九州大学学術情報リポジトリ
Kyushu University Institutional Repository

強度不均一性を考慮した固化処理地盤の支持力に関する信頼性解析

笠間，清伸
九州大学大学院工学研究院

善，功企
九州大学大学院工学研究院

https://hdl.handle.net/2324/26430

出版情報：材料. 59 (1), pp.44-49, 2010-01. The Society of Materials Science, Japan
バージョン：
権利関係：(C) 2010 日本材料学会

強度不均一性を考慮した固化処理地盤の支持力に関する信頼性解析

笠間清伸*　善　功企*

Reliability-based analysis on the bearing capacity of cement-treated ground considering the spatial variability of shear strength

by

Kiyonobu KASAMA* and Kouki ZEN*

Cement-mixing method is gaining popularity as a method for stabilizing soft soils in applications ranging from the improvement of foundation properties to mitigation of liquefaction. However, spatial variability in the shear strength of the cement-treated ground introduces uncertainties in estimating the bearing capacity for design. This paper presents a reliability assessment for the bearing capacity of cement-treated ground based on the results of a probabilistic study in which the shear strength of the cement-treated ground is represented as a random field in Monte Carlo simulations of undrained stability for a surface foundation using numerical limit analyses. A statistical interpretation of the bearing capacity is based on Monte-Carlo simulations using the Random Field Numerical Limit Analyses. The results show how the bearing capacity is related to the coefficient of variation and correlation length scale in the shear strength of cement-treated ground. Based on the result, an overdesign factor and percent defective for the bearing capacity are proposed to obtain a target probability of failure.

Key words: Cement-Mixing, Bearing Capacity, Numerical Limit Analysis, Reliability

1　は　じ　め　に

盛土や擁壁などの地盤構造物の設計には，弾性定数や強度定数などの材料定数の不均一性や不確定性を合理的かつ定量的に取り扱う必要がある．確率・統計論に基づく信頼性設計法では，これら不均一性や不確定性を合理的かつ定量的に取り扱うことができ，構造物の安全性を安全性指標または破壊確率として評価することが可能となる．地盤構造物の信頼性設計では，これまで盛土，擁壁および斜面安定などへの適用があり，地盤の支持力に関しても適用が進んでいる．例えば，Griffiths and Fonton[1)]および Popescu et al.[2)]は，材料定数の空間的な不均質性を考慮し，従来の弾塑性有限要素解析によるモンテカルロシミュレーションを用いて，平面ひずみ状態における粘性地盤上の平板基礎の支持力特性を明らかにしている．また，Foye et al.[3)]は，浅い基礎に関する限界状態設計法における支持力の低減係数を，信頼性設計をもとに詳細に検討している．

軟弱地盤の支持力増加や砂質地盤の液状化対策などを目的として，固化材の混合により地盤改良された固化処理地盤は，固化材の混合の不均一性および対象地盤の土質の不均質性などの理由により，自然堆積地盤に比べてせん断強度などの材料定数に大きな空間的な不均質性を有する．この固化処理地盤のせん断強度の不均質性は，設計時における固化処理地盤の支持力の決定に影響することが予想され，地盤の不均質性を考慮した支持力算定手法が求められている．そこで本文では，固化処理土の室内強度と同じ配合条件での原位置強度の関係をまとめ，原位置強度と室内強度の比，原位置目標強度を割増するための補正係数および原位置強度が目標改良強度を下回る割合の関係を考察した．その後，固化処理地盤のせん断強度をランダム場理論で表現し，数値極限解析を使ったモンテカルロシミュレーションにより強度の不均質性を考慮した支持力解析を行った．その結果を用いて，原位置強度の不均質性が固化処理地盤の支持力係数，破壊メカニズムおよび支持力の信頼性に与える影響を確率・統計的に考察した．

2　固化処理地盤の非排水せん断強度

固化処理地盤の非排水せん断強度に与える影響要因として，固化材の種類や量，対象とする土の物理化学的特性，養生条件や混合の程度などがある．固化処理土のせん断強度が，様々な要因に影響する結果として，実際に施工された固化処理地盤のせん断強度は，非常に大きな空間的不均質性を有する．例えば，原位置における固化処理地盤の一軸圧縮強度の変動係数は，0.14～0.99 と自然堆積地盤に比べかなり大きい[4)]．また，空間的な変動を表わす鉛直および水平方向の自己相関距離は，0.15～12m とかなり小さい．

Fig. 1 は，事前混合処理工法により改良された固化処理地盤における室内強度と同じ配合条件での原位置強度の比(以降，強度比と呼ぶ)をまとめたものである．原位置強度は，原位置で混合・撹拌および養生された地盤からコアサンプリングをして供試体を採取し，一軸圧縮試験により強度を評価した．例えば，室内と原位置の両者で，同じ対象土質および同じ配合・混合条件で固化処

