九州大学学術情報リポジトリ Kyushu University Institutional Repository

広範な応力域における異方圧密砂の降伏特性と弾塑 性構成式に関する研究

安福, 規之

https://doi.org/10.11501/3054272

出版情報:九州大学, 1990, 工学博士, 論文博士 バージョン: 権利関係: 広範な応力域における異方圧密砂の 降伏特性と弾塑性構成式に関する研究



安福规之

広範な応力域における異方圧密砂の 降伏特性と弾塑性構成式に関する研究

1

平成 2年 12月

安福規之

広範な応力域における異方圧密砂の降伏特性と弾塑性構成式に関する研究

目 次

笌	3 1	章	Ĉ		序	論		·	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•			•	•			1
	1		1		概	説		•	•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•		1
	1		2		砂	の	降	伏	と	弾	塑	性	構	成	迁	に	関	す	る	研	究	の	概	観		•	•	•	•	•			•	1	3
		1	•	2	•	1		砂	の	降	伏	に	関	す	る	研	究	の	流	れ	と	現	状		•	•	•	•	•	•	•	•	•		3
		1	•	2		2		砂	の	単	調	負	荷	モ	デ	ル	に	関	す	る	従	来	の	研	究		•	•	•	•	•	•		1	0
	1		3		従	来	の	研	究	の	要	約	と	問	題	点		•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•		•		1	7
		1	•	3		1		砂	の	降	伏	に	関	す	る	研	究	課	題		•	•	•	•	•	•		•		•	•			1	7
		1		3	•	2		本	研	究	で	検	討	す	る	弾	塑	性	檷	成	式	の	着	眼	点		•	•		•	•	•		2	0
	1		4		本	論	文	の	目	的	と	そ	の	檷	成		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•			•	•		2	1
		1	•	4	•	1		本	論	文	の	目	的		•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•			2	1
		1	•	4	•	2		本	論	文	の	構	成	と	そ	の	内	容		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		2	1
		1	•	4		3		本	論	文	で	用	5	る	応	力	ひ	ず	み	パ	ラ	×	_	8		•	•		•	•	•	•		2	5
	参	考	文	献							•	•	•	•			•	•		•		•	•	•	•	•		•		•				2	7
第	2	章		広	範	な	応	力	域	に	お	け	る	砂	の	応	力	ひ	ず	み	挙	動					•		•					3	1
第	2 2	章 •	1	広	範概	な 説	応	力 •	域	に.	お・	け・	る・	砂 •	の ・	応 •	力 •	ひ・	ず・	み・	挙	動		•	•	•	•	•	•	•	•	•		3	1
第	2 2 2	章 ·	1 2	広	範概試	な説料	応お	カ・よ	域・び	に・実	お・験	け・装	る・置	砂 •	の ・ ・	応 •	力 •	ひ ・	ず・	み・	挙 ••	動 •	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		3 3 3	1 1 3
第	2 2 2	章 · · 2	1 2	広2	範概試。	な 説 料 1	応お	カ・よ試	域・び料	に・実の	お ・ 験 指	け ・ 装 数	る・置的	砂 ・ 性	の・・質	応 •	力 • •	ひ ・ ・	ず・.	み・・・・・	挙 • •	動 •	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		3 3 3 3	1 1 3 3
第	2 2 2	章 · · 2	1 2	広 2 2	範概試・・	な 説 料 1 2	応お	カ・よ試供	域・び料試	に・実の体	お・験指の	け・装数作	る・置的成	砂・性方	の・・質法	応 •	力 • •	ひ ・ ・	ず・・・	み・・・・・	挙 · · ·	動	•	•	•	• • • •	• • •	• • •	•	• • •	• • • •	•		3 3 3 3 3	1 1 3 3 3
第	2 2 2	章 · 2 2 2	1 2 .	広 2 2 2	範概試・・・	な 説 料 1 2 3	応お	カ・よ 試供 三	域・び料試軸	に・実の体試	お・験指の験	け・装数作装	る・置的成置	砂・性方の	の・・ 質法 概	応 ・ ・ 要	力 • •	ひ ・ ・ ・	ず・・・・	み・・・・	挙 • • • •	動 • • • •	•	•	•	•	•	• • •	•	• • •	•	•		3 3 3 3 3	1 1 3 3 3 4
第	2 2 2	章 · 2 2 2 2	1 2 .	広 2 2 2 2 2	範概試・・・・	な 説料 1 2 3 4	応お	カ・よ 試供 三 応	域・び料試軸カ	に・実の体試お	お・験指の験よ	け・装数作装び	る・置的成置ひ	砂・性方のず	の・・質法概み	応・・要パ	カ・・・・ラ	ひ・・・・ メ	J · · · · ·	み・・・・タ	挙 • • • •	動 • • • • •	•	•	• • •	•	• • • •	• • • •	• • •	• • • •	• • • •	•		3 3 3 3 3 3 3 3	1 1 3 3 3 4
第	2 2 2 2	章 · · 2 2 2 2	1 2	広 2 2 2 2	範概試・・・・	な 説 料 1 2 3 4 束	応お	カ・よ 試供 三 応 の	域・び料試軸力変	に・実の体試お化	お・験指の験よと	け・装数作装び粒	る・置的成置ひ子	砂 ・ 性 方 の ず の	の・・質法概み破	応 ・ ・ 要 パ 砕	カ・・・・ ラ性	ひ・・・・メに	ず・・・・・ー者	み・・・・タ目	挙・・・・し	動・・・・・・・	· · ·	・ ・ ・ ・	· · · · · · · 応	・ ・ ・ ・ ・ カ	· · · · ·	· · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · 举	· · · · · · • 助	•		3 3 3 3 3 3 3 3 3	1 1 3 3 3 4 6 7
第	2 2 2 2	章 · · 2 2 2 2 · 2	1 2	広 2 2 2 2 3	範概試・・・拘・	な 説 料 1 2 3 4 束 1	応お	カ・よ 試供 三 応 の 用	域・び料試軸力変い	に・実の体試お化た	お・験指の験よと試	け・装数作装び粒料	る・置的成置ひ子・	砂・ 性方のずの実	の・・質法概み破験	応 ・ ・ 要 パ 砕 条	カ・・・・ ラ性 件:	ひ・・・・メにお	ず・・・・ー者よ	み・・・・タ目び	挙・・・・ し 実!	動・・・・・た験	· · · · · 砂 手/	・・・・・・ の 順	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	・ ・ ・ ・ ・ カ	・ ・ ・ ・ ・ ・ ・ ・	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	・・・・・・ み・ ・・・・・	・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・<l< td=""><td>· · · · · · 助 ·</td><td>• • • •</td><td></td><td>3 3 3 3 3 3 3 3 3 3</td><td>1 1 3 3 3 4 6 7 7</td></l<>	· · · · · · 助 ·	• • • •		3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	1 1 3 3 3 4 6 7 7
第	2 2 2 2	章 · · 2 2 2 2 2 2 2 2 2	1 2	広 2 2 2 2 3 3 3	範概試・・・拘・・	な 説 料 1 2 3 4 束 1 2	応お	カ・よ 試供 三 応 の 用 粒	域・び料試軸力変い子	に・実の体試お化た破	お・験指の験よと試砕	け・装数作装び粒料の	る・置的成置ひ子・評	砂・ 性方のずの実価	の・・質法概み破験手	応 ・ ・ 要 パ 砕 条 法	カ・・・・ ラ性件:	ひ・・・・メにお・	ず・・・・・ー者よ・	み・・・・タ目び・	挙・・・・ し実・	動・・・・・た験・	· · · · 砂手·	・・・・・・ の 順・	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	・ ・ ・ ・ ・ カ	・ ・ ・ ・ ・ ・ ・ ・ ・ ・ ・ ・ ・	· · · · · · · · · · · · · ·	・・・・・・ み・・ ・	· · · · · · · 举 · ·	· · · · · · 動 · ·	· · · · · ·			1 1 3 3 3 4 6 7 7 8
第	2 2 2 2	章 · 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	1 2	広 2 2 2 2 3 3 3 3	範 概 試 ・・・ 拘・・・	な 説 料 1 2 3 4 束 1 2 3	応お	カ・よ試供三応の用粒等	域・ び 料 試 軸 力 変 い 子 方	に・実の体試お化た破圧	お・験指の験よと試砕密	け・装数作装び粒料の過	る・置的成置ひ子・評程	砂・ 性方のずの実価に	の・・質法概み破験手お	応 ・ ・ 要 パ 砕 条 法 け	カ・・・・ ラ性件 る	ひ・・・・メにお・	ず・・・・ ー 着 よ・ ln	み・・・・ タ目び・ p	挙・・・・・ し実・関	動・・・・・た験・係	•••••••••••••••••••••••••••••••••••••	・・・・・・の 順 ・	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	・ ・ ・ ・ ・ カ ・	・ ・ ・ ・ ・ ひ・・	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · ·	・・・・・・・・・・・・・	· · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · ·			1 3 3 3 4 6 7 7 8 0

