九州大学学術情報リポジトリ
Kyushu University Institutional Repository

最小木を用いたボロノイ領域の連結による迷路風画像の生成

井上，光平
九州大学大学院芸術工学研究院コミュニケーションデザイン科学部門

浦浜，喜一
九州大学大学院芸術工学研究院コミュニケーションデザイン科学部門

https://hdl.handle.net/2324/25694

出版情報：映像情報メディア学会誌. 65 (11), pp.1643-1646, 2011-11. 映像情報メディア学会
バージョン：
権利関係：(C) 2011 映像情報メディア学会

最小木を用いたボロノイ領域の連結による迷路風画像の生成

Generating Maze-Like Images by Connecting Voronoi Regions Using Minimum Spanning Trees

正会員　井 上 光 平†,　　浦 浜 喜 一†

Kohei Inoue† and Kiichi Urahama†

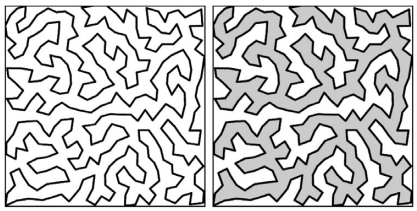
Abstract　We propose a method for generating maze-like images by connecting Voronoi regions using minimum spanning trees that link the generating points of the weighted centroidal Voronoi tessellations. We also propose a brightness correction method for the halftone image based on the hexagonal lattice approximation of the centroidal Voronoi tessellation. Experimental results showed that the obtained halftone images can reproduce the true continuous tone of input images.

キーワード：ノンフォトリアリスティックレンダリング，ボロノイ分割，最小木，迷路

1. ま え が き

近年，点や線などを画像平面上に配置してハーフトーン画像を生成するノンフォトリアリスティックレンダリング手法が提案されている．Secord ら [1] は，ストロークなどのプリミティブを確率的に画像上に分布させる方法を提案した．また Secord は，点をプリミティブとする点描画について，重み付き重心ボロノイ分割 (Weighted Centroidal Voronoi Tessellation: WCVT) を用いて点の位置を調整する方法も提案した [2]．Kaplan ら [3] は，点描画を構成するすべての点を通る最短ハミルトン閉路を描くことによってハーフトーン画像を生成する TSP アートを提案した．また，点描画から TSP アートへの変換によって生じるコントラストの低下を抑えるために，入力画像のコントラストを予め強調しておくという方法も提案した．

TSP アートは，最短ハミルトン閉路を境界線として，画像平面を閉路の内部と外部に二分し，内部を通路とみなし，外部を壁面とみなすことによって，迷路を構成することができる．あるいは逆に，閉路の内部と画像の外側を壁面とみなし，閉路の外部を通路とみなすこともできる．しかし，このようにして構成される迷路では，行き来できる通路は，閉路の内部あるいは外部のどちらか一方に限られ，そのため，画像平面内の約半分の領域を通路として使用できない．例えば，**図 1**(a) は，一様な重みの WCVT の母点を最短ハミルトン閉路で結んだ TSP アートである．この閉路の内部を灰色で塗ったものが図 1(b) であり，灰色の内部と白色の外部は閉路で隔てられており，両者の間を行き来することはできない．限られた画像サイズで難易度の高い迷路を生成する場合には，画像平面全体を通路として使用できるほうがよいと考えられる．



(a)　　(b)

図 1　TSP アートによる迷路の例: (a) TSP アート，(b) 灰色で示した閉路の内部を通路とすると，白色の領域は通路として使用できない．

Example of maze with TSP art: (a) TSP art, (b) Assume that the gray passage makes a maze. Then the remaining white regions are not used for the passages of the maze.