＋　原稿受理　平成　　年　　月　　日　Received

*　正会員　九州大学大学院工学研究院　〒819-0395 福岡市西区元岡744, Kyushu Univ., Motooka, Nishi-ku, Fukuoka, 819-0395

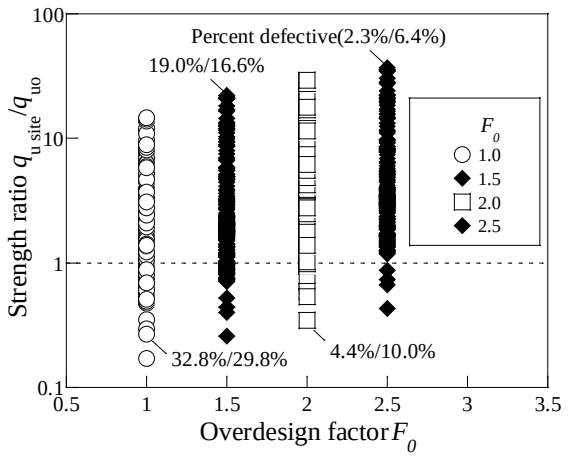
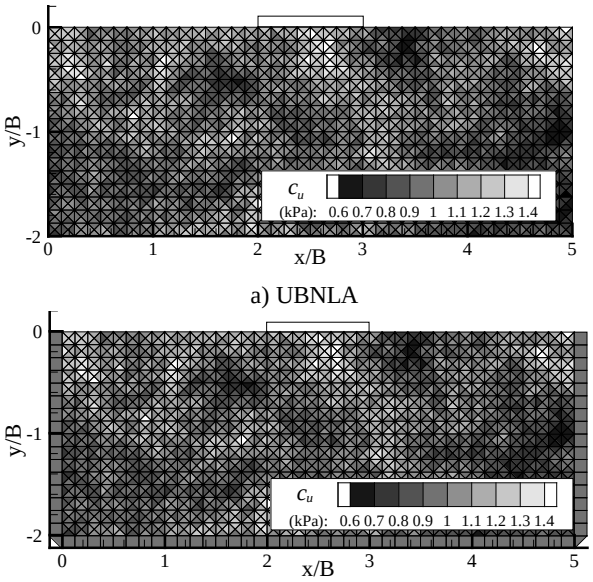


Fig. 1. Strength ratio, overdesign factor and percent defective

理した場合を考えると，原位置強度と室内強度は等しくなる(強度比 = 1.0)のが理想的である．しかし，実際には Fig. 1 に示すように原位置の対象土質の不均質性や固化材混合の不均一性などの理由により，強度比は 1.0 を中心としてばらつきを有する値をとる．中には，原位置強度が室内強度を下回るものもあり，本文ではその割合を不良率と呼ぶ．図中には，不良率の実測値および強度比が対数正規分布であると仮定した場合の予測値をそれぞれ(図中では実測値/予測値)示す．また，横軸の割増係数とは，原位置強度がばらつきを有することを考慮し，あらかじめ原位置の目標改良強度を割増することで室内強度を下回ることを防ぐための補正係数である．つまり，割増係数が 2.0 の場合には，室内強度の 2 倍を原位置での目標強度に設定することを意味する．Fig. 1 より，割増係数が 1.0 の場合(つまり，原位置目標強度の割増を行わない)には，不良率は 32.8% (29.8%)であり，目標強度の割増を行わないと，支持力不足や局所的な地盤の破壊が予想される．そこで実際の施工では，改良目的や混合方法などを総合的に判断し，割増係数を増加させることで，Fig. 1 に示すように平均強度比を増加させ，不良率を減少させている状況にある．しかしながら，割増係数を増加させてもいくらかの不良率は残る状況となり，目標支持力の確保や液状化被害を低減するための割増係数の具体的設定値や許容できる不良率の上限値などは，明らかとなっていない．

3　ランダム場理論と数値極限解析

本報では，地盤の支持力を数値解析的に求める手法として，数値極限解析(Numerical Limit analyses, NLA)[5),6)]を用いた．数値極限解析は，上界数値極限解析(UNLA)と下界数値極限解析(LNLA)からなり，地盤を剛塑性体と仮定し，有限要素法と同様に各メッシュの節点で変数を離散化した後，上界定理(下界定理)を利用して，変形を受けた際の地盤の内部消散仕事が最小(最大)となるときの変数を線形計画法によって求める解析手法である．数値極限解析のメリットは，1)支持力は，UNLA と LNLA から得られる上限値と下限値で挟まれた区間の形で得られる，2)線形計画法により，自動的に最適な破壊モードを計算する，3)粘土地盤の支持力を 5%の精度で計算できる[5),6)]，4)解析に必要な定数がせん断強度のみである．