		2		3		5		非	排	水	せ	ん	断	試	験	に	よ	る	応	力	ひ	ず	み	関	係									4	5
	2		4	ŀ	異	方	応	力	状	態	に	あ	る	砂	の	応	力	ひ	ず	み	挙	動							•	•	•			4	8
		2	2.	4	•	1		用	5	た	試	料	•	実	験	条	件	お	よ	v	実	験	手	順					•		•			4	8
		2	2.	4		2		せ	ん	断	前	の	履	歴	の	違	5	が	そ	の	後	の													
								応	力	V	ず	7	挙	動	に	与	え	る	影	響		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		5	0
		2		4		3		若	干	の	拘	束	圧	の	違	5	が	応	力	ひ	ず	み	挙	動	に	与	え	る	影	響				5	4
		2		4		4		異	方	圧	密	砂	の	ダ	1	L	タ	ン	シ	_	挙	動	と	せ	ん	断	経	路		•	•	•		5	4
	2	•	5	5	本	育	の	要	約		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		6	0
	参	老	55	て耐	2						•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		6	3
第	33	Ē	Ĺ		広	範	it	応	11	域	に	お	け	る	異	方	圧	密	砂	の	降	伏	特	性		•	•	•	•	•	•	•		6	5
	3		1		概	武	į	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		6	5
	3	•	2	2	降	伏	曲	線	を	評	価	す	る	た	Ю	の	応	力	経	路		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		6	6
		3		2		1		試	料	お	よ	T	実	験	手	順		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		6	6
		3		2		2		応	力	域	の	X	分		~	低	•	髙	圧	域	の	定	義	~		•	•	·	•	•	•	•		6	6
		3		2	•	3		実	験	に	用	5	た	応	力	経	路		•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		6	7
	3	•	3	3	降	伏	応	力	と	応	力	ひ	ず	み	曲	線		•	•	•	•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•		7	1
		3	•	3		1		降	伏	応	力	の	考	え	方	と	評	価	手	法		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		7	1
		3	•	3	•	2		応	力	ひ	ず	み	曲	線	と	降	伏	応	力		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		7	2
	3	•	4	ł	降	伏	曲	線	の	形	状	と	定	式	化		•	•	•	•	•	•	•	•	·	•	•	•	•	•	•	•		8	1
		3	•	4	•	1		降	伏	曲	線	の	形	状	と	塑	性	ひ	ず	み	増	分	~	ク	\mathbf{b}	ル		•	•	•	•	•		8	1
		3	•	4	•	2		降	伏	曲	線	の	勾	配	の	特	性	と	塑	性	増	分	く	ク	\mathbf{F}	ル	と	の	関	係		•		8	3
		3	•	4		3		降	伏	曲	線	の	定	式	化		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		8	7
	3	•	5	5	等	Æ	規	化	仕	事	量	曲	線	•	等	仕	事	量	曲	線	•														
					等	せ	ん	断	ひ	ず	み	曲	線	と	降	伏	曲	線	の	対	応		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		9	3
	3	•	6	;	本	章	の	要	約		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		9	7
	参	考	¢.	献							•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		9	9
第	\$4	章	2		広	範	な	応	力	域	に	お	け	る	異	方	圧	密	砂	の	弾	塑	性	檷	成	式		•	•	•	•		1	0	1
	4	•	1		概	説		•	•	•	•	•	•	•	·	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		1	0	1
	4	•	2	2	檷	成	主	の	基	本	的	考	え	方	と	特	徴	に	つ	5	7		•	•	•	•	•	•	•	•	•		1	0	3
	4	•	3	3	檷	成	式	の	誘	導		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		1	0	4
		4	•	3		1		橍	成	関	係		•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		1	0	4

	4	•	3		2		降	伏	関	数				•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	1	0	6
	4	•	3	•	3		塑	性	ポ	テ	ン	シ	Þ	ル			•					•				•					1	0	9
	4		3	•	4		Ľ	_	ク	强	度	の	特	性				•	•	•	•	•	•			•			•	•	1	1	2
	4	•	3		5		硬	化	係	数			•			•		•	•	•	•			•	•						1	1	5
4		4		提	案	す	る	構	成	式	の	整	理					•	•		•	•		•	•		•	•	•		1	2	1
4		5		パ	ラ	X	_	\$	の	决	定	方	法	と	提	案	迁	の	検	証		•	•		•		•	•	•		1	2	9
	4		5	•	1		18	ラ	X	-	\$	の	決	定	方	法		•	•		•	•	•	•		•	•				1	2	9
	4	•	5		2		パ	ラ	X	\mathbf{r}	リ	ッ	ク	ス	8	デ	1		•	•	•	•	•	•	•	٠	•	٠	•	•	1	3	2
	4	•	5	•	3		応	力	V	ず	み	挙	動	の	予	測	と	検	証		٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	1	3	4
4		6		本	章	の	要	約		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	1	4	4
参	考	文	献							•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	1	4	6
第5	章		相	異	な	る	11	主	応	力	状	態	に	お	け	る	異	方	圧	密	砂	の	降	伏	曲	線		•	•	•	1	4	9
5	•	1		概	R		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	1	4	9
5	•	2		Ξ	主	応	力	制	御	の	載	荷	試	験		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	1	5	1
	5	•	2	•	1		中	空	せ	ん	附	試	験	機	の	概	要		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	1	5	1
	5	•	2	•	2		亚	均	的	な	応	力	と	ひ	ず	み	の	定	義		•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	1	5	3
	5	•	2	•	3		応	力	ひ	ず	み	パ	ラ	X	-	8		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	·	1	5	5
5	•	3		実	験	手	順	と	実	験	の	応	力	経	路	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	1	5	7
	5	•	3	•	1		供	試	体	の	作	成	方	法		٠	•	•	•	•	•	•	٠	٠	•	•	•	•	•	•	1	5	7
	5	•	3	•	2		実	験	手	順		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	1	5	7
	5	•	3	•	3		実	験	に	用	ら	た	応	力	経	路		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	1	6	0
	5	•	3	•	4		予	備	的	な	実	験	の	結	果		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	1	6	2
5	•	4		降	伏	曲	線	の	形	状	と	そ	の	定	式	化		•	•	•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	1	6	4
	5	•	4	•	1		各	タ	1	プ	の	試	験	か	5	求	ま	る	応	力	ひ	ず	み	曲	線	と	降	伏	応	力	1	6	4
	5	•	4	•	2		Æ	八	面	体	面	Ŀ	に	お	け	る	降	伏	曲	線	の	形	状		•	•	•	•	•	•	1	6	9
	5	•	4	•	3		相	異	な	る	11	主	応	力	状	態	に	お	け	る	降	伏	関	数	の	誘	導		•	•	1	7	2
5	•	5		本	章	の	要	約		•	•	•	•	•	•	•	٠	•	•	•	•	•	٢	•	•	•	٠	•	•	•	1	8	1
参	考	文	擜							•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	•	•	٠	•	•	•	1	8	3
第6	章		相	異	な	る	Ξ	主	応	力	状	態	に	お	け	る	異	方	庄	密	砂	の	弾	塑	性	構	成	式		•	1	8	5
6	•	1		概	說		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	1	8	5
6		2		構	成	関	係		•	•	٠	•			•	•	•	•	•	•					•			•	•		1	8	6

