

需要時系列にジャンプ過程が含まれるサプライ チェーンにおける小売・製造業者間の情報共有の評価分析

時永, 祥三
九州大学大学院経済学研究院 : 教授

<https://doi.org/10.15017/26261>

出版情報 : 経済學研究. 79 (5/6), pp.37-60, 2013-03-28. 九州大学経済学会
バージョン :
権利関係 :

需要時系列にジャンプ過程が含まれるサプライチェーンに おける小売・製造業者間の情報共有の評価分析

時 永 祥 三

1 まえがき

サプライチェーン形成 (Supply Chain Management:SCM, 以下では SCM と呼ぶ) において, 市場における製品需要をどのように予測するかという問題に加えて, 小売業者と製造業者との間で需要情報をどの程度共有するかにより生産におけるコストが大きく変動することが知られている [1]-[7]. しかしながらこれまでの研究においては, 製品需要の時系列は自己回帰モデルやその拡張に限定されている問題がある. 一方では, 近年, 時系列において発生する急激なジャンプ状の変動 (以下ではジャンプ過程と呼ぶ) を含むモデルについて広く応用がなされており, 例えば株価や為替レート変動の分析へと適用されている [8]-[18]. また, インターネットトラフィックにおけるバーストを予測する方法を基礎として, 入力規制などによるリスク回避手法へと適用されている. 電力市場の自由化により価格の大幅な変動が観測されており, これをモデルとして組み込んだ設備の運用計画が効果的であることが示されている [9]. 本論文では, 需要時系列にジャンプ過程が含まれるサプライチェーンにおける小売・製造業者間の情報共有の評価分析について述べる [17][18].

本論文ではまず, SCM における小売業者と製造業者との間での情報共有とひずみ関数の性質について, 基本的な理解を整理しておく. すなわち, 需要時系列が自己回帰モデルにしたがって変化する場合に, これを予測する小売業者とこの業者から製造の注文を受ける製造業者を仮定し, 予測誤差の情報を共有することによる生産の効率化を述べる. また, このような情報共有の実施にあたってのコストと精度の関連を, 簡単に整理する. 次に, 需要時系列におけるジャンプ過程と最適生産の基本モデルについて述べる. このモデルにおいては, 需要時系列は自己回帰モデルではなく, その微小変化が確率過程により記述され, しかも急激に上昇あるいか下降するジャンプ成分を含むように拡張されている. このような需要時系列のもとで, 製造業者が最適な生産を行うための関係式を導出する. この場合, 需要時系列は小売業者による予測結果を用いていることに注意しておく. 次に, 小売業者がそもそも, どの程度需要時系列のモデルを推定することができるかを考察する. 具体的には, 時系列生成が確定的な関数で記述される部分とジャンプ過程部分, およびブラウン運動による部分からなる加法的なモデル (いわゆる分解モデル) を仮定する. 次にこれらのそれぞれの部分に対して, 逐次的な近似により時系列の構成部分を生成するモデルの記述関数を推定する [17][18]. 第 1 番目の確定的変動部分の推定においては, 時系列の生成がなされる関数を遺伝的プログラミング (Genetic Programming:GP) 手法を用いて推定する [19]-[23]. しかしながら第 2 番目のジャンプ過程部分の同定については, 実際に観測される個数が相対的に少ないことを考慮して, あらかじめ

利用可能な多数のサンプルを用いて学習を行ったファジイ推論を用いる。すなわち、人工的な(既知の)ジャンプ過程生成のモデルを用いた多数のジャンプ過程を含む時系列を生成しておいて、時系列セグメントを入力としてジャンプが発生したか否かを出力とする、ファジイ推論による学習方法を用いる [24]-[28]。この場合、入力の個数を多く取れる多段ファジイ推論を適用する。これらの2つの構成部分が推定されたと仮定した場合における時系列生成モデルの良好さが計算されるので、従来のバイズ型時系列モデル推定の場合と同様に、パラメータの逐次近似を適用する。

応用例として、さまざまな条件のもとで人工的に生成された時系列データに対するモデル推定と、小売業者と製造業者との間での情報共有の評価を論じ、本論文の手法の有効性を示す。また、キャズムを仮定した場合の情報共有の価値についても言及する [29][30]。

2 サプライチェーンにおける情報共有とひずみ関数

2.1 サプライチェーンと情報共有の効果分析

SCMにおいては、小売業者が製造業者に注文を出す場合に、注文に変動が発生する原因についての数理モデルも提案されており、最終的な生産数量が激しく変動する結果を生むことから、その現象を Bullwhip Effect と呼んでいる [1]-[4]。その発生原因をまとめると、1) 需要予測の誤差、2) 注文の形式、3) 商品不足への反応、4) 価格への反応があるとされている [1]-[4]。1番目はエージェントが行う需要予測の精度に関するものであり回避できないが、2番目は注文を数期分をまとめて出すためであり、3番目は商品の需要が増加する局面で販売数量を確保できなくなることを懸念し、多めに注文を出すことに対応する。また第4番目は製品の価格が相対的に安い時期と高い時期が混在する場合には安い(高い)時期により多く(少なく)注文することに対応する。

われわれはこのような Bullwhip Effect の発生原因を特定するため、小売業者の注文行動を粒子フィルタ (Particle Filter:PF) と GP 手法を用いて推定し、あらかじめ正しい注文行動と比較することにより変動を抑制する方法論を提案した [5]。しかしながらこの方法は、小売業者の行動における不確実性に注目した間接的な変動抑制の方法であり、より直接的に製品需要に含まれる変動を推定する方法が必要であろう。本論文では、製品需要にジャンプ過程が含まれるより一般的なケースを仮定し、このモデルについて多段ファジイ推論と GP 手法により予測・推定する方法を提案している。

以下ではまず、製品需要の予測を行う場合に、小売業者と製造業者との間で情報がどれだけ共有されるかにより、生産がどのように改善されるかを、先行研究をもとにしてまとめておく [1]-[3]。

次のような変数を定義する。

$D(t)$:時刻 t における小売業者が見込む需要。

$Y(t)$:時刻 t における小売業者が見込む理想的な発注数量。

$S(t)$:時刻 t における小売業者の最適在庫数量。

基本モデルを以下に示す。

$$D(t+1) = d + \rho D(t) + \varepsilon(t) \quad (1)$$

ただし、 $D(t)$ には、正規分布する平均がゼロで標準偏差が σ であるノイズ $\varepsilon(t)$ が含まれることを仮定している。小売業者と製造業者はそれぞれリードタイム l および L にわたる在庫をみなおす行動をとると仮定し、小売業者は時刻 t における需要 $D(t)$ を観測したあとで数量が $Y(t)$ となる製造依

頼を製造業者に伝達する。この場合、製造業者は在庫数量が調達できない場合には、いわゆる在庫切れコストを支払って外部からの調達を行う義務が発生する。ここで Y_t は、次のように書くことができる。

$$Y(t) = D(t) + [S(t) - S(t-1)] \quad (2)$$

$S(t), S(t-1)$ は時刻 $t, t-1$ における在庫レベルである。なお最適在庫、すなわち倉庫などにおける在庫コストを最小にするための $S(t)$ の値は、次のよう求めることができる。

$$S(t) = m(t) + k\sigma\sqrt{v} \quad (3)$$

ここで $m(t), v$ は $\sum_{i=1}^{l+1} D(t+i)$ の平均と分散であり $d, \rho, D(t), \sigma$ を用いて書くことができる。

$$m(t) = \frac{d}{1-\rho} \left[(l+1) - \sum_{j=1}^{l+1} \rho^j \right] + \frac{\rho(1-\rho^{l+1})}{1-\rho} D(t) \quad (4)$$

$$v = \frac{1}{(1-\rho)^2} \sum_{j=1}^{l+1} (1-\rho^j)^2 \quad (5)$$

$$k = \Phi^{-1}[h_2/(h_1 + h_2)] \quad (6)$$

h_1, h_2 は商品の貯蔵コスト、在庫切れコストであり関数 $\Phi(\cdot)$ は標準正規分布の分布関数である。ここでは関数 $\Phi(\cdot)$ の逆関数を用いる。なお在庫切れをできるだけ回避するには、相対的に h_2 の値を大きくする。

一方製造業者は、小売業者からの注文を受け取ったあとに、その在庫レベルがリードタイム $t+L+1$ の終わりまでに目標のレベルへと達するように製品製造を行う。すなわち製造業者の生産レベルは

$$B_t = \sum_{i=1}^{L+1} Y_{t+i} \quad (7)$$

となる。この数値の期待値を計算すると、製造業者の行うべき製造レベルは次のようになる。

$$T_t^* = M_t + K\sigma\sqrt{V}, K = \Phi^{-1}[P/(P+H)] \quad (8)$$

ここで定数 H, P は、製造業者の在庫コストの品切れコストである。また関数 $M(t), V$ は定数である d, ρ, l, L, σ および $Y(t)$ を用いて表現できる (あとの議論に直接関係ないので、これらの関数の詳細な形状は省略する)。なおこの場合には、小売業者から製造業者に対しては需要予測の誤差である、式 1) における項 $\varepsilon(t)$ は伝達されない、いわゆる情報の非共有の状況が仮定されている。

一方、小売業者から製造業者に対して、需要予測の誤差である式 (1) における項 $\varepsilon(t)$ が知らされる情報共有の状況では、式 (8) は次のようになる。

$$T_t^* = M_t' + K\sigma\sqrt{V'}, M_t' < M_t, V' < V_t \quad (9)$$

$$M_t' = M_t - f_1(\rho, l, L)\varepsilon_t < M_t, V' = f_2(\rho, l, L) < V_t \quad (10)$$