a) UBNLA

b) LBNLA

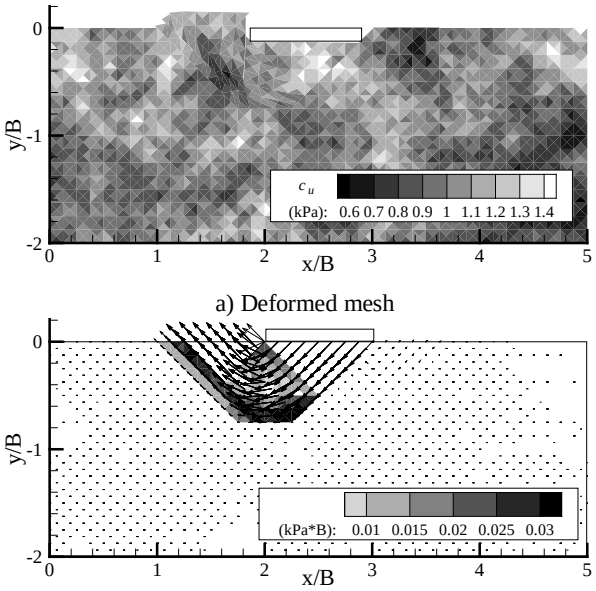
Fig. 2　Typical mesh and strength distribution (Θ = 1.0, COV_c = 0.2)

Table 1 Input parameter for current calculation

Parameter	Value
Inclined angle of load	0°
Undrained shear strength μ_c	100kPa
Coefficient of variation COV_c	0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0
Ratio of horizontal and vertical correlation lengths	1.0 (Isotropic)
Normalized correlation length $\Theta=\theta/B$	Random, 0.25, 0.5, 1.0, 2.0, 4.0
Monte carlo iterations	100

地盤の強度定数の空間的不均質性を表現するために，ランダム場理論を用いた．地盤の非排水せん断強度 c_u を，対数正規分布と仮定し，平均強度μ_c，変動係数 COV_c および正規化自己相関距離Θ(= θ/B : 自己相関距離θ，基礎幅 B)を入力定数として，mid-point 法を用いて空間的不均質性をモデル化した．mid-point 法では，数値極限解析で必要となる各有限要素の中心座標において，ランダム場理論を用いて強度を計算し，各要素の初期強度と設定した．自己相関距離は，水平方向と鉛直方法の自己相関距離を等しいとする等方マルコフ関数を用いた．こうして得られた非排水せん断強度に空間的不均質性を有する解析メッシュを，それぞれ上界・下界数値極限解析を用いて解析し，地盤の鉛直支持力を計算した．さらに，試行回数ごとに強度の不均質性の異なる解析メッシュを解析するモンテカルロシミュレーションを行うことで，確率統計的な観点から支持力特性を評価した．

Fig. 2 に解析で用いた二次元平面ひずみでの上界および下界数値極限解析用メッシュ図をそれぞれ示す. Fig. 2



a) Deformed mesh

b) Displacement vectors and dissipated energy

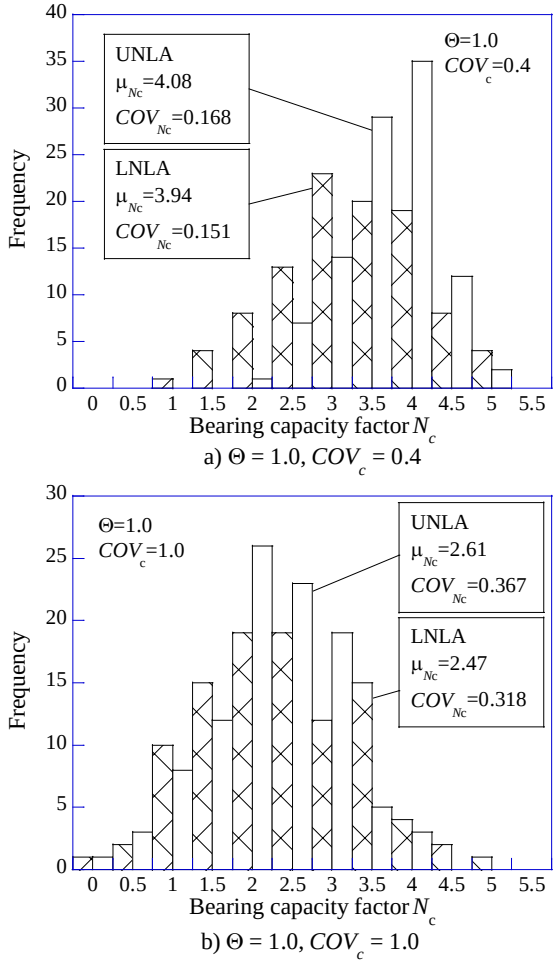
Fig. 3 Failure mechanism against vertical loading (Θ = 1.0, COV_c = 0.2)

