情報の非対称性の下での金融契約 : ハイ・ロウ・サーチ・アプローチ

久保, 大支

https://doi.org/10.15017/3000080

出版情報：経済論究. 88, pp.67-77, 1994-03-31. 九州大学大学院経済学会

情報の非対称性の下での金融契約

—ハイ・ロウ・サーチ・アプローチ—

久　保　大　支

1　はじめに

high–low search model では，経済主体はまず未知の特性について推測を行い，そしてその後に発生する結果を観察することによって，この推測が高すぎたか低すぎたかを判断し，自分の持つ情報にフィードバックする。その結果，彼の持つ未知の特性についての信念は更新され，この更新された信念によって新たな推測が行われる。数学的な high–low search model では，有限回の試行によってこの推定が収束することが示された。

Alpern–Snower (1988) によって，high–low search のアイデアが初めて労働の経済学に応用され，Reyniers (1992) はさらに労働市場において企業が戦略的な行動をとるモデルへと発展させた。彼等のモデルでは経済主体間の情報の非対称性が仮定され，さらに Reyniers (1992) では，企業のみが戦略的な行動をとるという意味での合理性の非対称性も仮定されている。一般的には，情報の非対称性に関して，労働者は彼の能力や仕事上の努力について，企業よりもより多くを知っており，したがって労働者が情報優位にあると考えられるが，彼等の賃金交渉モデルでは，企業がその技術力や，要素供給，生産物需要などについて情報優位にあると考え得ることによって，企業にとっての労働者の価値（労働者の限界生産力）についても企業が情報優位にあると考えている。

本論文では，high–low search による貸出利子率の決定という考え方を金融市場における貸出交渉のモデルに導入することを試みる。そこでは，投資資金供給主体としての銀行と，投資資金需要主体としての企業を考える。このとき，

情報の非対称性については，銀行は企業のタイプをよく知らないとする一般的な設定を考える。すなわち，ある企業の投資からの限界収益はその企業の私的情報であり，銀行はそれを観察することが出来ない。したがって，銀行は希望利子率を提示することによってその情報を得ようとする。

もし提示した利子率が企業の投資からの限界収益を上回らなければ，銀行はその利子率で投資資金を貸出すことになる。そして，この利子率が次の期に銀行が持つ企業の限界収益に対する不確実な区間の低い方の境界となる。

企業の行動に関しては，近視眼的な企業と戦略的な企業の 2 つのケースを考える。近視眼的な場合には，企業は提示された利子率が投資の限界収益を上回らないかぎりその銀行からの借入を行うと仮定する。一方，戦略的な場合には，企業は銀行の最初の提示利子率が投資の限界収益を下回ったとしても，銀行からの資金の借入を行わない可能性があり，さらに企業は第 2 期の提示利子率を引き下げるために，銀行の学習過程をゆがめようとする。

この論文は次のように構成される。第 2 節では，近視眼的な企業のモデル化を行う。第 3 節では戦略的な企業のモデルを提示し，2 つのモデルの結果を比較する。そして最後に第 4 節では結論と今後の課題についてのべる。

2　近視眼的企業モデル

この節では，企業の投資からの限界収益について推測しようとする銀行の最適な提示利子率を導出する。銀行も企業も 2 期間のみ存在すると仮定する。銀行も企業も無数に存在するが，企業は投資の限界収益の違いを除けばまったく同質的であると仮定する。ここでは代表的な 1 つの銀行と 1 つの企業を考え，企業と銀行はこのモデルの初期状態において，ある金融契約下にあると仮定する。さらにリスクニュートラルな金融市場を仮定し，銀行も企業も期待収益の最大化を行うものとする。

双方ともに近視眼的で，銀行の提示利子率がその企業の投資からの限界収益以上のときには企業は銀行からの借入を行うと仮定する。第 1 期に銀行は企業の投資からの限界収益 v は区間 $[v_L, v_U]$ に一様に分布すると考え，この区間内