ここで2つの関数 $f_1(\cdot), f_2(\cdot)$ はある関数であるが、議論の展開には直接影響はしないので詳細は省略する。この式が示すように、製造業者が製造すべき最適な数量は、情報共有を行った場合には非共有の場合と比較して、需要予測の誤差 D_t に関連する数量だけ少なくなっている。

このようなことから、情報共有は直接的に製造業者の無駄な製品製造を抑制する効果がある。

2.2 情報共有のコス:rate distortion function

小売業者と製造業者との間で情報共有が完全に行われた場合には、製造業者における余分な製造や在庫の確保は軽減される。しかしながら一般には、情報の伝達にはコストが付随するので、このようなコストと効率の間での相互関係(トレードオフ)を考慮する必要がある。すなわち、小売業者が需要予測をどれくらい誤ったかについては、常に販売店での売り上げをモニターする必要があり、コストを投入する必要がある。一方製造業者においても、より正確な需要誤差の情報を小売業者から得るには、コストの投入と同時に、信頼関係を構築する必要がある。なぜなら一般的には Bullwhip Effect の説明でも述べたように、小売り業者と製造業者の利害は、必ずしも同一方向にはないことがあげられる。

このような情報の伝達の正確さとコストの間関係については、いくつかの評価尺度が存在するが、従来より情報理論の分野において情報に加えらる歪(ひずみ)、すなわち情報の損失とこれをカバーするための伝送レートとの関係が理論式として示されている [5][6]。理論をここで説明するには、多くの説明と前提条件が必要となるので、ここでは情報の伝送速度レートと情報の正確さの間には相補的、あるいは相反的な関係式があることだけを述べておく。

3 需要時系列におけるジャンプ過程と最適生産

3.1 需要時系列におけるジャンプ過程のモデル化

これまで述べてきた SCM における生産計画決定に用いられる需要関数を、単純なブラウン運動による記述から拡張して、ジャンプ過程を含むものへと定式化する。需要 $D(t)$ は定常的にはブラウン運動に従って変動すると仮定するが、消費動向などによりジャンプ状の変動が加わり急激に需要が高騰(これを上昇ジャンプと呼ぶ)あるいは低落(これを下降ジャンプと呼ぶ)するモデルを用いる [9][14]-[18]。

なお説明を分かりやすくするために、以下では需要時系列の生成モデルにおいて直接的にジャンプの生起を含ませる形を示す。なお SCM における最適な生産を決める場合には、需要の時系列だけではなく、価格の変動についてもジャンプ過程を含ませる必要がある。しかしながら需要と価格の両方にジャンプ過程が含まれる場合には、問題が複雑となり、本来の分析結果についての見通しが悪化する危険性がある。したがって以下では、需要時系列にだけジャンプ過程が含まれるように問題を単純化している。

需要時系列の変動モデルを説明する。まず、上昇(下降)ジャンプには2つのジャンプ過程であるジャンプの開始(go)と、このあとにもとのレベルに復帰する動作(back)とからなると仮定する。時間間隔 dt の間における価格 D の変化 dD は、次のように書ける。

$$dD = \alpha(D, t)dt + (J_1 - D)\lambda_{go}dt + (J_2 - D)\lambda_{back}dt + \sigma Ddz \quad (11)$$

ここで dz はブラウン運動の微分値であり、また $\lambda_{go}, \lambda_{back}$ は単位時間当たりの開始(go)と復帰(back)ジャンプの発生確率であり、 J_1, J_2 はこれらの2つの動作の大きさに対応しており、正規分布にしたがうと仮定する。すなわち、 $N(a, s)$ を平均が a 、標準偏差が s である正規分布として

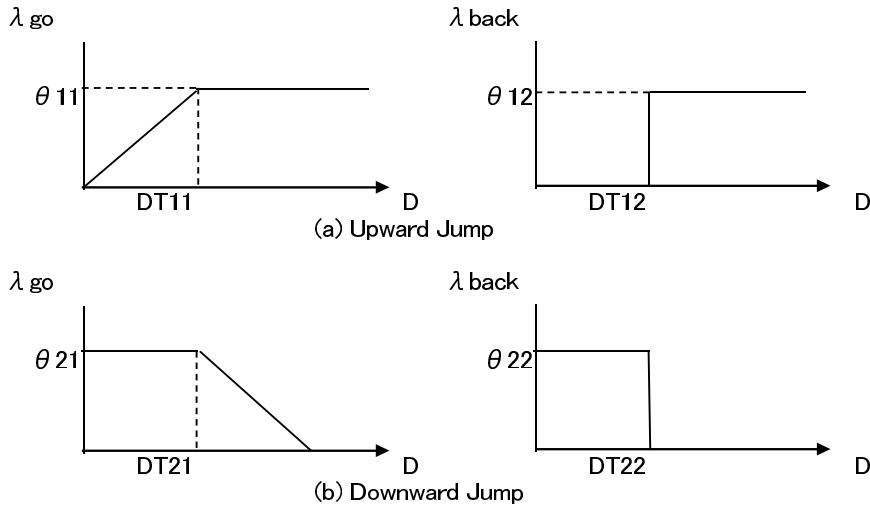


図 1: 上昇(下降)ジャンプにおける確率 $\lambda_{go}, \lambda_{back}$ (上:上昇ジャンプ, 下:下降ジャンプ)

$$J_1 \sim N(a_{11}, s_{11}), J_2 \sim N(a_{12}, s_{12})$$

であるとする. 下降ジャンプの場合には J_1, J_2 はそれぞれ下降ジャンプの開始 (go), もとのレベルに復帰する (back) 動作に対応し, 次のように仮定しておく.

$$J_1 \sim N(a_{21}, s_{21}), J_2 \sim N(a_{22}, s_{22})$$

ジャンプの開始と復帰 (go,back) の発生確率 $\lambda_{go}(D), \lambda_{back}(D)$ を規定する関数の形状については, 図 1 に示すような区分線形のやや簡単なものを仮定する [9][14]-[18]. この関数形状を複雑にすることも可能であるが, ジャンプは頻繁には発生しないことや, 関数形状の細かな違いはジャンプ発生に大きな影響を与えないことが背景になっている. 図 1 において上昇(下降)ジャンプにおける発生確率を, $D(t)$ の関数として分かりやすく示している. これらの図 1 より分かるように確率 $\lambda_{go}(D), \lambda_{back}(D)$ はある閾値 (DT_{11} など) の上下で変化することを仮定しており, 遷移する領域を除いては一定値 (θ_{11} などとして定義) である. 図 2 にはパラメータをある組み合わせに設定した場合の, 上昇ジャンプと下降ジャンプが含まれる時系列の例を示している.

なお, これらのパラメータを変更する影響の概要については, 以下のようにまとめられる. 乱数生成の分布の平均値 (a_{11} など) はジャンプの大きさを規定する. ジャンプの発生確率である $\theta_{11}(\theta_{21})$ などは, 上昇(下降)ジャンプの発生頻度を与え, これらが大きいと上昇(下降)ジャンプが頻発する. 同様に確率 $\theta_{12}(\theta_{22})$ が大きい場合には, 価格が上昇(下降)してもとのレベルに戻る時間が短いことを意味しており, 確率が小さい場合には, 上昇(下降)したまま継続する時間が長くなる.

3.2 製造業者の最適化行動の偏微分方程式による記述

製造業者は予測された(観測可能であると仮定した場合の観測データである)需要時系列をもとにして, 自身の利益を最大化する生産を行う. この場合の関係式を, 導出する.

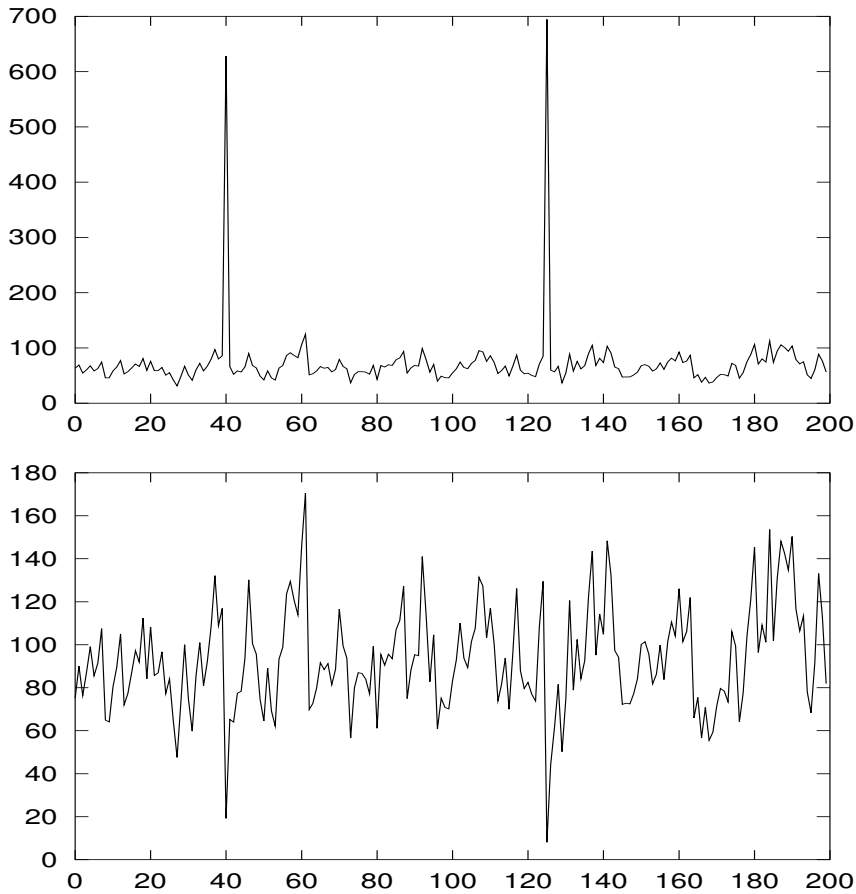


図 2: 上昇ジャンプおよび下降ジャンプの例 (上:上昇, 下:下降)

