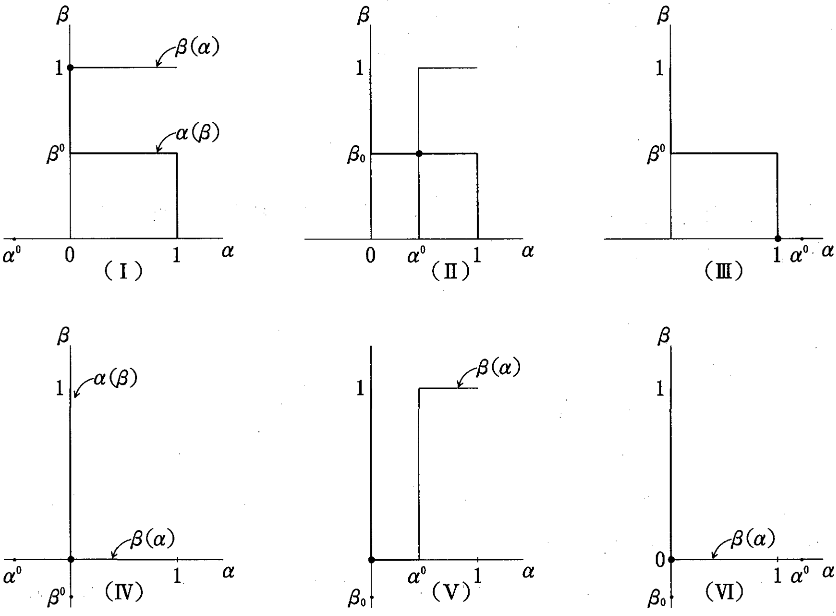

図 3

$(1-q)/q$ あるいは $T_H-T_L>K$, $I_H-I_L<c$ のとき均衡戦略は (1, 0) であり，虚偽申告が確実に行われるが監査は行われない。そして $T_H-T_L>K$, $c<I_H-I_L<c+c(1-q)/q$ のとき均衡戦略は混合戦略 (α^0, β^0) となり虚偽申告及び監査の双方が行われる。

この命題と図3との対応は図4となる：

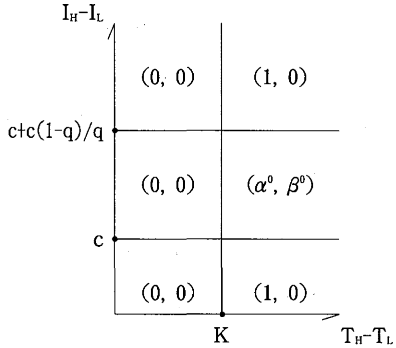

図4

2.5　均衡戦略における税収

前項において均衡戦略は領域（Ⅱ）のみ混合戦略となりその他のケースはすべて純粋戦略となることが示された。この結果，政府にもたらされる期待税収 $\Pi(\alpha, \beta)$ は次の3通りである：

第1にケース（Ⅰ）に関しては

$$\Pi(1, 0) = T_L$$

第2にケース（Ⅱ）に関して

$$\Pi(\alpha^0, \beta^0) = (1-q)T_L + q(\beta^0(\mu^0(T_H + F - c) + (1-\mu^0)(T_H - c)) + (1-\beta^0)T_L)$$

第3にケース（Ⅵ），（Ⅴ），及び（Ⅵ）に関して

$$\Pi(0, 0) = (1-q)T_L + qT_H$$

である。

これら3つの期待税収の大小関係を比較すると $\Pi(0,0)=q(T_H-T_L)+T_L$ と変形できるから常に $\Pi(0,0)>\Pi(1,0)$ が成立する。

次に，$\Pi(\alpha^0,\beta^0)=T_L+q\beta^0(T_H-T_L+\mu^0F-c)$ と変形することができて，$T_H-T_L=T$ と置き，右辺第2項に前節で定義した β^0 の値を代入すると $q(T-K)/(T-F)(T+\mu^0F-c)$ となるが，無論，$q(T-K)/(T-F)$ の符号は正であるので