で新たな貸出のための利子率の提示を行う。簡単化のため，区間 $[v_L, v_U]$ は以下では，単位区間 $[0, 1]$ に基準化して考える。また，貸出額 L も簡単化のために，1とする。さらに，銀行は企業の投資からの限界収益についての推測を行うと仮定する。したがって，第2期には銀行は，企業が第1期に銀行からの借入を受けたか否かに応じて，その企業の投資の限界収益について異なる信念を形成し，その更新された信念に基づいて，新たな貸出のための利子率 r_2 の提示を行う。

銀行も企業も一般的には2期間を見通して期待収益の最大化を行う。したがって，銀行は第1期の利子率提示を設定するときには2つのシナリオの確率を考慮に入れるであろう。このことは銀行が第2期の提示利子率を最初に決定するような単純な動的計画問題を解こうとすることを意味する。したがって，第1期の提示利子率は，その第2期の期待収益への影響を考慮して決定される。

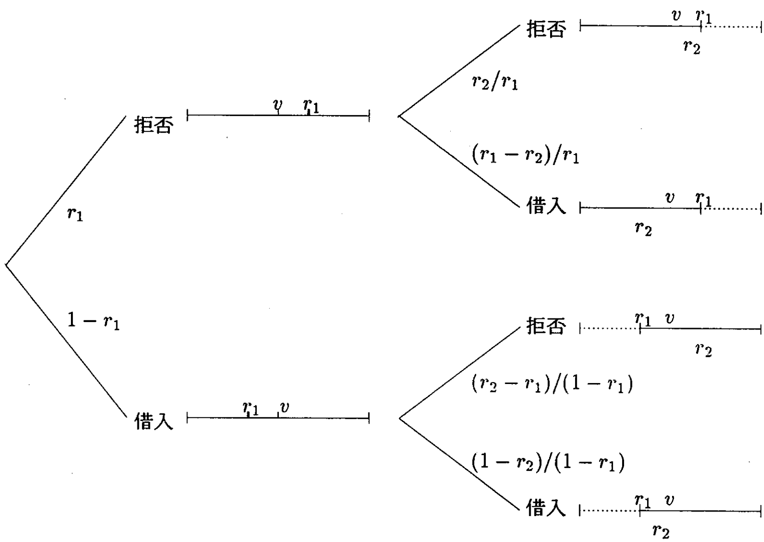

図1：銀行の信念の更新

Period 2

第1期に企業が借入を行ったか（上付き添字 h）否か（下付き添字 n）に応じて

2つのシナリオが考えられる。もし企業が第1期に利子率 r_1 で借入を行ったならば，第2期の銀行の信念は「この企業の投資の限界収益 v は区間 $[r_1, 1]$ の中にある」というものになり，それゆえ第2期の最適提示利子率 $\hat{r}_2^h$ は銀行の期待収益を最大化するように，

$$\max_{r_1 \le r_2 \le 1} r_2 \frac{(1-r_2)}{(1-r_1)}, \tag{1}$$

の解として与えられることになる。但しここでは，各期の銀行の収益関数を

$$\Pi_{Fi}(r_i) = r_i \cdot L = r_i, \quad (i=1, 2), \tag{2}$$

と定義している。一般的には，有限責任や担保などの問題を考えることにより，もう少し複雑なものとなるが，ここでは，high–low search による利子率の決定に焦点を与えるためにこのような非常に簡単なものにとどめている[1]。またここで $(1-r_2)/(1-r_1)$ は第2期に投資資金の貸出が行われる確率である。

これは簡単に

$$\hat{r}_2^h(r_1) = \begin{cases} r_1 & \text{if } r_1 \ge \frac{1}{2}, \\ \frac{1}{2} & \text{if } r_1 < \frac{1}{2}, \end{cases} \tag{3}$$

と解かれ[2]，したがって第2期の最適期待収益は

$$\hat{\Pi}_2^h(r_1) = \begin{cases} r_1 & \text{if } r_1 \ge \frac{1}{2}, \\ \dfrac{1}{4(1-r_1)} & \text{if } r_1 < \frac{1}{2}, \end{cases} \tag{4}$$