そこで本論文では，画像平面全体を迷路の通路として使用するために，画像平面を WCVT によってボロノイ領域に分割し，そのすべての母点を結ぶ最小木を用いてボロノイ領域を連結することによって，迷路風画像を生成する方法を提案する．画像平面をボロノイ分割して得られるボロノイ領域は，画像平面全体を埋め尽くすので，それらすべてを連結して通路を作ると，行き来することが可能な通路が画像平面全体に行き渡り，無駄のない迷路を生成できると考えられる．

2011 年 6 月 10 日受付，2011 年 7 月 20 日再受付，2011 年 8 月 30 日採録

† 九州大学 大学院芸術工学研究院 コミュニケーションデザイン科学部門
（〒 815-8540 福岡市南区塩原 4-9-1, TEL 092-553-4512）

† Department of Communication Design Science, Faculty of Design, Kyushu University
(4-9-1, Shiobaru, Minami-ku, Fukuoka-shi, 815-8540 Japan)

またWCVTでは，局所的に見ると，ボロノイ領域の大きさがほぼ同じになるので，そのボロノイ領域を連結して通路を作ると，局所的に道幅が揃った通路が得られる．そこで，WCVTのすべての母点を結ぶ最小木を求め，その最小木で結ばれた母点に対応するボロノイ領域を連結することによって，局所的に道幅が揃った迷路を生成する．また，迷路の粗密によってハーフトーニングを行うために，入力画像とその迷路風画像の間の明度の関係式を求め，それに基づいて迷路風画像の明度を補正する方法を提案し，局所的に道幅が揃った迷路によってハーフトーニングが行えることを実験で確認する．

2. 迷路風画像の生成

次のような手順で迷路風画像を生成する．

Step 1: 入力画像平面を重み付き重心ボロノイ分割する．
Step 2: すべての母点を結ぶ最小木を求める．
Step 3: 最小木と交差するボロノイ境界線分を削除する．
Step 4: 残ったボロノイ境界線分を描画する．

上記手順のStep 1では，Secord[2)]のWCVTを用いる．WCVTの結果，各ボロノイ領域の母点の位置が定まるので，Step 2で全母点を結ぶ最小木を求める．この最小木が迷路に含まれるすべての経路を表している．Step 3で最小木と交差するボロノイ境界線分を取り除くことによってボロノイ領域を連結していき，最後に，Step 4で連結されていない隣接ボロノイ領域間に境界線分を引くことによって，線分を壁とし，連結されたボロノイ領域を道とする迷路が得られる．

3. 迷路風画像の明度補正

入力画像と迷路風画像の明度の関係式を求めるために，一様な重心ボロノイ図を**図2**(a)に示すような6角格子で近似する．母点の数を n とし，隣接する母点間の距離を l とする．1本のボロノイ境界線分を2個の母点で共有しているので，各母点は平均 $\frac{1}{2}\times 6 = 3$ 本の線分を所有しているとすると，線分の総数は $3n$ と表される．一方，最小木の辺の総数は $n-1$ であるから，迷路を構成する線分の総数は $3n-(n-1) = 2n+1$ となる．辺の本数の比が，画像全体と隣接する3母点が作る正3角形とで等しいとすると，$3n : 2n+1 = \frac{3}{2} : x$ が得られる．ここで x は正3角形に含まれる辺の本数である．この等式より $x = 1+\frac{1}{2n}$ となり，n が充分大きいと仮定して $x \approx 1$ と近似する．次に，1本のボロノイ境界線分を図2(b)に示すような形状で描くとすると，**図3**に示すような正3角形内のY字形の面積は $s_Y = \sqrt{3}r(l-r)$ となる．正3角形の面積は $s_T = \frac{\sqrt{3}}{4}l^2$ であり，これらより，迷路の暗度は $\psi = \frac{2}{3}s_Y/s_T = \frac{8}{3}\frac{r}{l}(1-\frac{r}{l})$ となる(明度は $1-\psi$ となるが，ここでは，便宜上，暗度を用いて説明する)．また，6角格子の6角形の中心に半径 r の円を描いて得られる点描画の暗度は $\rho = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}(\frac{r}{l})^2$ で与えられる．これら2式から $\frac{r}{l}$ を消去すると，ψ と ρ の関係式 $\psi(\rho) = \alpha\sqrt{\rho}+\beta\rho$ が得られる．ここで $\alpha = \frac{8}{3}\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2\pi}}$, $\beta = -\frac{8}{3}\frac{\sqrt{3}}{2\pi}$ である．この関数 $\psi(\rho)$ は，6角格子による近似誤差のために，実際の ψ と ρ の対応関係から少しずれるので，そのずれを最小化するように α と β を調節する．

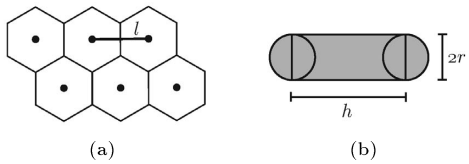


図2 6角格子(a)と線分(b)
Hexagonal lattice (a) and a line segment (b).