中の各要素の色の濃淡は，Θ= 1.0 および COV_c =0.2 のときの地盤の強度分布の一例である．基礎幅 B とし，基礎の両側に2.5B, 深度方向に2Bの解析領域を設定した．有限要素は正三角形要素とし，要素の斜辺の長さは比較的小さく 1/8B に設定し，自己相関距離が小さい場合の強度の不均質性がうまく表現できるようにした．今回の解析では，支持力係数に対する地盤強度の粘着力のばらつきの影響だけを評価するために，地盤の単位体積重量を一定と仮定し，単位体積重量の空間的なばらつきによる支持力の変化は考慮していない．基礎と地盤の境界面は，地盤のせん断強度によって抵抗すると仮定した．Table 1 に，解析条件を示す．地盤強度の変動係数を，0.2～1.0 とした．また，正規化自己相関距離は，0.25～4.0 とし，自己相関距離が要素間距離よりも小さい場合を考慮し，要素の強度をランダムに決定した条件も計算した．

4 強度の不均質性を考慮した支持力特性

強度に空間的不均質性を有する地盤の鉛直荷重に対する破壊モードを考察するために，Fig. 3 に初期メッシュ(Θ = 1.0, COV_c = 0.2)とした場合の上界数値極限解析より得られた変位ベクトル図と消散エネルギーおよび変形図の一例を示す．強度に空間的不均質性を有する地盤では，左右対称のすべり面は形成されず，基礎に約 3° の傾斜が生じる結果となった．また，基礎直下に三角形状のくさび領域が形成され，地盤内のせん断強度の小さい箇所を連結するようなすべり面が形成された．今回の全解析ケースにおいて，地盤内のすべり線が基礎幅以上の深度(y/B < -1)にまで到達しなかったことから，浅い基礎の設計のさいには，基礎幅と同深度程度までの地盤調査が有効であることを示唆する．

非排水せん断強度に空間的不均質性を有する地盤の鉛直荷重に対する支持力特性を評価するために，モンテ



a) Θ = 1.0, COV_c = 0.4

b) Θ = 1.0, COV_c = 1.0

Fig. 4. Histograms of bearing capacity factor N_c

カルロシミュレーション i 回目の解析により得られた支持力係数 N_{ci}を以下の式で計算した．

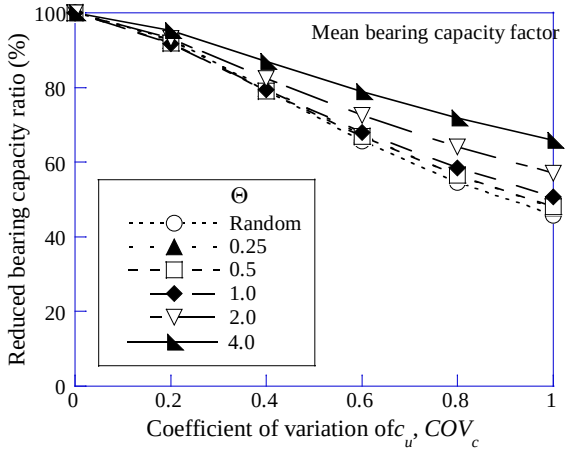
$$N_{ci} = q_{fi} / \mu_c \tag{1}$$

さらに，モンテカルロシミュレーション i 回目での累積平均支持力係数μ_{Nc}と標準偏差σ_{Nc}を以下の式で計算した．

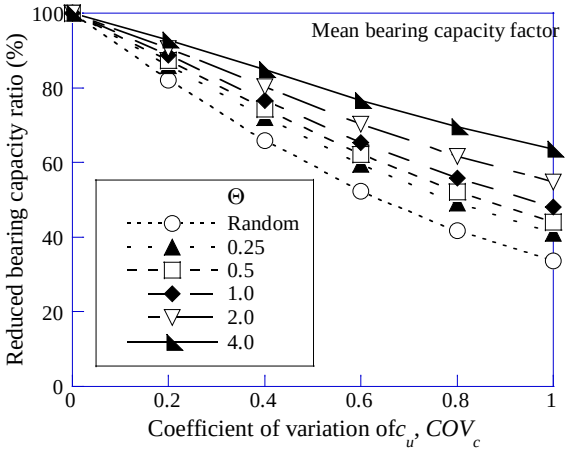
$$\mu_{N_c} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} N_{c_i} \tag{2}$$

$$\sigma_{N_c} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(N_{c_i} - \mu_{N_c})^2} \tag{3}$$