（i） $T+\mu^0F-c$ の符号が負ならば $\Pi(0,0)>\Pi(1,0)>\Pi(\alpha^0,\beta^0)$ である。

（ii） $T+\mu^0F-c$ の符号が正ならば $\Pi(0,0)$ と $\Pi(\alpha^0,\beta^0)$ を比較して

（ii—a） μ^0F-c の符号が正ならば $\Pi(\alpha^0,\beta^0)>\Pi(0,0)>\Pi(1,0)$ であり，

（ii—b） μ^0F-c の符号が負ならば $\Pi(0,0)>\Pi(\alpha^0,\beta^0)>\Pi(1,0)$ である。

したがって3つの条件に対応した税収の大小関係は次のように書ける：

命題2　$T+\mu^0F-c<0$ のとき　$\Pi(\alpha^0,\beta^0)>\Pi(1,0)>\Pi(0,0)$,

$T+\mu^0F-c>0$ かつ $\mu^0F-c>0$ のとき　$\Pi(1,0)>\Pi(0,0)>\Pi(\alpha^0,\beta^0)$;

$T+\mu^0F-c>0$ かつ $\mu^0F-c<0$ のとき　$\Pi(1,0)>\Pi(\alpha^0,\beta^0)>\Pi(0,0)$

3. 最適課税

前節において均衡戦略と税収との関係が明らかになったので，最後に，政府による最適課税構造の決定について論じる。ここでは納税者及び監査官の間でのゲームの後，政府が前節に示された各均衡戦略に対応した一定税収制約下の納税者の期待所得最大化問題を考える：低所得申告者（$q\alpha+1-q$）人中 $\beta(q\alpha+1-q)$ 人が監査の対象となり，監査の結果，$\beta q\alpha$ 人の虚偽申告が発覚する(図1のゲームツリー参照)。このとき監査官の期待利潤は

$$\beta q\alpha R-\beta(q\alpha+1-q)c=\beta(q\alpha R-(q(\alpha-1)-1)c)(\geqq 0)$$

であり非負の値をとる。したがって，監査官は期待収入最大化行動を行うため

期待収入 $\beta q\alpha R$ と期待費用 $\beta(q\alpha+1-q)$ c とが均等化する監査確率 β を設定する。このゼロ利潤条件を考慮した上での監査による期待税収（ER）は

$$ER=\beta q\alpha(T_H+F)+\beta(1-q)T_L-\beta qRc+(1-\beta)(q\alpha+1-q)T_L+q(1-\alpha)T_H$$

であり，右辺の第3項にゼロ利潤条件を代入している。

前節の議論より均衡監査確率 $\beta=(T_H-T_L-K)/(T_H-T_L+F)$ であるが税率格差（T_H-T_L）を T と置いて $\beta=(T-K)/(T+F)$ を上式に代入すると均衡監査の期待税収（ER^0）は

$$ER^0=\frac{(T-K)}{(T+F)}(q\alpha(T_H+F)+(1-q)T_L-q\alpha R)+\frac{(T-K)}{(T+F)}(q\alpha+1-q)T_L+q(1-\alpha)T_H$$

両辺に T+F を乗じ $T_H=T-T_L$ を代入すると

$$\begin{aligned}(T+F)ER^0&=(q\alpha(T-T_L+F)+(1-q)T_L-q\alpha R)+(F+K)(q\alpha+1-q)T_L\\&\quad+q(1-\alpha)(T+F)(T+T_L)\\ \therefore\quad 0&=T^2(q\alpha+q(1-\alpha))+T(T_L-q\alpha R-Kq\alpha+qF-ER^0)-K(q\alpha F-q\alpha R)\\&\quad+FqT_L-FER^0\\ \therefore\quad -(T+Fq)T_L&=T^2q+T(-q\alpha R-Kq\alpha+qF-ER^0)\\&\quad-K(q\alpha F-q\alpha R)-FER^0\end{aligned}$$

ここで $-q\alpha R-Kq\alpha+qF-ER^0=B$, $-K(q\alpha F-q\alpha R)-FER^0=D$ と置くと

$$\begin{aligned}-(T+Fq)T_L&=(T+Fq)^2q-2FqTq-F^2q^2q+TB+D\\&=(T+Fq)^2q+T(B-2Fqq)-F^2q^3+D\\&=(T+Fq)^2q+(T+Fq)(B-2Fq^2)-Fq(B-2Fq^2)-F^2q^3+D\\ \therefore\quad T_L&=-(T+Fq)q-(B-2Fq^2)+\frac{FqB-F^2q^3-D}{T+Fq}\end{aligned}$$