まず，母点の密度の異なる K 個の一様な重心ボロノイ図から点描画と迷路を生成し，それらの暗度 (ρ_k, ψ_k), $k = 1,\ldots,K$ を求める．次に，最小化問題

$$\min_{\alpha,\beta}\sum_{k=1}^{K}(\psi_k-\alpha\sqrt{\rho_k}-\beta\rho_k)^2 \tag{1}$$

を解き，その解を調節後の α, β とする．具体的には，α と β は，

$$\alpha = \frac{AB-CD}{E-FD} \tag{2}$$

$$\beta = \frac{AC-FB}{E-FD} \tag{3}$$

と表される．ここで，

$$A = \sum_{k=1}^{K}\rho_k\sqrt{\rho_k} \tag{4}$$

$$B = \sum_{k=1}^{K}\psi_k\rho_k \tag{5}$$

$$C = \sum_{k=1}^{K}\psi_k\sqrt{\rho}_k \tag{6}$$

$$D = \sum_{k=1}^{K}\rho_k^2 \tag{7}$$

$$E = \left(\sum_{k=1}^{K}\rho_k\sqrt{\rho_k}\right)^2 \tag{8}$$

$$F = \sum_{k=1}^{K}\rho_k \tag{9}$$

である．以下では，このようにして求めた α, β を代入して得られる $\psi(\rho)$ の逆関数 $\rho(\psi) = (\frac{-\alpha+\sqrt{\alpha^2+4\beta\psi}}{2\beta})^2$ を明度補正に用いる．

入力画像を $f = [f_i]$, $i = 1,\ldots,m$ とし，第 i 画素の値を $f_i \in \{0,\ldots,255\}$ とすると，明度補正の手順は次のようになる．

Step 1: f の暗度 $d = [d_i]$, $d_i = 1-\frac{f_i}{255}$ を計算する．

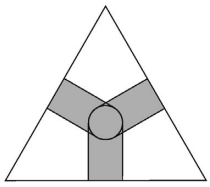
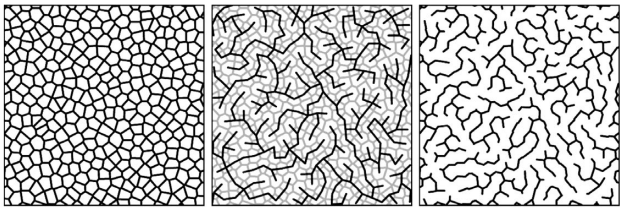


図 3 隣接する 3 母点を頂点とする正 3 角形に含まれる線分が作る Y 字形
Y-shaped figure in the equilateral triangle whose vertices are neighboring generating points.



(a) (b) (c)

図 4 一様な重みによる例: (a) 重心ボロノイ分割，(b) 母点を結ぶ最小木，(c) 迷路
Example with uniform weights: (a) weighted Voronoi tessellation, (b) minimum spanning tree that connects the generating points, and (c) maze.

Step 2: ψ の最大値 $\psi_{\max}$ と最小値 $\psi_{\min}$ を定め，$\hat{\psi}_i = \frac{\psi_{\max}-\psi_{\min}}{\max\{d_i\}-\min\{d_i\}}(d_i - \min\{d_i\}) + \psi_{\min}$ を計算する．

Step 3: $\hat{\rho} = [\hat{\rho}_i]$, $\hat{\rho}_i = (\frac{-\alpha+\sqrt{\alpha^2+4\beta\hat{\psi}_i}}{2\beta})^2$ を計算する．