Fig. 4 は，Θ = 1.0，COV_c ＝ 0.4 と 1.0 における支持力係数のヒストグラムである．上界・下界数値極限解析で得られたヒストグラムの形状は，それぞれ平均値付近にピークが存在し，山型の分布形状を示した．下界数値極限解析の分布型は，上界数値極限解析の結果よりも若干なだらかな形状を示したが，分布型の適合度検定(χ^2 検定)から，強度にばらつきを有する地盤の支持力係数は，正規分布と対数正規分布に 5%の有意水準で適合した．強度の不均質性に起因した支持力の低減割合を評価するために，Fig. 5 は，縦軸には平均支持力係数μ_{Nc}をプラントルによる理論解 N_{cDet}(= [2+π])で正規化(以下，支持力低減率と呼ぶ)した値とし，横軸を変動係数で示した図である．Fig. 5a)と 5b)に，それぞれ上界と下界数値極限

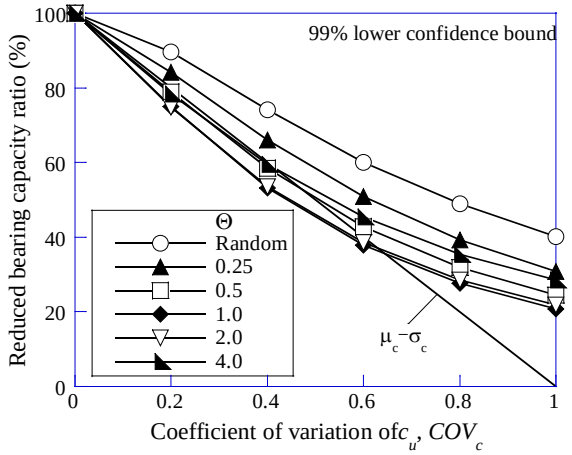


a) UBNLA

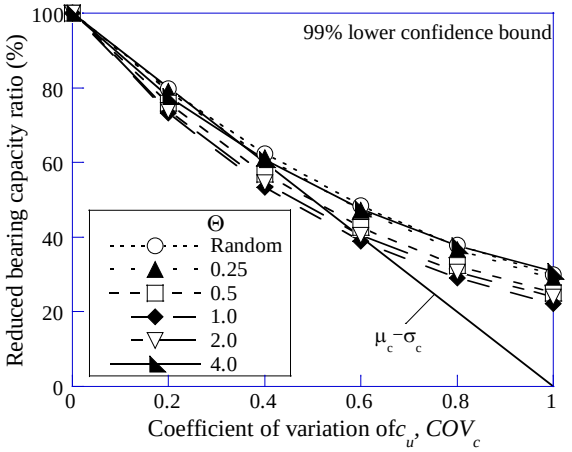


b) LBNLA

Fig. 5. Reduced bearing capacity ratio (μ_{Nc})



a) UBNLA



b) LBNLA

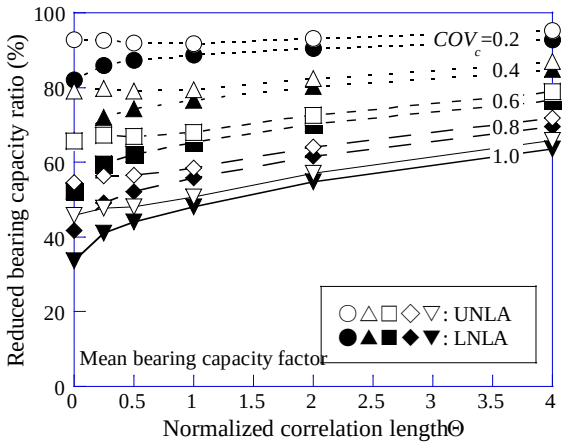
Fig. 6. Reduced bearing capacity ratio (99% N_c)

解析による結果を示す．上界・下界数値極限解析のどちらでも，変動係数の増加とともに正規化支持力係数は，ほぼ直線的に減少した．その減少傾向は，正規化自己相関距離が小さくなるほど顕著であり，低減率はランダム地盤(自己相関距離が小さく，要素ごとにランダムに強度を決定した地盤)の場合が最も大きい結果となった．強度の空間的ばらつきの大きい改良地盤では，支持力が 50%程度まで大きく減少する可能性があることを示唆する．