	6		3		相	異	な	る	111	主	応	力	状	態	に	お	け	る	檷	成	式	の	誘	導		•	•	•	•	•	•	1	8	8
		6	•	3		1		降	伏	関	数	•	塑	性	ъ	テ	ン	シ	Þ	ル	関	数		及	び	破	壞	包	絡	線		1	8	8
		6	•	3	•	2		フ		-	~	ク	F	ル	と	硬	化	係	数	の	誘	導		•	•	•	•	•		•	•	1	9	0
	6		4		実	験	に	よ	る	提	案	式	の	検	証		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	1	9	7
		6		4		1		材	料	定	数	の	決	定		•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	1	9	7
		6		4	•	2		応	力	ひ	ず	み	関	係	の	予	測		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	1	9	8
	6		5		本	章	の	要	約		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	2	0	8
	参	考	文	献							•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		2	0	9
第	7	竟		杭	の	先	端	支	持	カ	評	価	~	の	応	用		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	2	1	0
	7		1		概	説		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	2	1	0
	7		2		Ve	si	с	の	球	状	空	洞	膨	張	圧	理	論	に	よ	る	先	端	支	持	力	の	評	価		•	•	2	1	2
		7		2	•	1	6	ti	200	51	-	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	2	1	2
		7	•	2		2		極	限	球	状	膨	張	圧	の	求	め	方	と	先	端	支	持	カ	の	評	価		•	•	•	2	1	3
	7	•	3		構	成	式	を	用	5	た	圧	縮	性	の	評	価	と	支	持	カ	値	の	予	測	手	順		•	•	•	2	1	7
		7	•	3		1		構	成	式	に	よ	る	圧	縮	性		Ko	伯	13	22	ドセ	たん	」は	所担	玉打	ī 角	0	」 唐 C	口位	6	2	1	7
		7	•	3		2		先	端	支	持	力	値	の	予	測	手	順	と	計	算	例		•	•			•	•	•	•	2	2	2
	7	•	4		本	章	の	要	約		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	2	3	6
	参	考	文	献							•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	2	3	8
第	8	斍		総	括		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	2	3	9
渊	辞																															2	4	8

第1章序 論

1.1 概説

近年、長大橋梁や高層建築物等の大規模かつ重要な構造物の建設が、増えており、それにともなって、基礎地盤の応答(変形)をより詳細に予測、検討する必 要性が従来にも増して高まってきている。

自然に堆積した地盤は、異方的な応力状態にあり、また、構造物の建設によっ て地盤内に生じる応力は、地表面付近における低拘束圧の状態から、大規模構造 物基礎の支持地盤における土粒子の破砕を伴う髙拘束圧の状態まで、極めて広範 囲である。このため、このような多様な応力条件下において、地盤の破壊に至る までの挙動を評価する場合、どのような応力ひずみ関係式(構成式)を用いて土 の挙動を表現するかが重要な問題となる。

土、特に砂質土のような粒状材料において、低圧域から土粒子が破砕される高 圧域までを対象とした場合、その応力ひずみ挙動は、応力経路履歴依存性を示す ばかりでなく、著しい拘束圧依存性を示すことが知られている。拘束圧の増大は、 圧縮性の増大や強度定数の低下を引き起こし、また、応力ひずみ関係をひずみ硬 化軟化型の特性からひずみ硬化型の特性へと変化させる。特に、破砕性の大きな 材料では、かなり低い応力域においても、工学的に問題となるような圧縮性の増 大や強度定数の低下が起こる。したがって、地盤の変形予測を精度よく行うため には、用いる構成式としては、異方応力状態にある地盤材料の応力ひずみ挙動を 広範な応力域においてうまく表現できることが望ましい。しかしながら、従来の 砂質土を対象とした構成式は、後述するように、粒子破砕を伴わない限られた応 力域での応力ひずみ挙動の評価、繰返し載荷を含む複雑な応力履歴に対する挙動 の評価に主眼をおいたものが多く、その結果として、高拘束圧下を含んだ地盤の 安定及び変形問題へのその適用性が限られたものになっている。このため、地盤 材料の応力ひずみ挙動の異方的な特性と拘束圧依存性を的確に表現し得る実用的 で利用価値の高い構成式の確立が強く望まれている。

- 1 -

本論文は、この点に鑑み、砂質土を対象とし、応力経路と拘束圧の大きさに着 目して、軸対称及び相異なる三主応力下における三軸試験により降伏特性を詳細 に検討すること、また、その結果に基づき、広範な応力域における砂質土の強度 特性、ダイレタンシー特性及び降伏特性を的確に表現できる実用的な構成式を開 発すること、さらに、それを杭の先端支持力評価へ応用することを主要な目的と したものである。

本章では、構成式を検討する上で欠かすことのできない砂の降伏に関する研究 と、静的な載荷条件下における弾塑性構成式に関する研究を概観し、その現状を 示すと共に、本研究の主たる検討事項を明確にする。

まず、第2節では、実験的な立場からの砂の降伏に関する研究を概観し、その 現状の把握を行う(Murata, Miura, Hyodo and Yasufuku, 1989)。また、この 節では、単調載荷条件下における弾塑性構成式、特に、砂を対象としたものを概 観する。ついで、第3節では、本論文の主要なテーマである砂の降伏に関する研 究の検討課題を明確にすると共に、本論文で検討する構成式の着眼点を明らかに する。最後に、第4節において、本論文の目的とその構成について言及する。

ここで述べる構成式は、応力とひずみを関係づけるものであり、力学的構成式 の範疇に入るものである(足立・岡,1983)。また、"降伏"は、材料が弾性的な 挙動から弾塑性的な挙動に移行する時に使われる用語であり、例えば、ある材料 が弾性的な挙動から弾塑性的な挙動に遷移した時、その材料は、"降伏した"と いう。さらに、本論文を通して、応力は全て有効応力を意味する。また、本論文 では、応力比の変化しない応力経路を"圧密"、応力比の変化する応力経路を" せん断"と称する。軸対称条件下で行う試験を"三軸空間"での試験、相異なる 三主応力条件下での試験を"三主応力空間"での試験と略称する。なお、本論文 で用いた主要な応力とひずみパラメータをこの章の最後にまとめて示している。

- 2 -

1.2 砂の降伏と弾塑性構成式に関する研究の概観

1.2.1 砂の降伏に関する研究の流れと現状

(1) はじめに

弾塑性論的な立場に立脚した土の構成式は、降伏条件を規定する降伏関数、降 伏後の塑性的な変形の生じ方を評価する塑性ポテンシャル関数及び塑性的な変形 量を評価する硬化係数によって一般に記述される。この中で、降伏関数は、降伏 曲面の形状を規定し、ある応力の変化に対して土が弾性的な挙動を示すのか、そ れとも弾塑性的な挙動を示すのかを判定する役割を担う。

砂の降伏に関する研究は、その変形特性の精度のよい把握、より現実的な砂の 構成モデルへの展開と言ったことを主目的として、1960年代後半から多くの研究 者によって活発に行われてきている。今までの研究に基づいて、降伏曲面の形状 を評価する方法を整理すると、大きく分けて以下の3つにまとめられる。すなわ ち、