$\hat{\rho}$ を入力画像として，前節の手順で迷路風画像を生成すると，明度補正された迷路風画像が得られる．重心ボロノイ分割の母点の数は $n = \mathrm{round}(\sum_i \hat{\rho}_i/(\pi r^2))$ とする．ここで round は最も近い整数への丸めを表す．

4. 実 験 例

まず，簡単な例で迷路の生成手順を説明する．**図 4**(a) に一様な重みによる重心ボロノイ分割 (CVT) の例を示す．この CVT の母点を結ぶ最小木を図 4(b) に黒線で示す (灰色の線は，同図 (a) のボロノイ境界を表す)．この最小木と交差するボロノイ境界線分を図 4(a) から削除すると，同図 (c) に示すような迷路が得られる．図 4(a) のボロノイ領域の大きさがほぼ同じであるので，同図 (c) の迷路の道幅もほぼ揃っている．

次に，全画素の階調値が一定の画像の点描画と，その点描画から生成した迷路の暗度の関係を**図 5** に実線で示す．6 角格子近似によって求めた曲線は破線のようになり，実線から少しずれている．このずれを最小化するように関係式の係数を調節すると，点線で示すような曲線が得られたので，この曲線を明度補正に用いた．

迷路風画像の元になる入力画像の例を**図 6** に示す．図 6(a), (b) の画素数は，それぞれ 600×468, 465×700 である．従来手法による迷路風画像の生成例として，図 6(a) の画像から生成した TSP アートを**図 7**(a) に示す．図 7(a) の閉路の内部を灰色で塗ると，図 7(b) のようになり，灰色の領域は，画像平面全体の約半分であることがわかる．Kaplan ら [3] が指摘しているように，このままでは TSP アート (図 7(a)) のコントラストは低いので，入力画像 f のコントラストを

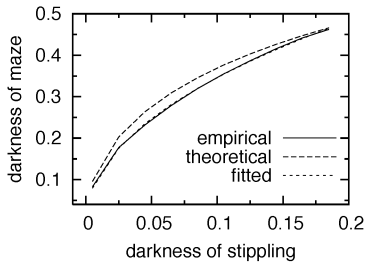


図 5 点描画と迷路の暗度の関係
Relationships of darkness between stipplings and the corresponding mazes.

(a) (b)

図 6 入力画像の例: (a) モナリザ，(b) スフィンクス
Example of input images: (a) Mona Lisa, (b) Sphinx.

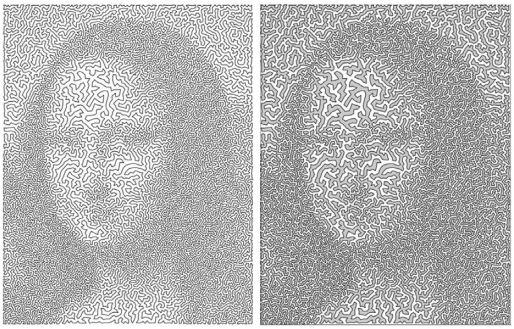
$$\tilde{f}_i = \begin{cases} 255 f_i/T & \text{if} \quad f_i < T \\ 255 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{10}$$

によって強調し ($T = 160$ とした)，$\tilde{f} = [\tilde{f}_i]$ を新たな入力画像とする．このコントラスト強調画像 $\tilde{f}$ を図 7(c) に示す．また，$\tilde{f}$ から生成した TSP アートを図 7(d) に示す．図 7(a) と (d) で用いた母点の個数は同じである．図 7(c),(d) では，画素値が閾値 T 以上の画素を白色にすることによって，コントラストは強調されているが，額などの明るい領域の僅かな階調の変化は表現できない．