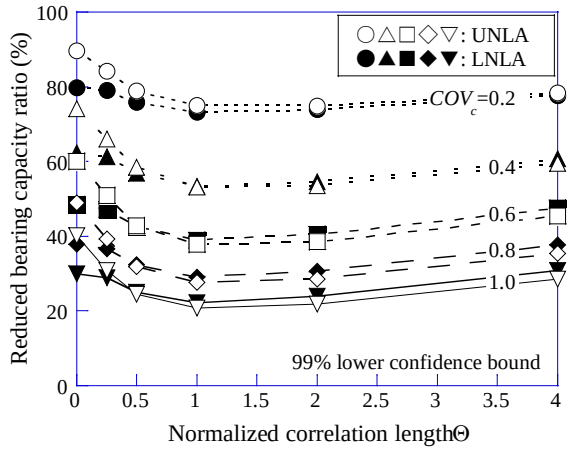
Fig. 6 には，平均支持力係数μ_{Nc}と標準偏差σ_{Nc}より計算した支持力の 99%信頼下限値を用いて評価した支持力低減率と変動係数の関係を示す．99%信頼下限値とは，変数のばらつきを考慮して，その変数が 99%の確率(1%の危険性)で上回ることが保証される安全側の値である．例えば，コンクリートの設計基準強度は，圧縮強度試験の統計値から 95%信頼下限値とすることが多い．99%信頼下限値による支持力低減率は，変動係数が小さい範囲で急激に減少する曲線形状を示した．Fig. 5 の平均支持力係数の場合とは異なり，上界・下界数値極限解析においても，ランダム地盤の低減率が最も大きい結果となり，Θ = 1.0 の低減率が最も小さい結果を示した．以上のことから，支持力の下限値は，変動係数と自己相関距離に影響され，影響が最も顕著になる自己相関距離が存在することを示唆する．実務では，強度のばらつきを考慮し，安全側の支持力を計算することを目的として，地盤の平均強度から標準偏差を引いた特性値($\mu_c-\alpha\cdot\sigma_c$)と理論解$N_{cDet}$を用いた支持力算定がよく行われる．図中には，設計強度(= $\mu_c-1\cdot\sigma_c$, α = 1)として評価した支持力低減率を示すが，99%信頼下限値による低減率が小さくなる範囲があり，α> 1 以上を設定する必要があるといえる．

Fig. 7 に支持力低減率と正規化自己相関距離の関係を示す．Fig. 7a)と 7b)は，それぞれ平均支持力係数μ_{Nc}および 99%信頼下限値を用いた支持力低減率である．ランダム地盤の結果は，Θが微小であると仮定し，図中ではΘ = 0 の座標にプロットした．上界と下界数値極限解析による解析結果の差は，Θ < 0.5 で特に大きくなったが，それ以外の箇所においては，支持力低減率を狭い区間値として評価できている．

Fig. 7a)に示す平均値支持力で評価した支持力低減率は，変動係数によらず正規化自己相関距離の増加とともに，徐々に増加した．一方，Fig. 7b)に示す 99%信頼下限値による支持力低減率は，変動係数の値によらず，正規化支持力距離Θが 1.0 付近で最小値を示した．しかしながら，本解析で行った 0<Θ≦4.0 の範囲では，支持力低減率の差は 10%程度であり，Fig. 5 と Fig. 6 で示した

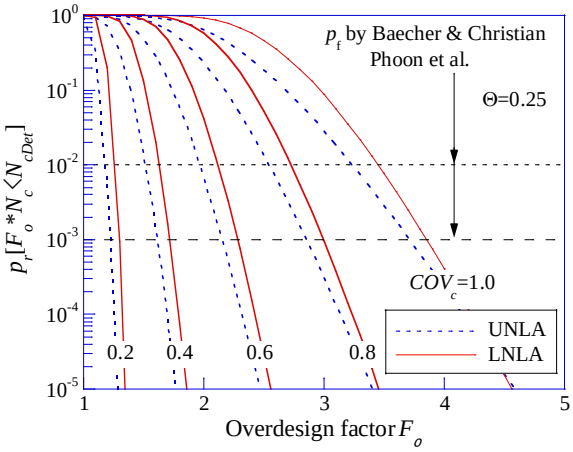


a) Mean

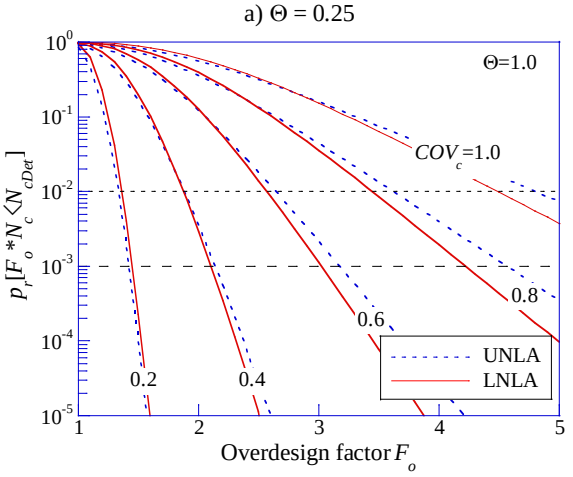


b) 99% lower confidence bound

Fig. 7. Reduced bearing capacity against Θ



a) Θ = 0.25



b) Θ = 1.0

Fig. 8. $p_r[F_o \times N_c < N_{cDet}]$ and overdesign factor F_o

変動係数による低減と比較すると，自己相関距離は変動係数ほど大きく支持力係数には影響しないといえる．

5　固化処理地盤の支持力に関する信頼性解析

本節では，固化処理地盤の支持力の信頼性について，要求される性能を満足するための割増係数の最適値および不良率の許容上限値に関して，確率統計的な観点から検討を試みる．強度の不均質性を考慮した支持力係数 N_c が，均一強度の地盤として得られた支持力係数 N_{cDet} を下回る確率 $p_r[F_o \times N_c < N_{cDet}]$を計算した．ここで，$F_o$ は原位置における目標強度の割増係数である．支持力係数 N_c が対数正規分布に近似できる場合，確率 $p_r[F_o \times N_c < N_{cDet}]$は，以下の式になる．