- (A)実験的に得られた応力ひずみ関係から直接、ある応力状態に対応する降 伏点を評価し、それらのコンターとして降伏曲線を評価する方法
- (B) 適切な硬化パラメータを仮定し、それが一定であるような応力コンターを 実験的に描くことにより降伏曲線を評価する方法
- (C) 塑性ポテンシャルと降伏関数が一致するという考えにたつて、ストレス・ ダイレタンシー特性もしくは消散エネルギー式の仮定から降伏曲線を理論 的に導く方法

である。この中で(A)を代表する研究としては Poorooshasb, Holubec and Sherbourne(1967)のもの、また、(B)を代表する研究のとしては、Nova and Wood(1978)のもの、そして、(C)を代表的する研究としては Schofield and Wroth(1968)のものがそれぞれ挙げられる。

以下では、本論文が、主として、(A)の立場からのアプロ-チであることから、 上記の分類の中で、特に(A)に関連した砂の降伏に関する実験的な研究を概観 し、実験的立場からの砂の降伏に関する研究の現状と問題点を明確にする。 (2) 研究の流れと現状について

砂の降伏曲線の形状を実験的に示した先駆的研究は Poorooshasb, Holubec and Sherbourne(1966,1967)の研究であろう。彼らは、等方圧縮を行った密な砂に 対して、図1-1に示すような拘束圧の増加をともなった載荷・除荷を数回繰り返 すような多段的な三軸試験を行うことにより、降伏曲線の形状を調べた。図1-2 には、その時の応力ひずみ関係と降伏点が示されているが、降伏点は応力ひずみ 関係においてその勾配が著しく変化する応力として決められた。これらの結果に 基づいて、通常の応力域においては、砂の降伏曲線の形状は、近似的には、

$$f = \eta = const.$$
 (1-1

で与えられ、その形状は塑性ポテンシャルのそれとは一致しないことを示した。 また、Poorooshasb(1971)は、上式の応力比一定タイプの降伏曲線の欠点として、 比例載荷試験(応力比一定載荷試験)中、実際に生じる塑性変形を表現できない ことをあげ、この欠点を補うために、新たに、



図1-1 応力比一定型の降伏曲線 (Poorooshasb ら(1967)を引用)



)

- 4 -

 $f = \eta + m \cdot \ln p = const.$

で示すキャップ型の降伏関数の提案も行った。 ここで、m は材料定数である。 Poorooshasb は多段的な三軸試験を行うことにより、式中の定数の決定を試み、 結果的に0.6 を与えている。

Barden, Ismail and Tong(1969)は、Poorooshasbらと同様の実験手法を平面ひ ずみ試験に適用し、約 0.03 から 7 MPa の拘束圧下において密な砂の降伏曲線の 形状を調べた。結果として、砂粒子の破砕が生じるような高圧域を含めれば、降 伏挙動は複雑なものとなるが、粒子破砕の生じない応力域に限定すれば、第一近 似的には式(1-1)の 降伏関数が砂の降伏特性を評価する上で有益であることを示 した。しかし、具体的な降伏関数の提示は、なされていない。また、Frydman, Zeitelen and Alpan(1973), Frydman(1973)も、中空の砂供試体を用いて行った実 験結果から、せん断に対する降伏関数として式(1-1)が概ね妥当であることを明ら かにした。

Tatsuoka and Ishihara(1974a)は、ゆるい砂、中程度に密な砂、密な砂を対象 に多くの多段的な応力経路試験を三軸圧縮条件下で行い、降伏曲線の形状に与え る密度の影響と応力履歴の影響を調べた。実験手法は、基本的には Poorooshasb と同様のものであった。結果的に、図1-3に示すような降伏曲線の形状を与え、 その形状は、密度には多少依存するが、応力履歴には影響されないことを明らか にした。しかし、彼らは、自らが与えた降伏曲線が、せん断に対しては有効なも のであるが、特に応力比の低い領域での挙動や圧密過程における挙動を評価する には十分でないことを示し、このような条件下での変形挙動を評価できる新たな 降伏曲線の必要性を述べた。同様の指摘は、Nova and Wood(1978)によってもなさ れた。

さらに、Tatsuoka and Molenkamp(1983)は、三軸圧縮条件下において緩い砂の 先行せん断を受けた場合と先行圧密を受けた場合の降伏曲線について検討し、圧 密による変形とせん断による変形の連成効果を考慮した降伏曲線の必要性を強調

(1 - 2)



図1-3 降伏曲線の切片群; (a)ゆる詰めの供試体、(b)中程度に密な供試体 (c)密な供試体 (Tatsuoka and Ishihara(1974)を引用)

した。基本的には圧密とせん断による 独立な2つの降伏曲線に、図1-4に 示すような圧密とせん断の連成効果を 評価した降伏曲線(図中、Type 3 の 降伏曲線)を付加することにより複雑 な応力履歴を受けた砂の変形挙動の解 釈を試みている。また、Tatsuoka and Ishihara(1974b)は、密な砂と緩い砂 供試体を用いて三軸圧縮伸張両領域に





おいて静的な排水せん断試験を行い、応力反転を伴った場合の砂の降伏条件の検 討をも行った。その結果、圧縮領域あるいは伸張領域で先行せん断を受けた砂の 応力反転後の降伏は、せん断中体積膨張を生じるような大きな応力振幅を与えな い限り、その応力履歴に無関係に生じることを明らかにし、砂の降伏が異方的で あることを示した。

Yamada and Ishihara(1982)は、砂の降伏に関する検討を三次元応力条件下で行い、Tatsuoka and Ishihara(1974b)の研究の拡張を試みた。真の三主応力制御試 験機を用いて、正八面体面上で図1-5に示すような載荷方向を種々変えた数サイ クルの載荷除荷を伴なったせん断試験を行い、正八面体面上での降伏曲線の評価

- 6 -



図1-5 三主応力下での降伏曲線を求めるための実験 (Yamada and Ishihara(1982)を引用)

を行った。最初の載荷履歴が、次の載荷の際の応力ひずみ挙動に与える影響の度 合は、最初の載荷方向に対して次の載荷がどの方向であるかによって大きく異な ることを示し、結果として三次元応力条件下における砂の降伏曲線が異方的な性 質を示すことを明らかにした。図1-6には、正八面体面上でのA点に対応する降 伏曲線の形状が示されているが、先行せん断を加えた方向に大きく移動した形状 を呈していることがよくわかる。この研究は、三主応力空間における砂の降伏挙 動を系統だてて調べた研究としては、先駆的なものであろう。このような降伏曲 線の異方的な特性は、後に、Poorooshasb, Yong and Lelievre(1982)によっても 明らかにされている。

また、Ishihara and Okada(1978)は、過圧密比1から5までの緩い砂供試体に 対して、等方圧密除荷後、非排水三軸せん断試験を行い、砂の降伏特性について 検討を加えている。非排水せん断試験結果から得られる有効応力経路と応力ひず み関係に注目して過圧密砂の降伏特性について論じ、その特性を利用して、繰り 返し応力下における砂の応力ひずみ・間隙水圧挙動の予測手法の提示を行ってい る。図1-7が、非排水試験結果から求めた過圧密砂に対する降伏曲線の形状であ るが、その形状は、p 軸を中心とした歪んだ楕円として形容できるものである。

- 7 -



図1-6 初期せん断を加えた時 の正八面体面上におけ るにおける降伏曲線 (Yamada and Ishihara (1982)を引用)



図1-7 非排水試験から求められた過圧密砂 に対する降伏曲線 (Ishihara and Okada(1978)を引用)