$R(t)$ を時刻 t における最適な在庫数量, $c(t)$ を最適な生産数量とする. この場合次のような関係式が得られる.

$$dR(t) = [c(t) - D(t)]dt. \quad (12)$$

上に述べたような前提のもとで, 現在の時刻 t から最終の時刻 T までの製品の製造販売による価値を最大化する問題の解を求める手順を示す. 与えられた評価関数の最大化問題は, 次のものである.

$$V(D, P, f, c, t, R) = \max_c E \left[\int_t^T e^{-\rho(t-\tau)} F(D, P, f, c, t, R) d\tau \right] \quad (13)$$

$$F(D, P, f, c, t, R) = PD(t) - A(c(t), f) - H(R) - B([D(t) - c(t) - R(t)]) \quad (14)$$

ここで, P, f は製品の価格と製造に必要なコストである (定数であることを仮定する). また $A(\cdot), H(\cdot), B(\cdot)$ は製品を生産するコストを表す関数, 在庫コスト関数, 在庫切れ (back order) コスト関数である. 通常, 関数 $B(\cdot)$ は生産が十分でない場合に, 他社から製品を直接調達する場合のコストを意味するが,

ここでは製品価格が下落して、製造するより直接製品を調達する方が有利な場合に、製品の製造数量を調整するための関数として用いる。なお関数 $B(x)$ は通常の設定では、変数 x が否負の場合には変数と同じ値 x をとり、変数が負の場合にはゼロとなる関数である。しかし、本章で取り扱うような確率微分を用いる定式化においては、関数は 2 次微分可能であることが必要である、これを考慮して本章では次のような近似的な関数を用いている。

$$B(x) = 0.5x(1 + \tanh(10x)) \quad (15)$$

ρ は、このような投資問題で設定する定数で、時間経過とともに価値が減少する割合 (割引率) を示す。この式を 2 つの時間区間に分けて表現すると、次のようになる。

$$\begin{aligned} V(D, P, f, c, t, R) = \max_c E[& \int_t^{t+dt} e^{-\rho(\tau-t)} F(D, P, f, c, t, R) d\tau \\ & + \int_{t+dt}^T e^{-\rho(\tau-t)} F(D, P, f, c, t, R) d\tau] \end{aligned} \quad (16)$$

更に変形すると、次のようになる。

$$\begin{aligned} V(D, P, f, c, t, R) = \max_c E[& \int_t^{t+dt} e^{-\rho(\tau-t)} F(D, P, f, c, t, R) d\tau \\ & + e^{-\rho dt} \int_{t+dt}^T e^{-\rho(\tau-(t+dt))} F(D, P, f, c, t, R) d\tau] \end{aligned} \quad (17)$$

この第 2 項は、評価関数の定義式において時間をずらした表現であるので、この式を、時間 t の微小変化 dt の間における変分を用いて書き直すと、次のようになる。

$$\begin{aligned} V = \max_c E[& \int_t^{t+dt} e^{-\rho(\tau-t)} F(D, P, f, c, t, R) d\tau \\ & + e^{-\rho dt} V(D + dD, c(t + dt), t + dt, R + dR)] \end{aligned} \quad (18)$$

この式に対して、多次元変数に対する伊藤 (Ito) のレンマを用いて確率変数の 2 次微分までを求めたあと、代入を繰り返し、式を変形すると次のようになる。

$$0 = \max_c [F(D, P, f, c, t, R) + L(V) + (c - D)V_R]dt + \sum_{k=1}^2 E[V_k^{(+,D)} - V]dq_k \quad (19)$$

$$L(V) = V_t + \frac{1}{2}\sigma^2 V_{DD} + \alpha V_D - \rho V \quad (20)$$

$$V_k^{(+,D)} = V(D + J_k(D, P, t, J_k), f, t, R) \quad (21)$$

ただし、 $V_k^{(+,D)}$ ($k = 1, 2$ をジャンプの開始と復帰である go, back に対応させる) は、需要 $D(t)$ において大きさが $J_k(\cdot)$ のジャンプが発生した場合の $V(\cdot)$ の値である。また、偏微分の記号は $V_D = \partial D / \partial D$, $V_{DD} = \partial^2 D / \partial D^2$ などを意味する。なお $V(\cdot)$ は、最大化をする関係式の両辺に含まれているが、変数 c の陽な関数ではない。

dt より早く減衰する項目を除去し、期待値を取り微小量 dt により割ることで、次の偏微分方程式が得られる。

$$\max_c [L(V) + F(D, P, f, c, t, R) + (c - D)V_R] + \sum_{k=1}^2 \epsilon_k E[V_k^{(+,D)} - V] = 0 \quad (22)$$

上に示した偏微分方程式において、決定変数である $c(\cdot)$ は、次に示す最大化問題の解として与えられる。

$$\max_c [F(D, P, f, c, t, R) + (c - D)V_R] \quad (23)$$

このように決定された c を代入して、利益 $V(\cdot)$ に関する偏微分方程式を得ると、次のようになる。

$$0 = L(V) + F(D, P, f, c, t, R) + (c - D)V_R + \sum_{k=1}^2 \epsilon_k E[V_k^{(+,D)} - V] \quad (24)$$

以上のような確率微分方程式を、境界条件を定めることにより解けば、価格が決定される。この偏微分方程式の解の終端条件は次のようになる。

$$V(D, P, f, T; c) = 0. \quad (25)$$

これまでの導出手順を用いると、変動要因に関する偏微分方程式が得られるので、これを解くことにより評価関数の最適化を行う決定変数 $c(\cdot)$ の値、およびこのときの評価関数の値を求めることができる。しかしながら、一般には、変動要因の数が増加したり係数の形状が複雑になると、解析的に解を求めることは極めて困難になる。このようなことを考慮して、以下では、偏微分方程式を数値的に解く方法として、よく用いられる有限差分による計算法を使用する。

3.3 情報共有の対象となる項目

これまで述べてきたように、本論文では SCM における小売業者と製造業者との間で、需要時系列の挙動に関して情報共有されるべき項目を 4 つあげてきている。これをあらためて示しておく。

(1) $\alpha(t)$

(2) σ

(3) $DT_{11}(DT_{21})$

(4) 正規分布 $J_1 \sim N(a_{11}, s_{11})$ における平均 s_{11} と正規分布 $J_1 \sim N(a_{21}, s_{21})$ における平均 a_{21} 。

一方では、分析の煩雑さを回避する目的で、次のようなパラメータは固定されていると仮定しておく。すなわち、 $\theta_{11}\theta_{12}$ (θ_{21}, θ_{22}) は定数であると仮定しておく。また、パラメータ DT_{12}, DT_{22} は正規分布の性質を考慮して、それぞれ $a_{11}(a_{21})$ に比例すると仮定しておく。

4 ジャンプ過程を含む時系列モデルの推定

4.1 システム構成の概要

本論文では、小売業者と製造業者との間での需要時系列のモデルに関する情報共有の効果を分析することが目的であるが、この前提として、需要時系列を記述するパラメータを、どの程度まで正確

に推定することができるかを議論しておく必要がある。この方法論にはさまざまなものが存在すると思われるが、以下では、われわれが以前提案した、比較的精度が良好である推定方法について整理しておく [17][18]。

以下では、ジャンプ過程変動を含む時系列モデルについて、GP 手法および多段ファジイ推論 (以下、単にファジイ推論と呼ぶ) を用いたモデル推定の概要について示すが、最初にシステム構成の概要について述べておく。図 3 には、本論文で用いる推定手法の概要を示す。システムの主要な部分は、モデルに含まれる確定的な関数を GP 手法により推定するサブシステム G と、ファジイ推論によりジャンプ発生を検出するサブシステム F である。

観測された時系列 $D(t)$ は 2 つのサブシステムに入力され、まずサブシステム F において時系列のジャンプ発生部分の検出が行われる。一般に、時系列におけるジャンプは頻繁には起こらないので、観測データだけを用いてジャンプ発生を推定することは難しい。そのため、あらかじめジャンプ過程を含む時系列を生成しておき、これを学習データとするファジイ推論システムを構成しておく。ファジイ推論システムにおける学習に用いる入力データは時系列のジャンプを含むセグメントであり、出力はジャンプ発生の有無である 2 値となる。このような人工的な時系列においては、ジャンプの発生時刻とこのセグメントは既知であるので、ジャンプを含むセグメントが入力された時刻においてだけで、出力を最大にする方向で学習を進めることができる。サブシステム F には、ファジイ推論に連動する処理手順として、ジャンプ過程を生成するモデルのパラメータ推定がある。一方、サブシステム G に対しても観測データが入力されるが、時系列データの中でジャンプ部分のサンプル数は、相対的に少ないので、ジャンプ部分以外のサンプルを用いて、時系列生成の確定的な関数部分 (これを $\alpha(D, t)$ としておく) の形状を GP 手法により推定する。本論文では、これらの 2 つのサブシステムを交互の繰り返し適用して、モデルの推定を進める。