$$p_r[F_o \times N_c < N_{cDet}] = \Phi\left(\frac{\ln([2+\pi]/F_o) - \mu_{\ln N_c}}{\sigma_{\ln N_c}}\right) \quad (4)$$

ここで，Φは，累積標準正規分布関数である．$\mu_{\ln Nc}$ と $\sigma_{\ln Nc}$ は，対数正規分布に変換した支持力係数の平均値と標準偏差で，$COV_{Nc} = \sigma_{Nc}/\mu_{Nc}$ を用い，以下の式で計算できる．

$$\sigma_{\ln N_c} = \sqrt{\ln(1 + COV_{N_c}^2)} \quad (5)$$

$$\mu_{\ln N_c} = \ln \mu_{N_c} - 0.5 \cdot \sigma_{\ln N_c}^2 \quad (6)$$

Fig. 8 には，正規化自己相関距離Θ = 0.25 および 1.0 における確率 $p_r[F_o \times N_c < N_{cDet}]$と割増係数 F_o の関係を示す．図中の実線と点線が，それぞれ下界と上界数値極限解析の結果である．図中には，Baecher & Christian[7]と Phoon et al.[8]による，限界状態設計法での浅い基礎に対する目標確率 $p_f = 10^{-2}$～10^{-3} も同様に示す．目標確率 $p_f = 10^{-2}$ とは，強度のばらつきを考慮した地盤の支持力 N_c が，99%の確率で均一地盤とした支持力 N_{cDet} を上回ることを意味し，また，支持力 N_c として保証される最小値(99%信頼下限値)と支持力 N_{cDet} が等しくなることに相当する．$p_r[F_o \times N_c < N_{cDet}]$は，割増係数が増加すると減少し，その減少傾向は変動係数が小さいほど顕著であった．また，$p_r[F_o \times N_c < N_{cDet}]$は，正規化自己相関距離Θが 0.25 から 1.0 へと増加するほど増加し，今回の解析ではΘ=1.0 のとき最も大きなり，Θ> 1.0 では減少する結果となった．

Fig. 9a)と 9b)には，目標確率 10^{-2} と 10^{-3} を満足するために必要な割増係数と変動係数の関係である．ここで，必要となる割増係数は，安全側の評価となるように上界と下界数値極限解析で，計算される割増係数の大きい方を採用した．変動係数が増加するほど，必要となる割増係数の値は増加し，その傾向は正規化自己相関距離の値が大きくなるほど顕著であった．例えば，固化処理地盤の強度の変動係数 COV_c が，自然堆積地盤と同程度の 0.2～0.4 の範囲であれば，正規化自己相関距離の値によら

ず，割増係数は 1.5～2.5 の範囲で目標確率 p_f が満足される．しかし，強度の不均質性が高い場合，例えば COV_c > 0.6 以上でΘ= 1 程度になると，目標確率を満足するためには 3.0 以上の割増係数が必要となると考えられる．

Fig. 10 には，目標確率 $p_f = 10^{-1}$，10^{-2} および 10^{-3} を満足するために許容できる不良率と正規化自己相関距離の関係である．許容不良率は，強度の変動係数によって変化したが，今回は COV_c = 0.2～1.0 の範囲で算出した．$p_f = 10^{-1}$ では，Θの値によらず，許容不良率は 17%となった．しかしながら，$p_f = 10^{-2}$ と 10^{-3} では，0 < Θ< 1.0 の範囲で急激に許容不良率は減少し，Θ > 1.0 では，一定の値を示した．実際の固化処理地盤のように自己相関距離が，基礎幅に比べて小さい場合(Θ < 1.0)には，許容不良率は 10%～15%程度であると判断できる．