Tanimoto and Tanaka(1985)は、せ ん断中に砂供試体から生じるアコー スティックエミッション(AE)を 供試体底部で測定することによつて 降伏点を評価する新しい手法を提案 した。この方法は、消散エネルギー の一つであるアコースティックエミ ッションが塑性変形によつてのみ生 じるという特性を利用したものであ り、客観的に降伏点を決定できる特 徴を有している。また、Tanimoto and Tanaka(1986)、Tanimoto,

Tanaka and Kagotani(1987)は、この



図1-8 AE特性に基づいて決定された降伏 曲線 (Tanimoto, Tanaka and Kagotani(1987)を引用)

手法を導入し、等方的に先行圧密を受けた砂と等方圧密後、三軸圧縮側に先行せん断を加えた砂の降伏曲線の形状を調べ、先行せん断が降伏曲線に与える影響について考察した。図1-8は、得られた降伏曲線の形状を示したものであり、図には、0-B-C-Dの経路で先行せん断を受けた供試体と、B点まで等方的に先行圧密さ

- 8 -

れた供試体の降伏曲線が描かれている。結果として、先行せん断が、砂の降伏挙 動に与える影響は大きく、また、降伏曲線の形状は、先行せん断を受けることに よってp 軸を中心として回転したような形で変動することを言及した。砂の降伏 特性を調べるための研究は、このような状況で、今日に至っているが、これらの 研究の多くは、砂粒子の破砕の起こらない比較的低い応力域でなされたものであ る。

これに対して、粒子破砕が顕著に生じるような高圧域(粒子破砕領域)に注目 して、砂の降伏特性を調べる研究が三浦を中心とした山口大学のグループで行わ れた。三浦・山本(1982)は、等方圧密履歴を受けた高圧域での砂の降伏曲線の切片 勾配の特性が、三軸圧縮領域では、応力比のみの関数で与えられることを実験的 に示し、その特性の応力経路依存性が小さいことを明らかにした。また、実際の 降伏曲線の形状は、キャップ型であるが、その形状は、Cam-clayタイプの降伏曲 線とはかなり異なることを明確にした。次いで、Miura, Yasufuku and Yamamoto (1982) とMiura, Murata and Yasufuku(1984)は、上述の研究を三軸伸張領域にま



図1-9 (a)三軸圧縮伸張試験に基づいて得られた粒子破砕領域における 降伏曲線の切片群、(b)降伏点における塑性ひずみ増分の方向 (Miura, Murata and Yasufuku(1984)を引用)

- 9 -

で拡張し、図1-9(a)に示すような降伏曲線の切片群の形状と図1-9(b)に示す ような塑性ひずみ増分の方向を p-g 空間に示した。これらの結果から、等方的に 先行圧密を受けた砂の降伏曲線の形状は、圧縮側と伸張側で対称とはならないが、 いずれも、歪んだ楕円で表せることを明らかにした。また、降伏曲線の形状と塑 性ポテンシャル面の形状が、応力比の高い領域において異なったものであること を言及した。

以上、述べてきたように、砂の圧縮、変形特性が著しく異なることで知られる 低圧域と高圧域(粒子破砕領域)のそれぞれの領域において砂の降伏曲線の形状 特性が見いだされるに至っている。しかしながら、両応力域において、砂の降伏 特性を実験的に調べ、その特性を定量的に比較検討した例は、少ない。低、高圧 域での降伏特性を実験的に調べておくことは、砂の弾塑性的な挙動を広範な応力 域においてよりよく理解したり、より現実的な構成式を開発していく上で、大切 なことであり、また必要なことである。

1.2.2 砂の単調負荷モデルに関する従来の研究

(1) はじめに

先にも述べたように、ここでは、主として、静的載荷条件下での砂の挙動の評価に主眼をおいた、弾塑性構成式について概観する。これは、本論文で検討する構成式が、この立場からのものであることによっている。ここでは、このような構成式を、松井・阿部(1983)にならい、"単調負荷モデル"と呼ぶこととする。

土の単調負荷モデルは、一般に、単一の降伏曲面を有するモデルと2つの降伏 曲面を有するモデルに大きく分けられる(松井・阿部,1983; Hashiguchi, 1985)。 そして、それらは、さらに、関連する流れ則に基づくものと、非関連流れ則に基 づくものにそれぞれ分類することができる。ここでは、この分類に従って、既往 の構成式を概観し、その現状を示すと共に、本論文で検討する構成式の着眼点を 示したい。なお、本論文の主目的が、異方応力状態にある砂の挙動を広範な応力 域において表現できる構成式の開発にあるので、以下では、特に、砂の挙動の拘 束依存性と応力誘導異方性の表現ということに注目しながら過去の研究を概観す る。

- 10 -

(2)研究の流れと現状

土の単調負荷モデルの開発に関する研究は、Roscoe, Schofield, Wrothらや太 田らによる粘土を対象とした研究、Poorooshasbらの砂を対象とした研究を端緒と して、その後、数多くなされている(表1-1参照)。表1-1は、松井・阿部 (1983)がまとめたものを参考に、著者の知り得た範囲で、土の単調負荷モデルを 先の分類に従って、整理したものである。表中には、(1)主として、砂と粘土ど ちらの挙動の評価に重きを置いたものなのか(〇は砂、×は粘土の意味)、(2) どのような硬化を仮定したモデルなのか(等方硬化、異方硬化、或いは、複合硬 化、或いはその他のいずれなのか)を示している。以下では、今までに提案され てきた単調負荷モデル、主として、砂に対するものについて整理する。

(A) I-1型のモデル〔1つの降伏関数、関連流れ則に基づくモデル〕

I-1型モデルでの中で砂の挙動の評価に主体をおいたモデルには、Schofield and Wroth(1968)、DiMaggio and Sandler(1971)、Sandler, DiMaggio and Baron (1973)、Khosla and Wu(1976)、Nova(1977)、Wilde(1977)、Miura, Murata and Yasufuku(1984) らのものがある。 Schofield and Wroth(1968)は、Grantagravel モデルと呼ばれるモデルを示し、砂への適用を試みている。しかし、 Granta-gravel モデルは、基本的なところは、Cam-clay モデルそのものなので、 結果として、砂の体積膨張するような特性の表現は難しい。

DiMaggio and Sandler(1971)、Sandler, DiMaggio and Baron(1973)、Khosla and Wu(1976)の示したモデルは、一般に、キャップモデルと呼ばれるものであり、 形式的には、アプリオリに決定される2つの関数を合成した形の降伏関数を有し ているのが特徴である。このタイプのモデルは、限られた応力経路下であれば、 破壊応力や体積膨張を適切に予測することができるとされている。しかし、Camclay モデルに比べると、モデルを構築するにあたっての物理的背景が乏しい。

Nova(1977)、Wilde(1977)のモデルは、いずれも、硬化パラメータに、塑性体積 ひずみだけではなく、塑性軸差ひずみを付加したモデルである。これにより、軸 差ひずみが降伏挙動に与える影響を取り入れることができ、結果として、せん断 中におこる体積膨張の表現が可能となる。しかし、彼らの用いた降伏関数は砂に 対しては、現実的なものとは言えず、種々の応力経路下での砂の降伏挙動を十分 表現できない。

- 11 -

表1-1 土の単調負荷モデルの整理(松井・阿部(1983)の表5-3 に加筆)