2 つのサブシステムの間でのデータ交換は、次のようになる。前の繰り返しにおいてサブシステム F で推定されたジャンプ過程記述モデルのパラメータを用いて、サブシステム F における学習が再度行われる。この場合、前の繰り返しにおいてサブシステム G により推定された確定的部分の関数 $\alpha(\cdot)$ が用いられる。再度、学習により最適化されたサブシステム F を用いてジャンプ部分の検出が行われる。このあと、再度サブシステム G において確定部分の推定が行われ、このような手順を繰り返す。

4.2 GP 手法および多段ファジイ推論の概要

以下では、GP 手法および多段ファジイ推論の 2 つのサブシステムで行う処理について述べていく。

サブシステム G の構成

最初に、時系列モデルの確定部分の関数を推定する GP 手法について示す。確定部分の関数である $\alpha(D, t)$ は変数 D と t の関数であるので、関数の形状の複雑さを除けば、GP 手法の適用は直接的である。本論文で用いる GP 手法については、すでに多くの記述があるので、手法について概要を示すにとどめる [19]-[23]。GP 手法においては、関数を表現する個体を乱数をもとに生成しておく。この個体を関数とみなした場合に得られる評価値を、適合度として定義する。この適合度の大きな個体どうしに対して交差処理を適用し、新たに生成された個体を、個体プールの中で適合度が相対的

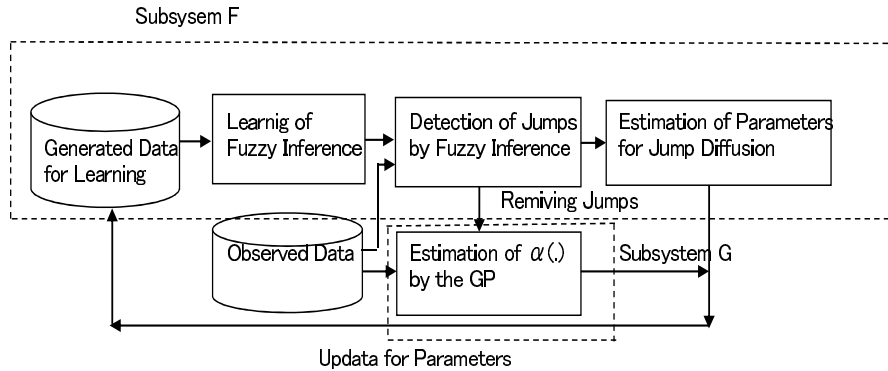


図 3: システム構成の概要

に小さい個体と置き換える. このような操作を繰り返すことにより, 個体の関数近似の精度を向上させる.

GP 手法の適用においては, 複数 (例えば 1000 個) の関数が個体として生成され, これらの個体ごとに計算される適合度を用いて, 関数 $\alpha(\cdot)$ の近似の精度を向上させるような遺伝的な操作が繰り返される. 関数 $\alpha(\cdot)$ の推定アルゴリズムは, 以下のようにまとめられる.

(ステップ 1) 個体の初期値の設定

関数 $\alpha(\cdot)$ を近似するための GP 個体の集合を, 乱数を用いて生成しておく. モデル推定の対象は観測時系列の差分 $dD(t) = D(t) - D(t-1)$ となる. なおこの場合, 時系列の増分が関数近似の対象となるが, 増分 dD を時系列 D で割ったデータ dD/D の方が取り扱いやすい. この場合, ジャンプ部分を除けば次の形となる.

$$dD/D = \alpha(D, t)/D + \sigma dz \tag{26}$$

この式における標準偏差 σ は推定の対象であるので, 初期値を設定しておく. なおサブシステム F についても同時に, 図 1 に示すジャンプ発生を規定するモデルのパラメータ (推定の対象), およびジャンプ J_1, J_2 の分布を与える平均と分散 (推定の対象) の初期値を与えておく.

(ステップ 2) 個体の適合度の計算

それぞれの個体 i により表現される関数 $g_i(D, t)$ を用いて関数 $\alpha(D, t)$ を近似すると仮定して, 式 (27) にしたがって時系列を生成した場合の近似誤差を求める. すなわち, この関数 $g_i(\cdot)$ を $\alpha(\cdot)$ の代わりに用いた場合に, もとの観測された時系列 $dD(t)/D(t)$ から確定部分を取り除いたものを求め, これを $v_i(t)$ としておく. 基本的な手法においてはこの平方 2 乗 ε_i が最小となる個体が良好な近似を与えるが, 本論文の取り扱う問題においては, この $v_i(t)$ が正規分布にしたがうとする仮定を用いているので, 残差の分布の統計量を求めて統計的検定により正規分布との一致度 L_i を求めておく (方法としては, 一般的に行われる 2 つの分布の比較手法とする). 個体の適合度, すなわち関数の近似の良好さは, この ε_i および L_i を用いて定義する.

(ステップ 3) 個体に対する遺伝的操作

GP 手法を適用して, 個体による関数近似の精度をたかめる. すなわち, 適合度の高い個体どうしに対して遺伝的操作 (交差処理) を加えて, より近似度の高い個体を生成し, 個体プールにおける適

合度の低い個体と入れ替える。

サブシステムからサブシステムへと受け渡すデータは、適合度が最高であった個体の与える $\alpha(\cdot), \sigma$ に対する推定値 $\hat{\alpha}(\cdot), \hat{\sigma}$ となる。以上の操作を繰り返すが、途中のサブシステム F によるジャンプ検出の手順が入る。

サブシステム F の構成

次に、サブシステム F において行う処理について述べる。時系列生成モデルのジャンプ過程部分の推定については、問題点として観測される個数（ジャンプ発生回数）が相対的に少ないことがある。本来ジャンプは頻繁には発生しないので、観測データだけを用いてジャンプ過程部分のモデルを推定した場合には、大きな推定誤差が発生するおそれがある。そのため、何らかの学習手法を用いることが適切であるので、本論文ではファジィ推論によりジャンプ発生の有無を検出する方法を用いる。すなわち、既知の時系列生成モデル（関数 $\alpha(\cdot)$ やジャンプ過程を記述するパラメータが既知）により生成されたジャンプ過程を含む時系列を多数用意しておいて、ジャンプ発生時における観測データをファジィ推論の入力とし、ジャンプ発生の有無（既知システムではジャンプの有無と時刻は特定可能である）を出力とする学習を行う。学習が行われたあとで、観測された時系列の中でジャンプであるかどうか不明である時系列セグメントを入力して、その出力からジャンプ発生の有無を推定する。

なお本論文では、相対的に入力数が多い場合においても適用が可能である、多段ファジィ推論を用いる。一般に、メンバーシップ関数の個数を増加するほど、ファジィ推論の結果は向上する。しかし、メンバーシップ関数の個数を 1 つ増やすだけでも、推論ルールを最適化するための計算時間は極端に増加する。推論のルール数 N_R と入力変数の数 m 、メンバーシップ関数の個数 n の関係は $N_R = n^m$ となる。一方、多段ファジィ推論においてはシステムへの入力を段階的に加えることにより、ルールの総数を大幅に削減することができる [25]-[28]。例えば入力変数の数が 5 以上になると 1 段ファジィ推論ではルール数が極めて多くなり、実際にはシステムを実現することが困難になる。これに対して多段ファジィ推論の場合には、その総数はほとんど変化がない。なお多段ファジィ推論は文献 [25]-[28] などに記述されているので、ここでは省略し、概要を付録 A に示すにとどめる

ファジィ推論を用いてジャンプ発生の有無を検出するための学習の手順は、以下ようになる。

(1) 学習における入力変数、出力データ

システムへの入力変数は、ジャンプ過程を含む時系列セグメントのサンプル値とする。すなわち、ジャンプの中心部分の時刻を t_c とした場合に、 $x = [D(t_c - K), D(t_c - K + 1), \dots, D(t_c), \dots, D(t_c + K - 1), D(t_c + K)]$ が入力である (K については、応用例において示す)。学習データとしては、このような入力変数の組 x と、ジャンプが発生したか否かを示す 2 値データ y が与えられる。なお、すでに述べたように、学習データにおいてはジャンプ発生の時刻は既知であるので、 x と y との組を十分な個数準備しておく。学習の過程では、ジャンプが発生する（発生しない）ような状況における入力変数の組 x_i と $y = 1 (y = 0)$ を与え、このときには出力が 1(0) となるような多段ファジィ推論のパラメータの調整を行う。

(2) 観測データに対するジャンプ検出

次に、学習が完了したファジィ推論システムを観測データに対して適用して、ジャンプの有無の検出を行う。ジャンプ過程の発生の有無を検査する段階では、時系列から得られる入力変数 x を多段ファジィ推論システムに入力して、出力 y が 0.5 以上 (0.5 未満) ならジャンプ過程が発生した（発生

しない)と判断する。

(3) ジャンプ過程に関するパラメータの推定

ジャンプ過程が発生していると推定された場合には、図1に示す確率のモデルを用いて、ジャンプ部分の時系列セグメントの形状に関するいくつかのパラメータを推定しておく。推定されたパラメータは、次の繰り返しで、サブシステムFにおけるファジィ推論の学習データ生成に利用される。

4.3 2つのサブシステムの関係

2つのサブシステムの間では、相互に他のサブシステムで推定された関数やパラメータを、既知として利用することになる。具体的には、次のような関係になる。

(1) サブシステムGでの仮定と受け渡しデータ

前の繰り返し計算でサブシステムFにおいて検出されたジャンプ発生部分を除去した時系列に対して、時系列生成の確定部分の関数近似を行う。サブシステムGからサブシステムFへと受け渡すデータは、適合度が最高であった個体の与える $\hat{\alpha}(\cdot), \hat{\sigma}$ となる。