となる。

もし企業が第1期に貸出を受けなかった場合には，銀行はその企業の投資からの限界収益は区間 $[0, r_1]$ の中にあるとの信念を持つ。したがってこのときの銀行の第2期の最適提示利子率 $\hat{r}_2^l$ は

---

[1] 例えば，有限責任制と担保を考慮するならば，担保額を C 企業の投資プロジェクトからの収益を R として，各期の企業の純収益を

$\Pi_{Fi}(r_i) = \max(R_i - r_i L_i; -C_i)$ $(i=1, 2)$,

各期の銀行の純収益を

$\Pi_{Bi}(r_i) = \min(R_i + C_i; r_i L_i)$ $(i=1, 2)$,

とするような定式化が考えられる。

[2] この0.5以上という利子率は非現実的だが，これは v が区間 $[0, 1]$ に一様分布すると仮定したことの当然の結果である。

$$\max_{0 \leq r_2 \leq r_1} r_2 \frac{(r_1 - r_2)}{r_1}, \tag{5}$$

の解として与えられる。これは簡単に

$$\hat{r}_2^n(r_1) = \frac{r_1}{2}, \tag{6}$$

と解かれ，したがって第２期の最適期待収益は

$$\hat{\Pi}_2^n(r_1) = \frac{r_1}{4}. \tag{7}$$

となる。

Period　1

第１期に銀行は２期間を見通して自分の割引かれた総期待収益 Π_B を最大化する。すなわち，銀行の割引率を δ_B $(0 \leq \delta_B \leq 1)$，第１期の期待収益を Π_1 (r_1) $=$ r_1 $(1-r_1) + 0 \cdot r_1$ とすると，

$$\Pi_B(r_1) = \Pi_1(r_1) + \delta_B[\Pi_2^h(r_1)(1-r_1) + \Pi_2^n(r_1)r_1] \tag{8}$$

となる。ここで第２期の期待収益式（4），（7）を代入すると

$$\begin{aligned}
\hat{\Pi}_B(r_1) &= \max\left[\max_{0 \leq r_1 \leq \frac{1}{2}} \left\{(r_1(1-r_1) + 0 \cdot r_1) + \delta_B\left(\frac{1}{4(1-r_1)}(1-r_1) + \frac{r_1}{4}r_1\right)\right\},\right. \\
&\qquad \left.\max_{\frac{1}{2} \leq r_1 \leq 1} \left\{(r_1(1-r_1) + 0 \cdot r_1) + \delta_B\left(r_1(1-r_1) + \frac{r_1}{4}r_1\right)\right\}\right]. \\
&= \max\left[\max_{0 \leq r_1 \leq \frac{1}{2}} \left\{\left(r_1 + \frac{\delta_B}{4(1-r_1)}\right)(1-r_1) + \left(0 + \frac{\delta_B r_1}{4}\right)r_1\right\},\right. \\
&\qquad \left.\max_{\frac{1}{2} \leq r_1 \leq 1} \left\{(r_1 + \delta_r r_1)(1-r_1) + \left(0 + \frac{\delta_B r_1}{4}\right)r_1\right\}\right].
\end{aligned} \tag{9}$$