モデルの	Dタイプ	著者	砂/粘土	等方/異方硬化
	1010	1)Roscoe·Schofield· Thurairajah(1963)	×	等方
		2)Burland(1965)	×	等方
		3)Palmer(1967)	×	等 方
100 7 10 0	(I-1)	4)Schofield.Wroth(1968)	0	等方
	関連流れ則 を適用して	5)Hata·Ohta·Yoshitani (1969)	×	等 方
1000	いるモデル	6)Ohta·llata(1971)	×	等方
		7)DiMaggio·Sandler(1971)	0	等方
(1)		8)Sandler·DiMaggio· Baladi(1973)	0	等方
単一降伏		9)橋口(1972)	×	等方
曲面を有		10)Khosla·Wu(1976)	0	等 方
するモデ		11)Sekiguchi·Ohta(1977)	×	異方
1V		12)Ohta·Sekiguchi(1979)	×	異 方
		13)Nova(1977)	0	等 方
1.000		14)Wilde(1977)	0	等方
		15)Hashiguchi(1979)	×	異 方
100 100		16) Mitachi·Kitago(1979)	×	異 方
		17) Matsui·Abe(1981)	×	異 方
		18)Miura·Murata·Yasufuku (1984)	0	等方
-	(1 - 2)	1)Poorooshasb·Holbec· Sherbourne(1966),(1967)	0	等方
S. 198	非関連流れ	2)Poorooshasb(1971)	0	等方
	則を適用し	3)Lade · Duncan (1975)	0	等方
ALC: NO	ているモデ	4) Wong \cdot Mitcell (1975)	×	等方
	1	5)Pender (1978)	×	等方
		6)Nova·Wood(1979)	0	等方
-		7)Yasufuku·Murata·Hyodo (1988)	0	等方
	(II-1) 関連流れ則 を適用	1)Roscoe·Burland(1968) 2)Prevost·Hoeg(1975) 3)Nakai(1988)	× 000	等 方 等 方 異 方
(II) 一つの路		4)Nakai(1989)	0	等万
二 (仕 は 線 を 有 す る モ デ ル	 (Ⅱ-2) 非関連流れ 則を適用し ているモデル 	1)Lade(1977) 2)Nishi·Esashi(1978) 3)Pender(1977) 4)Vermeer(1978) 5)Ohmaki(1979)	0 0 × 0 ×	等 等 等 等 方 方 方 方 方 方 方 方 方 方 方 方 方 方 方 方
	1 247	6)村田·兵動·安福(1988)	0	等方

Miura, Murata and Yasufuku(1984)のモデルは、消散エネルギー式を高圧下の 砂の挙動に適用できるように工夫した Cam-clay タイプのモデルである。従って、 表現能力としては、Cam-clay モデルと同等であり、体積膨張をきたす砂の挙動を 評価することはできない。

以上、I-1型モデルについて簡単に述べてきたが、このタイプの砂のモデルに は、簡単であるという有意性はあるものの、応力履歴を経験した砂、特に、異方 応力状態にある砂の変形や降伏挙動を十分に表せないことや、本論文の主目的で ある広範な応力域での砂の挙動の表現がうまくできないと言った問題点が残され ている。

(B) I-2型のモデル [1つの降伏関数、非関連流れ則に基づくモデル] このタイプのモデルは、砂に主体をおいたモデルが多く、その代表的なものと して、表中に示したものが上げられる。本論文で提案する構成式は、後述するよ うにこのタイプに属するものである。このタイプの最初のものは、Poorooshasb, Holbec and Sherbourne(1966, 1967) によるモデルであろう。彼らは、実験的な 裏付けに基づいて、式(1-1)に示す応力比一定型の降伏関数と、防錘型の塑性ポテ ンシャル(具体的な関数は示していない)、及び硬化パラメータとして間隙比を 仮定し、それらを組み合わせることによって、砂に適用できるモデルを示してい る。さらに、Poorooshasb(1971)は、異方圧密過程で生じる塑性変形を表現するた めに、応力比一定型の降伏関数を、式(1-2)に示すキャップ型のものに置き換えた モデルの提案も行った。いずれのモデルも等方硬化型のモデルとなっている。こ れらのモデルでよく指摘されることは、応力比の低い領域での砂の降伏特性を十 分に表現できないことである(Nova and Wood, 1978)。

また、Lade and Duncan(1975)も、応力比一定型の降伏関数を持つ等方硬化型モ デルを提案した。彼らのモデルの特色は、降伏関数が応力の1次と3次の不変量 で表現されていることと、硬化パラメータとして、塑性仕事を仮定したことであ ろう。このモデルは、結果として、砂の応力ひずみ挙動の拘束圧依存性(ひずみ 硬化、軟化挙動)を表現できるものであるが、パラメータの決定が、とにかく難 しい。

Nova and Wood(1979) は、先に示した Nova(1977)のモデルの降伏関数をより現

実的なものに改良した等方硬化型のモデルを示している。このモデルの特徴は、 先にも述べたように、硬化パラメータに塑性体積ひずみと軸差ひずみの両成分を 導入したことによって、砂の体積膨張をうまく表せることにある。しかし、応力 ひずみ挙動の拘束圧依存性に対する配慮は、十分になされていない。

Yasufuku, Murata and Hyodo(1988) は、1)破壊包洛線の拘束圧依存性の表現、 2)硬化パラメータの工夫、3)砂の降伏挙動についての詳細な検討、4)指数関数型 の硬化則の導入によって、砂の応力ひずみ挙動の拘束圧依存性の評価を主体にお いた等方硬化型のモデルを示している。このモデルは、拘束圧の増加に伴う圧縮 性の増大、ダイレタンシー特性や強度特性の変化の様子、等を表現するのに優れ たモデルである。本論文の第4章では、主として、このモデルを拡張した形の異 方硬化型のモデルの詳細な説明と誘導がなされる。

(C) II-1型のモデル〔2つの降伏関数、関連流れ則に基づくモデル〕 このモデルの特徴は、圧密とせん断に起因した2つの降伏関数を有する結果と して、ダイレタンシー特性の応力経路依存性が表現できることであろう。まず、 II-1タイプの中で、砂に主体をおいたものとして、Prevost and Hoeg(1975)、 Nakai(1988, 1989) らのものがある。Prevost and Hoeg(1975) は、過圧密領域 内において無視できない塑性軸差ひずみを認め、Cam-clay モデルの降伏関数を簡 単化した降伏関数と、軸差応カー定の降伏関数を組み合わせた等方硬化型のモデ ルを示している。このモデルは、圧縮性の材料を対象としており、膨張を示す材 料には適用できない。また、Nakai(1989)は、Matsuoka and Nakai(1974)の提案す る空間滑動面上において、新たに、修正応力、修正ひずみを定義し、それに基づ く等方硬化型のモデルを示している。降伏関数は、Cam-clay タイプのキャップ型 の降伏関数と形式的に平均主応力一定の降伏関数が仮定されている。また、硬化 パラメータとしては、修正された塑性仕事が用いられている。このモデルは、砂 の挙動の中間主応力の影響やダイレタンシー挙動の応力経路依存性などが考慮で きる上に、材料定数の数が少ないという利点を有する優れたモデルである。しか し、砂の挙動の拘束圧依存性に関しては、十分な配慮がなされておらず、また、 先行圧密を受けた砂の変形や降伏挙動についても十分な評価ができないものと考 えられる。中井・藤井・瀧・市川(1988)は、この等方硬化型のモデルに、移動硬化則

- 14 -

を導入し、よりバージョンの高い、複合硬化型のモデルも提案している。

(D) II-2型のモデル〔2つの降伏関数、非関連流れ則に基づくモデル〕
 このタイプの砂のモデルには、Lade(1977)、Nishi and Esashi(1978)、
 Vermeer(1978)、Murata, Hyodo and Yasufuku(1988)らのモデルがある。