(2) サブシステムFで仮定する関数とパラメータ

前の繰り返し計算でサブシステムGにおいて推定された $\hat{\alpha}(\cdot), \hat{\sigma}$ を用いて学習データを生成する。この場合、同時に、学習データ生成において、前の繰り返し計算でサブシステムFにおいて推定されたジャンプ部分を記述するパラメータ (DT_{11}, a_{11} など) を用いる。

4.4 時系列モデル推定の誤差について

本論文の目的は、製品製造における小売業者と製造業者との間における情報共有の意義を、数量的に分析することにある。しかしながら、このような情報伝達の精度や相互の関係を分析する前に、製品販売の前線にある小売業者が、そもそもどの程度に詳しい需要予測、あるいはその基本となる需要時系列のモデルを推定することができるかを、検証しておく必要がある。すなわち、もともと需要時系列に含まれるジャンプ過程の推定に、極めて大きな予測誤差が含まれているとするならば、小売業者と製造業者がいかに精密な情報共有を行っても、その効果は限定的であると言えよう。

われわれは以前この問題に関して、GP手法と多段ファジィ推論システムの方法論を用いて、需要時系列のモデルを推定する方法を提案した [17][18]。以下では必要な範囲で、この方法論を整理して示すと同時に、需要時系列モデルの推定精度の限界について言及しておく。

以下では、(1) ファジィ推論によるジャンプ検出の性能、(2) 関数 $\alpha(\cdot)$ とジャンプ過程パラメータの推定について、結果を整理しておく。

ファジィ推論によるジャンプ検出の性能

以下では、モデルが既知であり人工的に生成されたジャンプ過程を含む変動時系列データを用いて、シミュレーションにより、本論文で示すGP手法とファジィ推論による時系列モデル推定の評価を行う。シミュレーションにより生成された時系列から推定すべき対象は、確定的部分については関数 $\alpha(\cdot)$ の形状、ブラウン運動については標準偏差 σ である。一方ジャンプ過程生成モデルについては、 DT_{11}, a_{11} などの複数のパラメータが含まれる。なおシミュレーションは同時並行的に行われるが、最初に、ファジィ推論によるジャンプ検出の性能について整理しておく

以下では、シミュレーションの条件について説明する。まず確定部分の関数 $\alpha(\cdot)$ について、本論文の手法の有効性を検証するために複数のケースを仮定する。しかしながら、単調な増加あるいは減少関数は、トレンドとしての性質が支配的になるので、文献 [9] などを参考にして、概周期的な変動を関数 $\alpha(\cdot)$ の対象としている。しかもこれに含まれる周期関数は連続であることが必要であり、不連続の場合にはこの関数に起因するジャンプが発生する問題がある。これらを考慮して、具体的には、次のような周期が 2π である正弦関数、およびこの正弦関数に $1/2$ 周期と $1/3$ 周期の正弦関数が重畳した関数 $f_i(x)$ を考察の対象とする。関数に添え字を付けて区別し、また、関数の変動範囲をそろえるように正規化している。

$$f_1(x) = \sin(x), 0 \leq x \leq 2\pi$$

$$f_2(x) = [\sin(x) + \sin(2x)]/1.42, 0 \leq x \leq 2\pi$$

$$f_3(x) = [\sin(x) + \sin(3x)]/1.73, 0 \leq x \leq 2\pi$$

dD に含まれる第 1 番目の項の関数 $\alpha(D, t)$ については、これらの関数を用いて上昇と下降ジャンプに共通する式として、次のように記述されると仮定する。

$$\alpha_i(D, t) = 6f_i(2\pi t) + 0.4(D_z - D) \quad (27)$$

ここで D_z については、次のように設定する。

上昇ジャンプ $D_z = 70$, 下降ジャンプ $D_z = 100$

次に、ジャンプ部分のモデル化のためのパラメータの設定について述べる。いま、 θ_{11} などのパラメータをすべて可変にすると、推定すべきモデルのパラメータは多数にのぼり、モデルの種類も極めて多数になり、推定手法を検証する場合には適切ではない。このようなことを考慮して、以下では、可能なかぎり推定すべきパラメータの個数を削減することにする。具体的には、ジャンプの発生確率について次のように仮定する。

$$\theta_{11} = 0.01, \theta_{12} = 0.85$$

$$\theta_{21} = 0.01, \theta_{22} = 0.85$$

このように可変部分を削減することによる影響が小さいことについて、多数のシミュレーションをもとに検討しているが、詳細を述べることは省略する。またジャンプ発生確率に関するパラメータを、次のように仮定しておく。

$$DT_{11} = 100, DT_{12} = 200, DT_{21} = 150, DT_{22} = 30$$

ジャンプ J_1, J_2 の大きさの正規分布については、上昇ジャンプと下降ジャンプでは分布が異なり、以下のように基本となるケースとして仮定する。ケース C1(D1) は上昇 (下降) ジャンプの生成における、基本ケースである。

$$C1: a_{11} = 700, s_{11} = 100, a_{12} = 100, s_{12} = 10$$

$$D1: a_{21} = 10, s_{21} = 5, a_{22} = 20, s_{22} = 10$$

更に、これらのパラメータの連続的な値に対してシミュレーションを実施するのは容易ではないので、パラメータの分布を考慮して、次に示すような代表的な事例 (パラメータの組み合わせ) についてのみ、検証をすすめる。これらの代表事例はケースと呼ぶことにして、C2, C3 などで区別する。

$$C2: a_{11}, s_{11}, a_{12}, s_{12} \text{ をすべて半分に}$$

$$C3: a_{11}, s_{11}, a_{12}, s_{12} \text{ をすべて } 1/4 \text{ に}$$

$$D2: a_{21}, s_{21}, a_{22}, s_{22} \text{ をすべて } 2 \text{ 倍に}$$

表 1: ファジィ推論によるジャンプ検出結果

$\alpha_i(\cdot)$	C1	C2	C3	D1	D2	D3
$\alpha_1(\cdot)$	0.98	0.71	0.67	0.98	0.85	0.75
$\alpha_2(\cdot)$	0.98	0.76	0.66	0.97	0.78	0.66
$\alpha_3(\cdot)$	0.97	0.78	0.65	0.99	0.77	0.63

D3: $a_{21}, s_{21}, a_{22}, s_{22}$ をすべて 3 倍にする

また、サブシステム F において入力に用いる時系列セグメントの長さについて、 $K = 2$ としておく。

本論文の手法による関数やパラメータの推定結果について、同時に示すと分かりにくいので、最初に表 1 には、代表的な事例について、ファジィ推論によるジャンプ発生の検出の結果についてまとめている。なおシミュレーションの全体を通じて、関数 $\alpha_i(\cdot)$ とケースの組み合わせのそれぞれの場合について、パラメータの初期値を変更しながら、30 回の試行を行った平均をまとめている。またこの場合に、関数やパラメータ推定に用いるジャンプ部分の発生個数は人工的に設定できるので、30 個としている。ただしこの 30 個のすべてが正しく検出されるとは限らない。

表 1 には、関数 $\alpha_i(\cdot)$ とケースごとに、ジャンプ検出率、すなわち本来は検出されるべきジャンプの発生が、本論文で用いているファジィ推論により正しく検出された割合を示している。この表 1 より分かるように、ケースが C1 から C3 へと、および D1 から D3 へと移行するにしたがって、ジャンプ検出の正解率が低下している。この大きな理由としては、ジャンプとブラウン運動の大きさの差異が減少して区別できない場合が発生することがある。特に、ケース C3, D2 については大きな検出性能の低下が見られるので、このようなケースより悪化する場合には、本論文の手法ではジャンプが検出できない可能性がある。

関数 $\alpha(\cdot)$ とジャンプ過程パラメータの推定

次に、GP 手法による関数 $\alpha_i(\cdot)$ の推定およびジャンプ過程パラメータの推定結果について整理しておく。シミュレーションにおける GP 手法に関する条件は、次のようになる。

個体個数:1000

個体における配列の最大長さ:30

交差後の個体入れ替え割合:0.2, 突然変異の確率:0.01

まず表 2 には、関数 $\alpha_i(\cdot)$ とケースごとに、推定された GP 手法による関数近似 (近似された関数を $\hat{\alpha}_i(\cdot)$ としておく) の精度を、2 つの関数の間の平方 2 乗誤差を関数 $\alpha_i(\cdot)$ の絶対値で割った相対値として示している。表 2 から分かるように、関数 $\alpha_i(\cdot)$ による関数 $\alpha(\cdot)$ の近似は C1 から C3, および D1 から D3 になるにしたがってやや低下している。この傾向は関数に高い周波数が含まれるにしたがって細かな変動が含まれるためのこの検出が低下することによると思われる。しかしこの関数近似の相対誤差は、最大でも 35%程度である。

次に表 3 には、同様に関数 $\alpha_i(\cdot)$ に対する GP 手法より推定された関数 $\hat{\alpha}_i(\cdot)$ の形状を示す。なおこれらの関数推定結果が得られるまでの GP 世代の数は、350~500 の範囲である。表 3 に示すように関数の周期成分は形状の違いはあるがただしく推定されており、係数の違いの範囲もそれほど大きなものではない。これらの結果から分かるように、GP 手法による関数の近似は良好であり、安定

表 2: GP 手法による関数 $\alpha_i(\cdot)$ の近似 (平方 2 乗誤差)

$\alpha_i(\cdot)$	C1	C2	C3	D1	D2	D2
$\alpha_1(\cdot)$	0.04	0.12	0.22	0.05	0.13	0.20
$\alpha_2(\cdot)$	0.10	0.20	0.27	0.14	0.18	0.28
$\alpha_3(\cdot)$	0.18	0.19	0.34	0.13	0.25	0.35

的に近似が実施できている。

次に表 4, 5 において, 関数 $\alpha_i(\cdot)$ とケースごとにジャンプ過程のモデルに関するパラメータの推定結果を, 真値に対する相対誤差により示している. なお, パラメータ DT_{11}, DT_{12} などは, 図 2 に示すように 2 つの線分の境界の値であるので, 近似的な直線を推定されたデータに当てはめて, この交点を用いて推定を行っている. これらの表より分かるように, パラメータの推定精度は関数 $\alpha_i(\cdot)$ により大きな差異は見られずに, 主としてケース C1 から C3, およびケース D1 から D3 へと移行するにしたがって, 低下している. 特に, ケース C3, D3 においては, パラメータの推定精度が極めて悪くなるので, このようなケース, すなわちジャンプの発生や存在が顕著ではない場合においては, 本論文で示す手法をそのまま適用するには問題があると思われる.