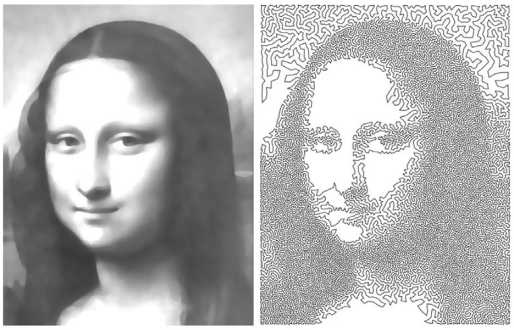
提案手法によって生成した迷路風画像を**図 8** に示す．$r = \frac{1}{2}$, $\psi_{\min} = 0$, $\psi_{\max} = 0.5$ とした．図 8(a) は図 6(a) の迷路風画像であり，図 7(a) よりもコントラストが高く，図 7(d) にあるような空白の領域がないため，入力画像における明るい領域の階調変化も反映したハーフトーニングができている．図 8(b) は図 6(b) を入力としたときの結果である．このように提案手法では，迷路の粗密によって入力画像のハーフトーニングができ，画像平面全体を迷路の通路として使用することができる．

5. む す び

画像平面の重心ボロノイ分割 (CVT) において，その母



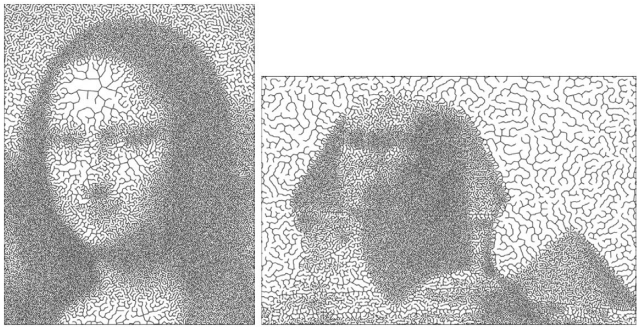
(a) (b)



(c) (d)

図 7 図 6(a) の画像から生成した TSP アート: (a) コントラスト強調なしの TSP アート，(b) 閉路の内部と外部の塗り分け，(c) 図 6(a) のコントラスト強調画像，(d) コントラスト強調画像の TSP アート

TSP arts generated from Fig. 6(a): (a) TSP art without contrast enhancement, (b) segmentation into gray and white regions, (c) contrast-enhanced image of Fig. 6(a), (d) TSP art of the contrast-enhanced image.



(a) (b)

図 8 迷路風画像: (a) 図 6(a) での結果，(b) 図 6(b) での結果

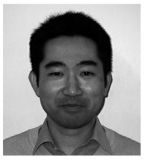
Maze-like images: (a) result from Fig. 6(a), (b) result from Fig. 6(b).

点を結ぶ最小木と交差するボロノイ境界線分を削除することによって，迷路を生成する方法を提案し，その迷路によって画像のハーフトーニングを行う方法を示した．CVT の母点を最短ハミルトン閉路で結ぶ TSP アートによる迷路では，閉路の内部または外部を通路とするため，画像平面全体を迷路の通路とすることはできないが，提案手法による迷路では，画像平面全体を通路として使用することができる．また CVT では，ボロノイ領域の大きさがほぼ同じになるので，それらを連結して迷路の道を作ると，道幅がほぼ揃った迷路が得られる．

迷路とは異なる表現方法の一つに，分岐のない 1 本道で構成される迷宮があり，この迷宮によるハーフトーニングも可能であると考えられるので，今後の課題としたい．

〔文　献〕

1) A. Secord, W. Heidrich, and L. Streit: “Fast primitive distribution for illustration,” Proc. 13th Eurographics Rendering Workshop, pp. 215–226 (2002)
2) A. Secord: “Weighted Voronoi stippling,” Proc. NPAR, pp. 37–43 (2002)
3) C. S. Kaplan and R. Bosch: “TSP art,” Proc. Bridges, pp. 303–310 (2005)



井上　光平（いのうえ　こうへい） 1996 年，九州芸術工科大学画像設計学科卒業．2000 年，同大学大学院博士後期課程修了．現在，九州大学大学院芸術工学研究院助教．パターン認識，画像処理，コンピュータビジョンに関する研究に従事．正会員．

浦浜　喜一（うらはま　きいち） 1980 年，九州大学大学院工学研究科博士後期課程修了．同年，同大学助手．1989 年，九州工業大学助教授．現在，九州大学大学院芸術工学研究院教授．パターン認識，画像情報処理の研究に従事．