となる。したがって銀行の第１期の最適提示利子率は，簡単な計算により，

$$\hat{r}_1 = \frac{1+\delta_B}{2+\frac{3}{2}\delta_B}. \tag{10}$$

となる。

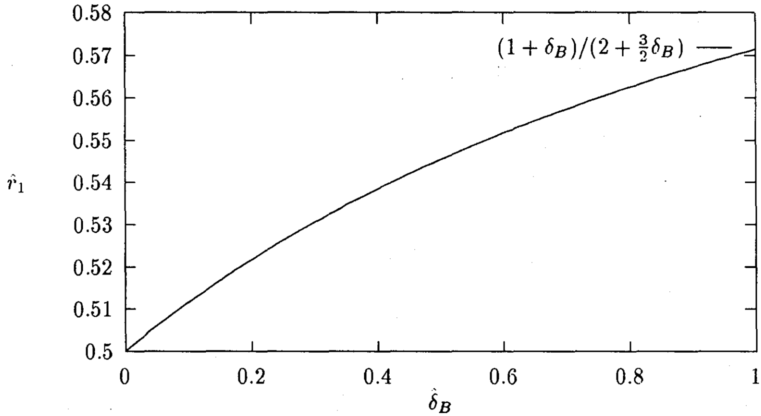

図 2：銀行の第 1 期の最適提示利子率：式（10）

この第 1 期の最適提示利子率が図 2 に銀行の時間割引率の関数として描かれている。すなわち第 1 期の提示利子率は銀行の割引率の上昇とともに上昇する。このことは直感的には次のように説明される。1 に近い高い割引率を持つ銀行は第 2 期の期待収益により関心を払うので，第 1 期に高い利子率を問うことによって第 2 期における不確実性の区間の下方の境界を上昇させ，第 2 期における貸出の可能性を高めようとするのである。

さらに，図 2 からも明らかなように，任意の δ_B について $\hat{r}_1 \geq 1/2$ が成り立つ。このことはもし銀行が第 1 期に利子率 $\hat{r}_1$ で投資資金の貸出を行えば，彼の第 2 期の提示利子率は第 1 期の利子率と同じものになることを意味する。このことは式 (3) より明らかである。一方，第 1 期の提示利子率 $\hat{r}_1$ で貸出がなされなかった場合には彼の第 2 期の提示利子率は $\hat{r}_1/2$ まで引き下げられる。これも式（6）より明らかである。そして銀行の最適期待収入は式（9）に式（10）を代入することによって，

$$\hat{\Pi}_B(\hat{r}_1)=\frac{(1+\delta_B)^2(1+\frac{3}{4}\delta_B)}{(2+\frac{3}{2}\delta_B)^2}, \tag{11}$$

となる。

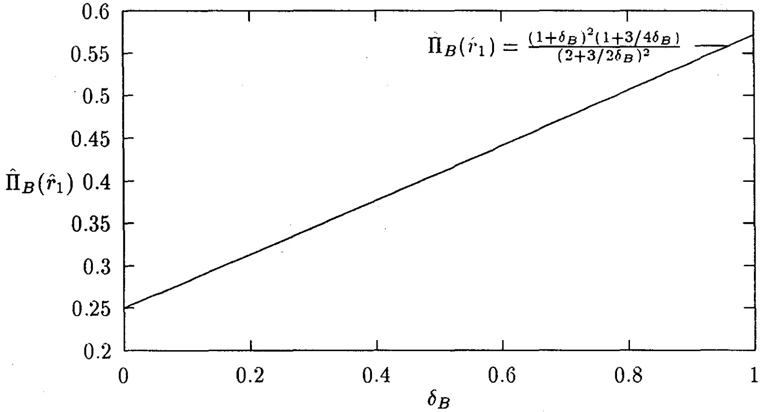

図 3：銀行の最適期待収益：式（11）

図 3 には，銀行の割引率の関数としての最適期待収益が描かれている。図から明らかなように，高い割引率をもつ銀行ほどその期待収益は高くなる。

このモデルでは，第 1 期に企業が借入を行わない確率は $\hat{r}_1$ になり，第 2 期に借入を行わない確率は第 1 期に借入を行った企業は 0 であり，借入を行わなかった企業は 1/2 となる。したがって，$\hat{r}_1$ は借入を行わない場合に掛るので第 2 期において，借入がなされない全体の確率は $\hat{r}_1/2$ になる。したがって，企業の割引率を δ_F, $0\leq\delta_F\leq1$ とすると，近視眼的な企業の事前的な割り引かれた総期待収益は

$$\hat{\Pi}_F=\int_{\hat{r}_1}^{1}(v-\hat{r}_1)dv+\delta_F\left\{\int_{\hat{r}_1}^{1}(v-\hat{r}_1)dv+\int_{\frac{\hat{r}_1}{2}}^{\hat{r}_1}(v-\frac{\hat{r}_1}{2})dv\right\}$$

$$=(1+\delta_F)\int_{\hat{r}_1}^{1}(v-\hat{r}_1)dv+\delta_F\int_{\frac{\hat{r}_1}{2}}^{\hat{r}_1}(v-\frac{\hat{r}_1}{2})dv, \tag{12}$$