降伏関数に関してだけ言えば、いずれのモデルも大変よく似た形状のものを用 いている。まず、Lade(1977)のモデルは、せん断に対する若干曲線を呈した応力 比一定型の降伏関数に、球形の降伏関数を付加した等方硬化型のモデルである。 この際、前者の降伏関数には、非関連流れ則を、球形の降伏関数に対しては、関 連流れ則を導入している。また、硬化パラメ-タについては、いずれの降伏関数 に関しても、塑性仕事を適用している。次いで、Vermeer(1978)のモデルは、せん 断に対しては、若干曲線を呈する応力比一定型の降伏関数を、圧密に対しては、 平均有効主応カー定のフラットな降伏関数を用いている。このモデルも、等方硬 化型であり、せん断に対しては、非関連流れ則が、圧密に対しては、関連する流 れ則が適用されている。また、硬化パラメータは、Lade(1977)のモデルとは、異 なり、せん断に対しては、塑性軸差ひずみが、圧密に対しては、塑性体積ひずみ が利用されている。さらに、Nishi and Esashi(1978)の等方硬化を仮定したモデ ルでは、せん断に対しては、応力比一定型の降伏関数を、圧密に対しては、平均 有効主応力一定型の降伏関数が利用されている。流れ則については、先の Lade (1977)や Vermeer(1978)と同じ取扱いである。また、硬化パラメータは、せん断 に対しては、塑性軸差ひずみ、圧密に対しては、塑性体積ひずみとなっている。 この3つのモデルは、いずれも、圧密過程における変形挙動や、せん断挙動、特 に、ひずみ硬化時に体積ひずみが収縮から膨張に至る過程を表現できるモデルで ある。しかし、それらの特性の拘束圧依存性や先行圧密を受けた砂の過圧密的な 挙動の表現については、降伏関数や硬化則の特性上、いずれのモデルも十分とは 言えない。

また、Murata, Hyodo and Yasufuku(1988)は、広範な応力域での砂の挙動の表 現を目的にした、等方硬化型のモデルを示している。このモデルは、キャップ型 の降伏関数(非関連流れ則を適用)と軸差応力一定の降伏関数(関連する流れ則 を適用)からなるモデルである。また、硬化パラメータは、キャップ型の降伏関

- 15 -

数に対しては、塑性体積ひずみと軸差ひずみの両成分を含んだもの、軸差応カー 定の降伏関数には、塑性軸差ひずみとなっている。このモデルは、砂の挙動の拘 束圧依存性やダイレタンシー挙動の応力経路依存性の表現に主体をおいて作られ たものである。したがって、先に示した、Yasufuku, Murata and Hyodo(1988)の 等方硬化型の構成式は、このモデルを簡単化したものであると考えてよい。

1.3 従来の研究の要約と問題点

1.3.1 砂の降伏に関する研究課題

ここでは、先に述べた諸研究を踏まえ、今後、砂の降伏に関して実験的に明確 にしておくべき問題点は次のようである。表1-2は、いくつかの項目に注目して、 過去の研究を整理したものである。なお、表中の項目1は、提案されている降伏 曲線の形状を示したものであるが、タイプ1は、応力比一定型の降伏曲線を、タ イプ2は、応力比一定型と平均主応力一定型の2つの降伏曲線を組み合わせたも のを、タイプ3は、タイプ2の降伏曲線にさらに新たな降伏曲線を付加したもの (Tatsuoka and Molenkamp, 1983)を、そして、タイプ4は、キャップ型或いは 楕円型の降伏曲線を、それぞれ意味している(図1-10参照)。以下では、この 結果を踏まえ、砂の降伏挙動について、今後検討されるべき問題をまとめて示す こととする。

(1)応力ひずみ曲線から直接降伏点を求める方法は、特別な仮定を要しない という意味において大変都合のいい方法である。しかしながら、ある特殊な応力 経路下では、応力ひずみ曲線に明確な折れ曲がり点が表れない場合もあり、降伏



図1-10 降伏曲線の分類; (a) η - 定タイプ[•]、(b) η - 定と p - 定タイプの降伏曲線の複合型、(c) Type 2 に付加的な 降伏曲線を加えたもの、(d) キャップ型の降伏曲線

- 17 -

著者	項 目1 降伏曲線のタ イプ	項 目2 初期の応力状 態	項 目3 注目した挙動	項 目4 対象とした応 力域	項 目5 対象とした応 力空凹	項 目6 対象とした砂	項 目7 降伏応力の決 定手法
Poorooshasb Holubec·Sherbourne (1966, 1967)	タイプ1	等方	先行せん断	低圧域	三軸空間	再構成砂	応力ひずみ曲線 (図式的手法)
Poorooshasb(1971)	タイプ4	等方	先行せん断	低圧域	三軸空間	再構成砂	応力ひずみ曲線 (図式的手法)
Poorooshasb(1982)	タイプ1	等方	先行せん断	低圧域	三主応力空間	再構成砂	応力ひずみ曲線 (図式的手法)
Barden·Ismail·Tong (1969)	タイプ1	等方	先行せん断	低・高圧域	三主応力空間 (平面ひずみ)	再構成砂	応力ひずみ曲線 (図式的手法)
Frydman·Zeitlen· Alpan(1973)	タイプ1	等方	先行せん断	低圧域	三主応力空間	再構成砂	応力ひずみ曲線 (図式的手法)
Frydman (1973)	タイプ1	等方	先行せん断	低圧域	三主応力空間 (平而ひずみ)	再構成砂	応力ひずみ曲線 (図式的手法)
Tatsuoka·Ishihara (1974a)	タイプ1	等方	先行せん断	低圧域	三軸空間	再構成砂	応力ひずみ曲線 (図式的手法)
Vcrmeer(1978)	タイプ2	等方	先行せん断	低圧域	三主応力空間	再構成砂	等状態量曲線
Nishi·Esashi(1978)	タイプ2	等方	先行せん断	低圧域	三主応力空間	再構成砂	応力ひずみ曲線 (図式的手法)
Nova·Wood(1978)	タイプ4	等方	先行せん断	低圧域	三軸空間	再構成砂	等状態量曲線
Tatsuoka Molenkamp(1983)	タイプ3	等方	先行せん断及 び先行圧密	低圧域	三軸空間	再構成砂	応力ひずみ曲線 (図式的手法)
Tatsuoka Ishihara(1974b)		等方	先行せん断	低圧域	三軸空間	再構成砂	応力ひずみ曲線 (図式的手法)
Ishihara• Okada(1978)	タイプ4	等方	先行せん断	低圧域	三軸空間	再構成砂	応力ひずみ曲線 (図式的手法)
Yamada• Ishihara(1982)	a low sty	等方	先行せん断	低圧域	三主応力空間	再構成砂	応力ひずみ曲線 (図式的手法)
Tanimoto·Tanaka (1985,1988)	タイプ4	等方	先行せん断	低圧域	三軸空間	再構成砂	7コスティフクエミフション (計測的手法)
Tanimoto·Tanaka (1987)	タイプ4	等方 異方	先行せん断及 び先行圧密	低圧域	三軸空間	再構成砂	7コスティフクエミフション (計測的手法)
三浦·山本(1982)	タイプ4	等方	先行せん断	低圧域	三軸空間	再構成砂	応力ひずみ曲線 (図式的手法)
Miura•Murata• Yasufuku(1984)	タイプ4	等方	先行せん断	低圧域	三軸空間	再構成砂	応力ひずみ曲線 (図式的手法)
Murata·Hyodo· Yasufuku(1987)	タイプ4	等方	先行せん断	低・高圧域	三軸空間	再構成砂	応力ひずみ曲線 (図式的手法)

表1-2 砂の降伏に関する実験的研究の整理

点の評価に苦慮する場合がある。それ故、応力ひずみ曲線から直接降伏応力を求 める場合には、降伏応力の考え方を明確にした上で、その評価方法を考えること が必要である。

(2)先の諸研究が、等方圧密後の降伏挙動を調べたものか、それとも異方圧 密後のそれを調べたものかをまとめたものが表1-2の項目2である。これからわ かることは、砂の降伏特性を調べた実験的研究の大部分が、等方的に圧密された 砂を対象としたものであり、異方圧密後の砂の降伏挙動について検討した研究は 極めて少ないことである。実際の地盤の応力状態が、通常、異方応力状態にある ことや、初期の応力状態がその後の変形挙動に大きな影響を及ぼす事実、或はよ り現実的な構成モデルの開発と言ったことを考えると、少なくとも三軸条件下に おける異方圧密砂の降伏特性は、詳細に調べられるべきである。