5 情報共有の価値の評価

5.1 情報共有のレベルと生産効率

以下では, 本論文で提案するにおける情報共有の価値評価について, シミュレーションをもとに考察する. すなわち, 小売業者と製造業者との間で, 需要時系列に関する情報時系列モデルのパラメータがどの程度まで共有されれば利益の確保が保証されるか, あるいは逆に情報共有されない場合には, どの程度の損失が発生するかを考察する. 情報共有される需要時系列に関するパラメータを, 再度示すと以下ようになる.

(1) ω_0

(2) σ

(3) $DT_{11}(DT_{21})$

(4) 正規分布 $J_1 \sim N(a_{11}, s_{11})$ における平均 s_{11} と正規分布 $J_1 \sim N(a_{21}, s_{21})$ における平均 a_{21} .

これらのパラメータの値が, 設定された標準的な値から乖離して小売業者から製造業者に伝達された場合の, 利益の損失を評価する. この場合の, 基本となる標準的な需要時系列に関するパラメータについて, シミュレーションの条件を以下のように設定する.

上昇ジャンプの場合:

$$\alpha(x, t) = 0.4[(15 \sin 0.26t + 27 - x)]$$

$$\sigma = 0.2, DT_{11} = 100, DT_{12} = 100$$

$$a_{11} = 700, s_{11} = 100, a_{12} = 100, s_{12} = 10, \theta_{11} = 0.01, \theta_{12} = 0.85$$

下降ジャンプの場合:

$$\alpha(x, t) = 0.4[(15 \sin 0.26t + 27 - x)]$$

表 3: 関数 $\alpha_i(\cdot)$ に対する推定された関数 $\hat{\alpha}_i(\cdot)$ の形状

$\alpha_1(\cdot)$		
C1:	$6.1 \sin(0.261t) + 27.9 - 0.401p$	D1: $6.1 \sin(0.264t) + 40.1 - 0.402p$
C2:	$6.1 \sin(0.258t + 0.01) + 27.9 - 0.398p$	D2: $6.0 \sin(0.261t + 0.001) + 39.1 - 0.402p$
C3:	$6.0 \sin(0.264t + 0.002) + 28.0 - 0.42p$	D3: $6.1 \sin(0.27t + 0.001) + 40.1 - 0.41p$
$\alpha_2(\cdot)$		
C1:	$3.53 \sin(0.264t) + 3.49 \sin(0.528t) + 28.0 - 0.4p$	D1: $3.592 \sin(0.267t) + 3.533 \sin(0.534t) + 40.2 - 0.401p$
C2:	$3.54 \sin(0.264t) + 3.49 \sin(0.534t) + 28.0 - 0.401p$	D2: $3.60 \sin(0.272t) + 3.59 \sin(0.534t) + 40.2 - 0.40p$
C3:	$3.81 \sin(0.273t) + 3.53 \sin(0.534t) + 28.01 - 0.4p$	D3: $3.66 \sin(0.272t + 0.001) + 3.592 \sin(0.544t) + 40.2 - 0.402$
$\alpha_3(\cdot)$		
C1:	$4.84 \sin(-0.261t) + 4.80 \sin(0.793t) + 28.2 - 0.401p$	D1: $4.89 \sin(0.261t) + 4.8 \sin(0.777t) + 40.2 - 0.401p$
C2:	$4.89 \sin(0.261t) + 4.81 \sin(0.777t) + 28.2 - 0.401p$	D2: $4.84 \sin(0.261t) + 4.89 \sin(0.811t) + 40.2 - 0.401p$
C3:	$4.8 \sin(0.261t) + 4.88 \sin(0.811t) + 28.1 - 0.4p$	D3: $5.03 \sin(0.261t) + 5.03 \sin(0.811t) + 40.2 - 0.401p$

$$\sigma = 0.2, DT_{21} = 100, DT_{22} = 50$$

$$a_{21} = 50, s_{21} = 20, a_{22} = 50, s_{22} = 20, \theta_{21} = 0.01, \theta_{22} = 0.85$$

すでに述べたように以下では4つの項目, すなわち $\omega_0, \sigma, DT_{11}(DT_{21})$ および平均値である a_{11}, a_{21} とが小売業者と製造業者の間での情報共有の分析の対象とされている。具体的には, 情報共有の価値は時間間隔 $t = 1 \sim T$ にわたる製造業者の獲得するキャッシュフローである数値, すなわち $V(0)$ を用いて測定する。もし, 小売り業者と製造業者の間での情報共有が完全であるならば $V(0)$ の数値は最適生産を仮定した場合の数値 ($V(0)^P$ として表記する) に等しいであろう。一方, 情報共有が完全ではない場合には, この数値 $V(0)(V(0)^S$ として表記する) は数値 $V(0)^P$ から離れることになる。したがって, この2つの数値の差を検証することで, 情報共有の価値を見ることが出来る。

以下では情報共有がはかられないケースを仮定し, 以下の4つのケース Case I~Case IV を考察

表 4: パラメータ推定の相対誤差 (上昇ジャンプ)

C1	σ	a_{11}	s_{11}	a_{12}	s_{12}	DT_{11}	DT_{12}
$\alpha_1(\cdot)$	0.06	0.02	0.02	0.09	0.09	0.04	0.06
$\alpha_2(\cdot)$	0.06	0.01	0.02	0.11	0.08	0.06	0.07
$\alpha_3(\cdot)$	0.07	0.01	0.02	0.14	0.12	0.07	0.09
C2	σ	a_{11}	s_{11}	a_{12}	s_{12}	DT_{11}	DT_{12}
$\alpha_1(\cdot)$	0.11	0.08	0.09	0.13	0.13	0.09	0.12
$\alpha_2(\cdot)$	0.13	0.06	0.09	0.16	0.12	0.13	0.09
$\alpha_3(\cdot)$	0.11	0.04	0.11	0.16	0.14	0.14	0.12
C3	σ	a_{11}	s_{11}	a_{12}	s_{12}	DT_{11}	DT_{12}
$\alpha_1(\cdot)$	0.24	0.56	0.52	0.94	0.98	0.45	0.56
$\alpha_2(\cdot)$	0.32	0.53	0.52	0.78	0.78	0.56	0.67
$\alpha_3(\cdot)$	0.31	0.56	0.56	0.89	0.76	0.53	0.87

する. In Case I~Case IV においては, 分析の対象となる 4 つの項目がそれぞれ乗数 0.5, 1.2, 1.5 および 1.8 がかけられて正確さが失われると仮定しておく. 例えば Case I のにおいては項目である $\alpha(t)$ の代わりに, 誤った情報である $0.5 \times \alpha(t)$ が伝達される.

表 1 には, このようにしてシミュレーションをもとに得られた情報共有の価値をまとめて示している. この表には評価尺度を次のように定義している.

$$Q = (V(0)^P - V(0)^S) / V(0)^P \quad (28)$$

この表 6 から, 次のようなことが分かる.

- (1) ω_0 はつねにおおきな影響を与えている.
- (2) σ は正しい値からの乖離にしたがって大きな影響を与えている.
- (3) ジャンプの生起確率 DT_{21}, a_{21} などのパラメータ推定の精度は大きな影響は与えない.

すなわち ω_0 は需要時系列の周期をさだめるもので, 生産のタイミングを決定するパラメータであり, この数値に関する情報が正しく伝達されることが必須である. また σ は時系列のバラつきや, 瞬間的な変動を制御するので, これに関しても情報共有が必要となる項目であると言えよう. ただし σ は基本的に乱数に関連する項目であり, 数値を正しく伝えたとしても, これをどのように使用するかは課題として残るであろう.

なお, ジャンプの生起確率 DT_{21}, a_{21} などのパラメータにおける情報の共有が, それほど正確でなくても, 利益の損失に与える影響が相対的に小さいことに関しては, 次の節であらためて検証する.