ここで式の簡略化のために $-(B-2Fq^2)=S$, $EqB-F^2q^3-D=U$ と置くと

$$T_L=-(T+Fq)q+S+U/(T+Fq)$$

と書ける。これは ER^0 を一定とする (T_L, T) の関係を示す。これを T に関して微分すると，一階微分及び二階微分は各々次式で得られる：

$$\frac{\partial T_L(T\cdot F)}{\partial T}=-q-\frac{U}{(T+Fq)^2},\quad \frac{\partial^2 T_L(T\cdot F)}{\partial T^2}=\frac{2U}{(T+Fq)^4}$$

であり，各々の符号は U の符号に依存するが，ここで F が十分小であり $U>0$ であるものとする(1)。

政府の目的は等期待税収曲線上で納税者の期待所得最大化を行うことであるものとする。ここで政府は課税政策を決定する際に高所得者の期待所得よりも低所得者層のそれに対してウエイトを置いているものとする。この価値判断はパラメトリックに支えられるものとし，このウエイトを $s(s>1)$ と表す。このとき最適課税は次の問題の解として得られる：

$$\underset{T,\ T_L}{\text{Max}}\ q(\beta^0\alpha^0(I_H-T_H-F-K)+(1-\beta^0)\alpha^0(I_H-T_L-K)+(1-\alpha^0)(I_H-T_H))$$
$$+s(1-q)(I_L-T_L)$$

$\bar{I}=qI_H+(1-q)I_L$ とおいてこれを整理すると目的関数は

$$\bar{I}-\beta^0\alpha^0q(T_H-T_L+F)+\alpha^0q(T_H-T_L-K)+(s-1)(1-q)(I_L-T_L)$$

となる。これを T_L について解くと

$$T_L=-\frac{EI^0+\beta q\alpha R}{(s-1)(1-q)}+I_L$$

が得られる。これを T に関して一階及び二階偏微分して符号をみると各々正,

負である。

等期待税収曲線及び等期待所得曲線のグラフを異なる s についてシュミレーションしたものが図 5 及び図 6 である。（但し，F＝4，q＝0.4，C＝50，K＝5 である。）

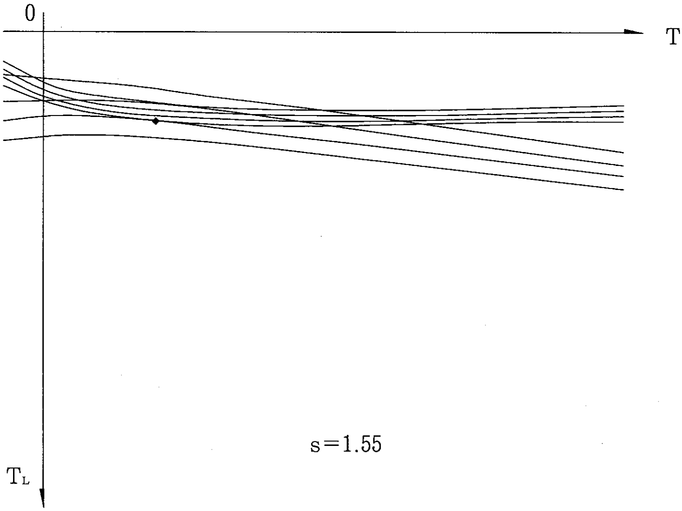

図 5

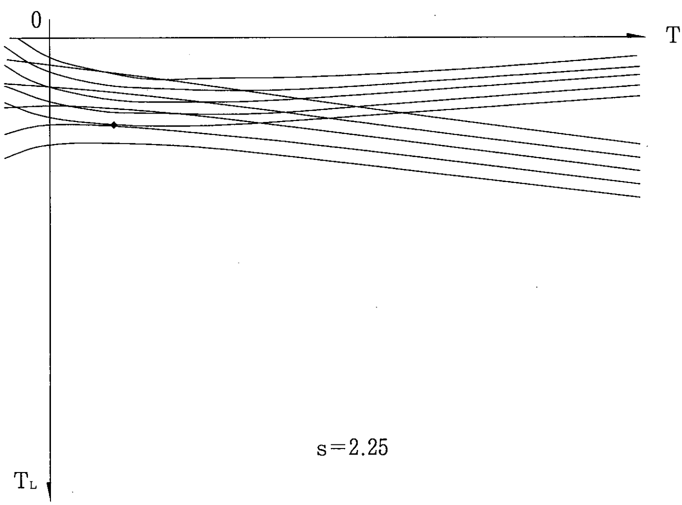

図 6

パラメーター s の増加（減少）は税率格差の増加（減少）及び低所得者に対する税率の減少（増加）をもたらす。つまり，低所得者層に対する優遇策を行う政府は一定税収の確保のために低所得者に対する税率を引き下げる形で税率格差を広げる決定を行う。