となる。これを計算すると

$$\hat{\Pi}_F=\frac{\delta_F}{8}\hat{r}_1^2+\frac{(1+\delta_F)}{2}(1-\hat{r}_1)^2. \tag{13}$$

となる。さらにこのとき式 (10) を式 (13) に代表することによって，$\hat{\Pi}_F$ と δ_B との関係が得られ,

$$\hat{\Pi}_F=\frac{4+5\delta_F+4\delta_B+6\delta_F\delta_B+\delta_B^2+2\delta_F\delta_B^2}{2(4+3\delta_B)^2}. \tag{14}$$

となる。

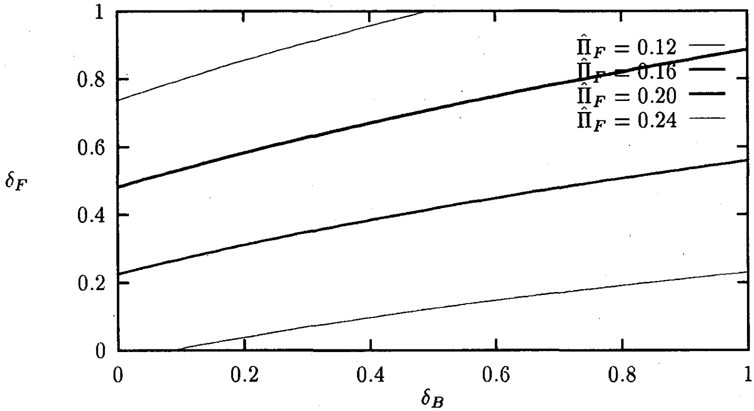

図 4：等期待利潤曲線

図 4 には式 (14) より導出される δ_B, δ_F に関しての企業の等期待収益曲線が描かれている。左上にいくほど期待収益は高くなり，企業の割引率が 1，銀行の割引率が 0 のとき最大となる。

3　戦略的企業モデル

この節では，企業は「銀行の提示利子率 $\hat{r}$ が投資の限界収益 v 以下の時にはいつも資金を借りる」という近視眼性の仮定を緩め，企業が戦略的な行動を取ると仮定する。そして，この企業が戦略的であることを銀行は知らないものと

する[3]。

第1期に銀行は第2節で導かれた最適利子率を提示する。このとき企業は，銀行が自分が高い投資の限界収益を持つことを推測するのを妨害する incentive を持つ。したがって，企業は第1期においての借入を行うか否かの決定を通して銀行の第2期の提示利子率の決定に影響を及ぼそうとするであろう。

しかし，第2期には企業はそのような incentive は持たず，それゆえ銀行の提示利子率がその限界収益を越えないかぎり銀行からの借入を行う。

企業が第1期に $\hat{r}_1$ の利子率で資金の借入を行った場合の，企業の割り引かれた総収益は

$$\Pi_F^h = v - \hat{r}_1 + \delta_F (v - \hat{r}_2^h)^+, \tag{15}$$

となる。ただしここで

$$(x)^+ = \max(0, x). \tag{16}$$

逆に企業が第1期に資金の借入を行わなかった場合の，企業の割り引かれた総収益は，

$$\Pi_F^n = \delta_F (v - \hat{r}_2^n)^+, \tag{17}$$

となる。

銀行の最適提示利子率を代入することにより，もし企業の投資からの限界収益 v が

$$v \geq \hat{r}_1 \left(1 + \frac{\delta_F}{2}\right) \tag{18}$$

を満たすならば，企業は第1期には銀行の提示利子率 $\hat{r}_1$ で借入を行うべきであることが容易に分かる。

戦略的企業の期待収益は

$$\hat{\Pi}_F = (1+\delta_F) \int_{\hat{r}_1 (1+\frac{\delta_F}{2})}^{1} (v - \hat{r}_1) dv + \delta_F \int_{\frac{\hat{r}_1}{2}}^{\hat{r}_1 (1+\frac{\delta_F}{2})} \left(v - \frac{\hat{r}_1}{2}\right) dv, \tag{19}$$