5.2 キャズムを仮定した場合の情報共有の価値

前節で述べたように, 需要時系列に含まれる 4 つのパラメータ項目の中で, 小売業者と製造業者との間で情報共有がうまくいかない場合に生産や利益獲得に大きなマイナスとなるものは, ω_0 と σ

表 5: パラメータ推定の相対誤差 (下降ジャンプ)

D1	σ	a_{11}	s_{11}	a_{12}	s_{12}	DT_{11}	DT_{12}
$\alpha_1(\cdot)$	0.15	0.13	0.20	0.17	0.12	0.20	0.18
$\alpha_2(\cdot)$	0.12	0.15	0.17	0.16	0.13	0.19	0.19
$\alpha_3(\cdot)$	0.14	0.16	0.16	0.18	0.12	0.17	0.18
D2	σ	a_{11}	s_{11}	a_{12}	s_{12}	DT_{11}	DT_{12}
$\alpha_1(\cdot)$	0.19	0.23	0.24	0.31	0.15	0.26	0.24
$\alpha_2(\cdot)$	0.21	0.29	0.25	0.29	0.13	0.26	0.26
$\alpha_3(\cdot)$	0.20	0.28	0.32	0.28	0.15	0.27	0.28
D3	σ	a_{11}	s_{11}	a_{12}	s_{12}	DT_{11}	DT_{12}
$\alpha_1(\cdot)$	0.45	0.76	0.23	0.76	0.34	0.45	0.52
$\alpha_2(\cdot)$	0.51	0.75	0.32	0.74	0.45	0.65	0.51
$\alpha_3(\cdot)$	0.49	0.75	0.27	0.80	0.56	0.67	0.49

表 6: 情報共有価値計測のための指標 Q の例 (上昇ジャンプの場合)

forward	Case I	Case II	Case III	Case IV
ω_0	0.12	0.11	0.11	0.12
σ	0.04	0.12	0.19	0.14
DT_{11}	0.01	0.01	0.01	0.01
a_{11}, a_{21}	0.01	0.02	0.03	0.05

とであることが分かる。一方、本論文で主要な分析の対象としているジャンプ過程の発生に関するパラメータについての情報共有の効果については、生産や利益にはあまり影響を与えていないことが分かる。これはある意味では当然のことであり、ジャンプの発生は需要時系列の全体から見れば瞬間的なものであり、しかもすばやく元のレベルに復帰する時系列生成モデルを導入している。そこで以下では、この条件を大幅に緩和した場合の、情報共有の価値について考察する。具体的にはキャズム (chasm) と呼ばれる、需要時系列における極めて大きな落ち込みの発生である [29][30]。

キャズムについては多くの記述があり、しかもここでは、キャズムで見られる需要時系列の正確な形状を分析するものではないので、以下では概要のみを整理するとどめておく [29][30]。まず1962年に、スタンフォード大学の社会学者であるロジャース教授 (E.M.Rogers) はイノベーター理論を提唱し、商品需要を発生させる顧客層を5つに分類している。

- (1) イノベーター (Innovators) は新しいものを進んで購入する消費者である (市場全体の 2.5%)。
- (2) アーリーアダプター (Early Adopters) は流行を見ながら情報収集を自ら行い、判断する消費層で、オピニオンリーダーである (市場全体の 13.5%)。
- (3) アーリーマジョリティ (Early Majority) は商品購入において比較的慎重な消費者であり、相対的には新しいものを選択してブリッジピープルとも呼ばれる (市場全体の 34.0%)。

表 7: 情報共有価値計測のための指標 Q の例 (下降ジャンプの場合)

forward	Case I	Case II	Case III	Case IV
ω_0	0.13	0.12	0.12	0.13
σ	0.03	0.10	0.16	0.14
DT_{21}	0.004	0.008	0.008	0.005
a_{21}, a_{21}	0.0004	0.002	0.004	0.009

(4) レイトマジョリティ(Late Majority) は相対的に新商品には懐疑的な消費者であり, 市場の大多数が購入を開始してから, 購入を選択する行動をとりフォロワーズとも呼ばれる (市場全体の 34.0%).

(5) ラガード (Laggards) は極めて保守的な消費者であり, そもそも流行に関心が少なく, 極端な場合には市場での消費が低迷するまで選択をしない伝統主義者とも呼ばれる.

このような 5 つの消費者の存在を前提としたモデルについて, マーケティング・コンサルタントのジェフリー・A・ムーア (G.A.Moore) は 1991 年に, アーリーアダプターとアーリーマジョリティの間の普及率 16% の境目には深い溝 (キャズム: chasm) があることを指摘している. すなわち, 初期の市場から安定的な需要が発生する市場の状態にいたるまでに, 需要の大きな落ち込みがあること, これを乗り越えた場合にだけ, 大きな市場が開けることを指摘している.

本論文のモデルを用いてキャズムを正確に再現することはできないが, 近似的な解析をこころみる. 以下では, 本論文のモデルにおいて, ジャンプの種類が下降ジャンプで, 次のように発生条件を変更した場合の, 生産者における利益の減少幅について考察する.

「小売業者はキャズムの発生を感知できないか, あるいは感知しても製造業者とはまったく情報共有を行わないと仮定する. すなわち製造業者は, 正常な需要時系列を基本として生産を行う. 極端な場合として, 製造業者は需要時系列にはまったくジャンプ過程が含まれないとみなすとしておく. しかし一方では, 実際の需要時系列にはキャズムに相当する激しい需要の急落が発生すると仮定する. 下降ジャンプの発生確率を 2~4 倍にすると同時に, 下降ジャンプが発生してから元のレベルに復帰するための時間を長くする.」

これにより, 下降ジャンプの発生確率が標準的な設定の場合よりはやや多くなり, 同時に下降したレベルに滞留する時間も長くなる. パラメータにおいてこれを設定した数値を, 以下に示しておく.

$$DT_{11} = 0.01 \sim 0.4, DT_{21} = 0.1$$

このような下降ジャンプの発生条件を変更した場合に, シミュレーションにより推定される指標 Q の値を, 表 8 にまとめている. この表においては, 製品製造の単位当りのコストを標準値に設定した場合と, これを約 2 倍にした場合とを示しておく. この表の結果より明らかなように, 下降ジャンプの発生がやや多くなり, また下降したレベルに滞留する時間が長くなる場合には, 利益の減少は小さいときには $Q = 0.012$ であるが, 下降ジャンプが発生する確率が大きい場合には $Q = 0.087$ に達している. これは, 前節で議論した小売業者と製造業者の間での情報共有の不完全さにより失われる利益の大きさに匹敵するものとなっている. しかもジャンプ過程を事象として見た場合には, 需要時系列の周波数や含まれる乱雑さに相当するブラウン運動のような明らかな事象ではなく, 急激に発生して収束する事象であることから, 情報共有の対象にはなりにくい問題点を含んでいる.

表 8: 下降ジャンプの発生条件を変更した場合の指標 Q の例

単位コスト	下降ジャンプ発生 2 倍	下降ジャンプ発生 3 倍	下降ジャンプ発生 4 倍
設定値のまま	0.012	0.023	0.045
設定値の 2 倍	0.022	0.048	0.087

6 むすび

本論文では需要時系列にジャンプ過程が含まれる SCM における小売・製造業者間の情報共有の評価分析について、最適生産の基本モデルを用いて実施した。具体的には需要時系列に含まれる 4 つのパラメータを情報共有の対象として特定し、これらについての情報共有が企業利益に与える影響を評価対象として分析した。この場合、GP と多段ファジィ推論に基づくジャンプ過程を含む時系列生成モデルの推定について述べ、パラメータ推定手法として用いた。応用例として、人工的に生成された時系列データに対する情報共有の評価を論じた。

今後、本論文の手法を現実のジャンプ過程需要・価格変動を含む最適化問題など適用し、有効性を検証する予定である。

謝辞

本研究の一部は、日本学術振興会科学研究費基盤研究 (B)23310104 により実施されている。ここに感謝の意を表する。

参考文献

- [1] H.L.Lee, V.Padmanabhan and S.Whang, “Information distortion in a supply chain:The bullwhip effect”, *Management Science*, vol.43, no.4, pp.546-558, 1997.
- [2] H.L.Lee,K.C.So and C.S.Tang, “The value of information sharing in a two-level supply chain”, *Management Science*, vol.46, no.5, pp.626-643, 2000.
- [3] K.Zhu and U.W.Thonemann, “Modeling the benefits of sharing future demand information”, *Operations Research*, vol.52, no.1, pp.136-147, 2004.
- [4] 岸川善紀, 時永祥三, “企業間関係における情報共有のモデル分析とその応用-予測と情報共有コストを中心として”, *経営情報学会論文誌*, vol.13, no.1, pp.58-77, 2004.
- [5] 時永祥三, 譚康融, “遺伝的プログラミングによる方程式近似に基づく粒子フィルタを用いた時系列からの状態推定とその変動抑制への応用,” *電子情報通信学会論文誌*, vol.J93-A, no.11, pp.739-755, 2010.
- [6] Y.Oohama, “Gaussian multiterminal source coding, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol.43, no.6, pp.1912-1923, 1997.