この結果をケース（Ⅵ），（Ⅴ），（Ⅵ）の完全情報と比較すると，これらのケースでは

$$(1-q)T_L+qT_H=ER^0$$

の制約下で

$$s(1-q)(I_L-T_L)+q(I_H-T_H)$$

を最大化する課税構造を求めることになる。

制約条件を T_H について解くと

$$T_H=\frac{ER^0-s(1-q)T_L}{q}.$$

目的関数を変形すると

$$(1-q)I_L+qI_H-(qT_H+s(1-q)T_L)$$

であるからこれは $qT_H+s(1-q)T_L$ の最小化問題に帰着する。このとき均衡は $(T_H, T_L)=((ER^0/q), 0)$ である。すなわち完全情報のケースでは監査が行われず，確保しなければならない税取を全高所得者層，個人に対して平均額だけ割り当てて，低所得者層には課税しない。(図 7 参照)

したがって，情報の不完全性は低所得者層の負担を増すが，政府の優遇策すなわち，低所得者層の期待所得に対するウエイトの増大により高所得者層との税率格差が拡大し，その結果，低所得者層の負担が緩和される。

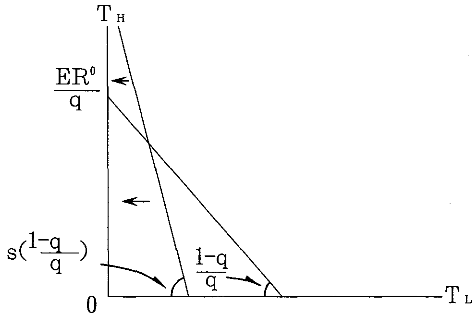

図7

4. 結　　語

本稿の主要な試みは，第1に，コストリーな脱税行動を導入することによりコストリーな監査行動との関連においてコスト構造を分類することが可能となること。第2に，各々のコスト構造について均衡戦略を求めることが可能となる結果，均衡において混合戦略となるコスト構造が明示されること。そして第3に，当局を監査及び課税に分離することにより納税者—監査官ゲームの均衡戦略における最適課税問題の考察が可能となり，その条件が明示されることである。

分析の結果，均衡戦略において脱税が生じるコスト構造は税率格差が脱税コストより大でありそれが監査コストに各所得者層確立比を加えた値の範囲内に存在するときに限り均衡戦略としての混合戦略が生じることが示された。そしてその均衡戦略における不完全情報下の最適課税構造は完全情報下のそれと比較して，低所得者層の負担が増大しているが，政府の低所得者優遇策により，その負担が緩和され得ることが示された。

本稿では最適課税に際して低所得層の期待所得に一定のウエイトを置く価値基準を導入しているに過ぎない。このため他の価値基準との相対的な意味合いを考察することを今後の課題としたい。

注

(1) 従来の脱税モデルにおける仮定を用いる。例えば Cremer and Ghavari (1993) の introduction を参照。

参 考 文 献

Allingham, M. G. and A. Sandmo, 1972, "Income tax evasion: A thoretical analysis", *Journal of Public Economics,* vol. 1, pp. 323–338.

Beck, P. J. and W. O. Jung, 1989, "Taxpayers reporting decisions and auditing under information asymmetry", *The Accounting Review,* vol. 64, pp. 468–487.

Cremer, H. and F. Ghavari, 1993, "Tax evasion and optimal commodity taxation", *Journal of Public Economics,* vol. 50, pp. 201–275.

Diamond, P. A. and J. A. Mirrlees, 1971, "Optimal taxation and public production I : Production effciency and II : Tax rules", *American Economic Review,* vol. 61, pp. 8–27 and pp. 268–278.

Graetz, M. J., J. F. Reinganum, and L. L. Wilde, 1986, "The tax compliance game: Toward an interactive theory of law enforcement", *Journal of Law, Economics and Organization,* vol. 22, pp. 1–32.

Kolm, S. C., 1973, "A note on optimum tax evasion", *Journal of Public Economics,* vol. 2, pp. 265–270.

Reinganum J. F. and L. L. Wilde, 1986, "Equilibrium verification and reporting policies in a model of tax compliance", *International Economic Review,* vol. 27, pp. 739–760.

Srinivasan, T. L., 1972, "Tax evasion: A model," *Journal of Public Economics,* vol. 2, pp. 37–54.