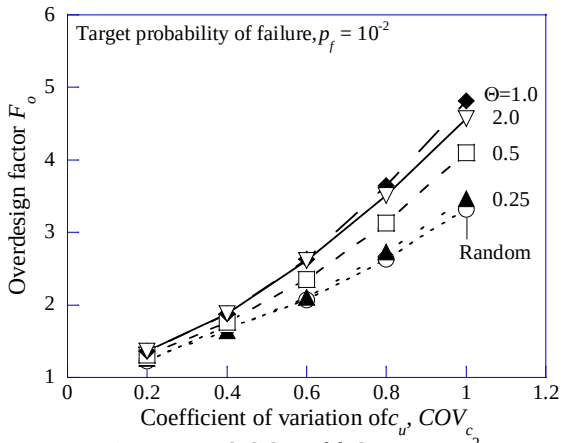
6 ま と め

1) 強度に不均質性を有する地盤の支持力係数は，正規分布および対数正規分布の両者で表現できる．

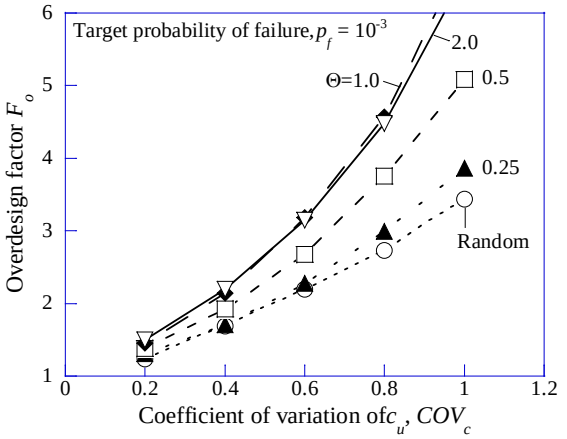
2) 強度に不均質性を有する地盤の支持力係数は，平均値と下限値で傾向が異なる．支持力係数の平均値は，強度の変動係数が増加するほど，また自己相関距離が小さいほど顕著に減少する．一方，支持力係数の下限値は，自己相関距離と基礎幅が等しくなるときに最少となる．

3) 浅い基礎を想定した固化処理地盤の配合設計において，地盤の崩壊確率を 10^{-2}～10^{-3} 以下にするためには，強度の変動係数に応じて，割増係数を調整する必要がある．強度の変動係数 0.2～0.4 では，割増係数 1.5～2.5 が必要であり，従来実務で用いられる割増係数に相当する．しかし，変動係数が 0.6 以上で自己相関距離が大きい条件では，3.0 以上の割増係数が必要となる場合もある．

4) 3)の必要条件を配合設計における不良率で評価すると，許容できる不良率は 5%～15%程度となる．



a) Target probability of failure, $p_f = 10^{-2}$



b) Target probability of failure, $p_f = 10^{-3}$

Fig. 9. Overdesign factor and COV_c

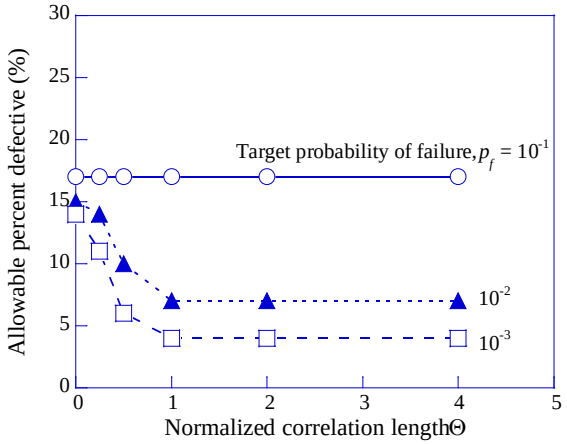


Fig. 10. Percent defective and normalized correlation length

【参考文献】

1) Griffiths, D. V., and Fenton, G. A.: Bearing capacity of spatially random soil: The undrained clay Prandtl problem revisited. Geotechnique, 51(4), 351-359, 2001.

2) Popescu, R., Deodatis, G. and Nobahar, A.: Effects of random heterogeneity of soil properties on bearing capacity, Probabilistic Engineering Mechanics, 20, 324-341, 2005.

3) Foy, K. C., Salgado, R. and Scott, B.: Assessment of Variable Uncertainties for Reliability-Based Design of Foundations, J. Geotech and Geoenv. Eng., ASCE, 128(9), 743-755, 2002.

4) Kasama, K., Zen, K and Whittle J. A.: Effects of spatial variability of cement-treated soils on undrained bearing capacity, Proc. Numerical Modeling of Construction Processes in Geotechnical Engineering for urban Environment, 305-313, 2006.

5) Lyamin, A.V. and Sloan, S.W.: Lower bound limit analysis using non-linear programming, Int. Journal for Numerical Methods in Engineering, 55(5), 573-611, 2002.

6) Sloan, S. W., and Kleeman, P. W.: Upper bound limit analysis using discontinuous velocity fields, Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 127, 293-314, 1995.

7) Baecher, G.B. and Christian, J.T.: Reliability and statistics in geotechnical engineering, John Wiley & Sons, Ltd., NY, 605, 2003.

8) Phoon, K.K., Kulhawy, F.H. and Grigoriu, M.D.: Reliability-based design for transmission line structure foundations, Computers & Geotechnics, 26, 169-185, 2000.