- [7] T.S.Han and K.Kobayashi, “Multiterminal filtering for decentralized detection systems, IEEE Transactions on Communication, vol.E75-B, pp.437-444, 1992.
- [8] R.Merton,R, “Option pricing when underlying stock returns are discontinuous,” *Journal of Financial Economics*, pp.125-144, 1976.
- [9] M.Thompson,M.Davison and H.Rasmussen, “Valuation and optimal operation of electric power plants in competitive markets,” *Operations Research*, vol.50, no.4, pp.546-562, 2004.
- [10] R.Merton, “Optimam consumption and portfolio rules in a continuous-time model,” *Journal of Economic Theory*, vol.3, pp.373-413, 1971.
- [11] J.Pan, “The jump-risk premia implicit in options: evidence from an integrated time-series study,” *Journal of Financial Economics*, vol.63, pp.3-50, 2001.
- [12] S.G.Kuo, “Option pricing under a double exponential jump diffusion model,” *Management Science*, vol.50, no.9, pp.1178-1192, 2004.
- [13] M.Fernandes, “Financial crashes as endogenous jumps: estimation, testing and forecasting,” *Journal of Economic Dynamics & Control*, vol.30, pp.111-141, 2006.
- [14] 譚康融, 儲梅芬, 時永祥三, “ジャンプ過程変動を含む確率モデル分析における Importance Sampling を用いた評価関数のテイル分布推定とその応用,” 電子情報通信学会論文誌, vol.J90-A, no.2, pp.92-102, 2006.
- [15] 池田欽一, 時永祥三, “ジャンプ過程を含む変数で記述される評価関数の最適化と資産配分変更を用いた Value at Risk 制御への応用,” 電子情報通信学会論文誌, vol.J91-A, no.3, pp.360-372, 2008.
- [16] 池田欽一, 時永祥三, “ジャンプ過程を含む変数で記述される評価関数の最適化と企業間取引における製造・販売リアルオプション推定への応用,” 情報処理学会論文誌, vol.45, no.SIG4(TOM 20), pp.1-13, 2008.
- [17] 時永祥三, 岸川善紀, “遺伝的プログラミングと多段ファジィ推論に基づくジャンプ過程を含む時系列生成モデルの推定,” 電子情報通信学会論文誌, vol.J93-A, no.5, pp.365-374, 2010.
- [18] S.Tokinaga and Y.Kishikawa, “Evaluation of information sharing in a two-level supply chain facing demands with jump diffusion processes,” Proc. of NOLTA2011, pp.286-289, 2011.
- [19] X Chen and S.Tokinaga, “Approximation of chaotic dynamics for input pricing at service facilities based on the GP and the control of chaos,” IEICE Trans.Fundamentals, vol.E85-A, no.9, pp.2107-2117, 2002.
- [20] Y.Ikeda and S.Tokinaga, “Chaoticity and fractality analysis of an artificial stock market by the multi-agent systems based on the co-evolutionary Genetic Programming”, IEICE Trans.Fundamentals, vol.E87-A, no.9, pp.2387-2394, 2004.

- [21] S.Tokinaga, J.Lu and Y.Ikeda, “Neural network rule extraction by using the Genetic Programming and its applications to explanatory classifications,” *IEICE Trans.Fundamentals*, vol.E88-A, no.20, pp.2627-2635, 2005.
- [22] 池田欽一, 陳曉榮, 時永祥三, “GPによる学習を基礎としたマルチエージェント・システムによるプライシング時系列のカオス性分析とその応用”, *電子情報通信学会論文誌*, vol.J89-A, no.4, pp.298-307, 2006.
- [23] 池田欽一, 時永祥三, 呂建軍, “遺伝的プログラミングと遅延とモグララフィを用いたネットワーク構成の同定と内部遅延時間の推定”, *情報処理学会論文誌*, vol.47, no.SIG 1(TOM 14), pp.12-18, 2006.
- [24] T.Takagi and M.Sugeno, “Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control, *IEEE Transactions on System, Man & Cybernetics*, SMC-15, no.1, pp.116-132, 1985.
- [25] K.Tan and S.Tokinaga, “Optimization of fuzzy inference rules by using the Genetic Algorithm and its application to the bond rating,” *Journal of Operations Research Society of Japan*, vol.43, no.3, pp.302-315, 1999.
- [26] K.Tan and S.Tokinaga, “The design of multi-stage fuzzy inference systems with smaller number of rules bases upon the optimization of rules by the GA,” *IEICE Trans.Fundamentals*, vol.EA-82, no.2, pp.1865-1873, 1999.
- [27] Y.Kishikawa and S.Tokinaga, “Prediction of stock trends by using the Wavelet transform and the multi-stage fuzzy inference systems optimized by the GA, *IEICE Trans.Fundamentals*, vol.EA-83, no.2, pp.357-366, 2000.
- [28] N.Takagi and S.Tokinaga, “Prediction of chaotic time-series by using the multi-stage fuzzy inference systems and its applications to the analysis of operating flexibility,” *Journal of Operations Research Society of Japan*, vol.20, no.3, pp.243-259, 2002.
- [29] E.M.Rogers, *Diffusion of Innovations*, Simon and Schuster, 1961.
- [30] G.A.Moore, *Crossing the Chasm: Marketing and Selling High-Tech Products to Mainstream Customers*, Harper Business Essentials, 1991.

付録 A. 多段ファジイ推論システム

以下では、ファジイ推論の結果を非ファジイ化して実数として用いる簡易型ファジイ推論を仮定している。いま、 N 段の多段ファジイ推論を仮定し、第 i 段目の推論のルール集合に含まれるルールの総数を n_i 個とする。多段ファジイ推論のルールは次のような if-then ルールにより定義される [25]-[28].

第 1 段目:

if x_1 is A_{11}^1 and ... and x_M is A_{1M}^1
then y_1 is w_1^1

if x_1 is A_{11}^2 and ... and x_M is A_{1M}^2
then y_1 is w_1^2

.....

if x_1 is $A_{11}^{n_1}$ and ... and x_M is $A_{1M}^{n_1}$
then y_1 is $w_1^{n_1}$

第 2 段目:

if x_1 is A_{21}^1 and ... and x_M is A_{2M}^1 and y_1 is B_2^1
then y_2 is w_2^1

if x_1 is A_{21}^2 and ... and x_M is A_{2M}^2 and y_1 is B_2^2
then y_2 is w_2^2

.....

if x_1 is $A_{21}^{n_2}$ and ... and x_M is $A_{2M}^{n_2}$ and y_1 is $B_2^{n_2}$
then y_2 is $w_2^{n_2}$

第 n 段:

if x_1 is A_{N1}^1 and ... and x_M is A_{NM}^1 and y_{N-1} is B_N^1
then y_N is w_N^1

if x_1 is A_{N1}^2 and ... and x_M is A_{NM}^2 and y_{N-1} is B_N^2
then y_N is w_N^2

.....

if x_1 is $A_{N1}^{n_N}$ and ... and x_M is $A_{NM}^{n_N}$ and y_{N-1} is $B_n^{n_N}$
then y_N is $w_N^{n_N}$

(A1)

上の定義の中で, x_j ($j = 1 \sim M$) は入力変数であり, x_j のうち一部のみに各段の入力変数として用いられると仮定しておく (入力変数の削減). すなわち, 実際に適用する場合には, 例えば次のような入出力の関係になる.

第 1 段目: 入力 x_1, x_2, x_3 , 出力 y_1

第 1 段目: 入力 x_4, x_5, x_6, y_1 , 出力 y_2

第 1 段目: 入力 x_7, x_8, x_9, y_2 , 出力 y_3

A_{ij}^k はファジイ集合であり, 入力変数ごとに設定される. w_i^k は推論ルールにおけるウェイトであり, それぞれのルールに 1 つずつ設定されている. y_i は推論の中間変数であり, それぞれの段における推論を, 次の段の入力として用いるための変数である. すなわち, ある段の推論の結果は, 次の段の入力変数の値として反映される. それぞれの段における出力は, 次の非ファジイ化の方法を用いて計算される. すなわち, i 段推論ルール集合の k 番目ルールの適合度を用いて出力は次のように計算される.

$$\mu_i^k = \prod_{j=1}^{M^*} \mu A_{ij}^k(x_j) \quad (A2)$$

$$y_i = \sum_{k=1}^{N_i} \mu_i^k w_i^k / \sum_{k=1}^{N_i} \mu_i^k \quad (A3)$$

ここで、 μA_{ij}^k はファジィ集合 A_{ij}^k のメンバーシップ関数、 μ_i^k はルールの適合度であり、適合度をウェイト w_i^k で荷重平均したものが、ルール集合 (i 段目) の出力となる。

上記の式において、入力信号が前段の出力 y_{i-1} である場合には、適合度の計算における $\mu A_{ij}^k(x_j)$ の代わりに、 $\mu B_i^k(y_{i-1})$ を用いる。ここで、 M^* は入力端子の個数であり、前段からの出力を入力として用いるので、 M^* の最大値は $M+1$ である。ただし、多くの場合には多段ファジィの入力変数をできるだけ少なくするので、 $M+1$ より十分小さいとなる。簡単のため、各段で得られた出力を次の段で用いる場合、 $M+1$ 番目の入力という呼び方をする。多段ファジィ推論の結論は、最終段における出力である y_N であり、これを非ファジィ化することにより、操作量として用いたり、認識結果としたりする。

簡単のため、ここでは、メンバーシップ関数の形状や個数は決定されていると仮定する。この場合、ファジィルールにおいて決めなければならないパラメータは、ウェイト w_i^k だけとなる。次に示す出力における 2 乗誤差を最小化する。

$$H = (y_B - y)^2 / 2 \quad (A4)$$

y は最終段の出力であり、 y_B はこれに関する教師信号である。

ニューラルネットワークにおける結合係数の最適化と同様に、1 つ前のステップでの調整分を現在のステップで用いる。これを考慮してウェイト w_i^k (i は段数、 k はルール番号) の最適化アルゴリズムを求めることができる。

$$\Delta w_{i-2}^k(t) = -\alpha \delta_{i-1} \frac{\mu_{i-2}^k}{\sum_k \mu_{i-2}^k} + \eta \delta w_{i-2}^k(t-1) \quad (A5)$$

$$\delta_{i-1} = \delta_i \frac{\sum_k w_i^k - \sum_k w_i^k \mu_i^k}{(\sum_k \mu_i^k)^2} \frac{\partial \prod_{j=1}^{M^*} \mu A_{ij}^k(q_i^j)}{\partial q_i^k} \quad (A6)$$

ここで、 t はウェイト計算の繰り返し回数である。なお、遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm:GA) によりメンバーシップ関数の形状を、更に最適化する手法を適用することも可能である [25]-[28]。しかしながら、シミュレーションによる結果では、本論文の対象とする範囲では大きな改善が見られないことが確認できるので、システムの簡素化のためにも、メンバーシップ関数の形状はあらかじめ規定している。本論文では、メンバーシップ関数として、関数の横軸である変数 x の範囲を 5 等分する正三角形を用いている。

[九州大学大学院経済学研究院 教授]