---

[3] 現実的には，企業のみが戦略的であるとするのは非常に強い仮定である。

となる。計算により，

$$\hat{\Pi}_F=\frac{\delta_F}{8}\hat{r}_1^2(1+\delta_F)^2+\frac{(1+\delta_F)}{2}\left(1-\hat{r}_1\left(1+\frac{\delta_F}{2}\right)\right)\left(1-\hat{r}_1\left(1-\frac{\delta_F}{2}\right)\right), \quad (20)$$

したがって，簡単な計算により，企業が戦略的に行動することによって得られる期待収益の差は銀行が高い δ_B をもつときほど，大きくなることがわかる。

企業が戦略的に行動するときの銀行の期待収益は

$$\hat{\Pi}_B=\hat{r}_1(1+\delta_B)\left(1-\hat{r}_1\left(1+\frac{\delta_F}{2}\right)\right)+\frac{\delta_B}{2}\delta_B\left(\hat{r}_1\left(1+\frac{\delta_F}{2}\right)\right)\frac{(1+\delta_F)}{2+\delta_F}, \quad (21)$$

となる。計算により，

$$\hat{\Pi}_B=(1+\delta_B)\left(1-\hat{r}_1\left(1+\frac{\delta_F}{2}\right)\right)+\frac{\delta_B}{4}\hat{r}_1^2(1+\delta_F). \quad (22)$$

したがって，もし企業が極端に低い $\delta_F=0$ をもつならば銀行の期待収益は近視眼的な企業のモデルにおけるそれまで低下し，そして企業が高い割引率をもつほど，2つのモデルにおける銀行の期待収入の差は大きくなることがわかる。

4 おわりに

この論文で我々は Alpern–Snower (1988) の利子率交渉の単純な high–low search のモデルを拡張し，企業に戦略的な行動をとることを認めた。近視眼的な企業モデルと戦略的な企業モデルの質的な差異は以下の通りである。

企業が戦略的に行動するときには，彼が近視眼的に行動するときよりも第1期により多くの借入の拒否が存在する。この種の失業は企業が patient なときに最も高くなる。その結果として，戦略的な企業モデルではより多くの outsider が存在することになるが，しかし彼らのより高い割合の者が第2期に貸出を受けるのである。

さらに，銀行の期待収入は企業が patient なときには，近視眼的な企業の場合のそれよりも戦略的な企業の場合のそれが非常に小さくなる。企業の期待収

入は銀行が patient なときには，近視眼的な企業の場合のそれよりも戦略的な企業の場合のそれが非常に高くなる。

以上が本論文の結論であるが，このような high–low search による意思決定という考え方は，非常に実際的な問題であり，その仮定にも現実性が要求されるであろう。この論文では，企業が戦略的な行動をとる場合を第 3 節で分析したが，実際には，銀行の方がより戦略的と考える方が妥当であろう。このような銀行も戦略的な行動をとる場合の分析については今後の課題としたい。

References

Alpern, S. and D. J. Snower, 1988, "High–low search in product and labor markets," *American Economic Review* 78, 356–362.

Gal, S., 1974, A discrete search game, *SIAM Journal of Applied Mathematics* 27, 641–648.

Lazear, Edward P, 1986, "Retail Priging and Clearance Sales," *American Economic Review* 76, 14–32.

Reyniers, D. J., 1992, "Information and Rationality asymmetries in a simple high–low search wage model," *Economic Letters* 38, 479–486.

Rothschild, Michael 1974, "A Two–Armed Bandit Theory of Market Pricing," *Journal of Economic Theory,* 9, 185–202.