(3) 高圧域(粒子破砕領域)あるいは低・高圧域での降伏特性を調べた研究 は、表1-2の結果に基づくと、三浦の先駆的な研究を端緒とする山口大学のグル ープの研究を除いては、ほとんどなされていない。日本においては、しらすやま さ上のような破砕性に富んだ砂質土系の工学材料は大変多く存在する。また、砂 中の杭の先端やその周辺では、数 MPa から数十 MPa にも及ぶ高い圧力が作用す ることが知られている。 それ故、破砕性土の変形挙動や杭直下の支持力機構を 精度よく評価したり、その変形のメカニズムをよりよく理解するためには、粒子 破砕を生じる応力域を含めた広範な応力域での降伏挙動が、応力レベルや応力履 歴に注目して、十分調べられるべきである。

(4) 一般応力条件下における砂の応力ひずみ挙動を予測するためには、相異 なる三主応力空間における砂の降伏挙動を明確にすることが重要である。しかし ながら、現段階では、ほとんどの研究が三軸空間を対象としており、相異なる三 主応力空間における降伏挙動を検討した研究は少ない。特に、異方圧密後の降伏 挙動を検討した例は見あたらず、三主応力空間における異方圧密砂の降伏特性に 関する検討はなされるべきである。

 (5)表1-2の項目6には、対象とした砂が、再構成したものなのか、或は乱 さない状態のものなのかがまとめられている。粘性土の降伏特性に関係した研究 では、乱さない状態の粘性土を対象としたものが多く(例えば、Mitchell,1970; Tavenas and Leroueil,1977; Graham, Noonan and Lew 1983)実践的であるのに 比べ、砂の場合には乱さない状態の砂を扱った研究はほとんど見られない。砂の 場合、乱さない状態で砂を採取すること自体が難しいという問題もあるが、やは り、乱さない状態の砂を対象とした降伏特性を調べることは、実地盤の変形挙動 を評価する上で大変重要であると思われる。

本研究は、この中で、特に(1)から(4)の事項について詳細な検討を行い、 砂の降伏特性を実験的な観点から明確にしようとするものである。得られた成果 は、本研究で開発される弾塑性構成式の中で大いに活用されることになる。

1.3.2 本研究で検討する構成式の着眼点

本研究で検討する構成式の主目的が、1) 広範な応力域における砂の挙動の評価、2) 異方応力状態にある砂の挙動の評価であることは、既に述べた。このような目的で構成式を検討する上での、今までの研究の問題点、或いは本研究で検討する構成式の着眼点を整理しておく。

(1)構成式で予測されるひずみは、降伏関数の形状或いは与え方によって大 きく異なる。構成式に楕円型の降伏関数を与えたとしても、どのような楕円形状 の降伏関数を与えるかによって、予測されるひずみは著しく異なる。したがって、 構成式を開発する場合には、降伏挙動についての十分な検討や考察が必要であり、 また、その結果を反映した降伏関数について詳細な検討がなされるべきである。

(2)本来、等硬化パラメータ曲線は、降伏曲線と一致すべきものである。しかし、従来の構成式には、そのことを確かめたものが少ない。構成式の中でどのようなパラメータを硬化パラメータとして選ぶかは重要な問題である。

(3)限定された応力域において、より複雑な砂の挙動を評価しようとする構成式は、多いが、広範な応力域において、全体的な応力ひずみ挙動の特性を表そうとする構成式は少ない。日本では、しらすやまさ土、世界的には、カーボネイト砂のように拘束圧の増加によって圧縮性、破砕性が顕著に表れる材料は多く存在する。したがって、粒子破砕が生じた結果として表れる複雑な挙動を評価できる構成式は必要である。

(4) 従来の砂に対する単調載荷モデルには、異方性を考慮したモデルが、少ない。静的載荷条件下を対象とした砂の構成式であっても、現実の地盤が異方的であるため、それを取り入れた構成式は必要である。

1.4 本論文の目的とその構成

1.4.1 本論文の目的

以上の検討を踏まえ、本論文は、次の諸点を明らかにすることを目的としてい る。

(1) 拘束圧の違いと粒子の破砕性に着目して、排水及び非排水三軸条件下にお ける砂の応力ひずみ挙動を系統的にまとめる。また、異方応力状態にある砂の応 力ひずみ挙動の特徴を応力経路に着目して整理する。

(2) 異方応力状態にある砂の低、高圧域における降伏特性を実験的に明確にす ると共に、得られた知見に基づいて、降伏関数の定式化を行う。

(3)砂の挙動の拘束圧依存性が評価でき、かつ応力誘導異方性を考慮した軸対 称条件下における異方硬化型の弾塑性構成式を提案する。また、この提案式が、 静的載荷条件下における砂の挙動を十分な精度で予測し得ることを明らかにする。

(4)砂の降伏挙動に及ぼす中間主応力と圧密経路の影響を正八面体面上におい て実験的に検討し、その成果を取り入れた降伏関数の提示を行う。

(5)(3)で示す軸対称条件下における構成式に、(4)で得られる知見を導入することによって、中間主応力が砂の挙動に与える影響を取り入れたより一般 性の高い構成式を提示する。

(6)構成式の現場の問題への一つの利用方法として、杭の先端支持力の問題を 取り上げ、等方硬化型の構成式を用いた簡便でかつ実用的な杭の先端支持力値の 推定法を与える。

本論文で取り扱うこのような実験的、或いは理論的研究の成果は、砂の変形機構をよりよく理解する上で、大変重要な情報を提供し、また、実際の境界値問題 を取り扱う上での有益な知見を与え得るものであると考えている。

1.4.2 本論文の構成とその内容

本論文は、序論を含めて次の8つの章から構成されている。

第1章 序論

第2章 広範な応力域における砂の応力ひずみ挙動

第3章 広範な応力域における異方圧密砂の降伏特性

第4章 広範な応力域における異方圧密砂の弾塑性構成式

第5章 相異なる三主応力状態における異方圧密砂の降伏挙動

第6章 相異なる三主応力状態における異方圧密砂の弾塑性構成式

第7章 杭の先端支持力評価への応用

第8章 総括

本論文の内容を各章ごとに示すと次のようである。

第1章では、砂の降伏に関する研究と静的載荷条件下における砂の弾塑性構成 式に関する諸研究を概観し、その現状を整理すると共に、本研究の位置づけ、及 び本研究において検討すべき問題点やその着眼点を明確にしている。

第2章では、まず、拘束圧の違いと粒子の破砕性の違いに着目して、砂の応力 ひずみ挙動を排水及び非排水三軸条件下において調べ、先人達が既に示している 砂の挙動の拘束圧依存性に関する知見を追認すると共に、その特性を粒子破砕と 関係づけてより系統立てた考察を加えている。また、異方応力状態にある砂の応 力ひずみ関係の特徴を、せん断前に受けた応力経路とせん断時の応力経路に着目 して整理すると共に、砂の異方的な特性について言及している。ここで、示され る事項は、第3章で低、高圧域における砂の降伏特性を調べる上での基礎的な情 報を提供するばかりでなく、第4章での広範な応力域を対象とした構成式の開発 に際し、有益な知見を与えることになる。

第3章では、まず、異方応力状態にある密な砂を対象に、低、高圧域において、 降伏曲線を求めるための特殊な三軸試験を数多く実施し、具体的な降伏曲線の形 状を明らかにすると共に、その降伏特性を応力域と圧密経路に着目して論じてい る。また、降伏特性に関する実験的知見に基づいて、降伏関数の定式化を行って いる。ここでの、降伏に関する実験的考察は、第4章で示される構成式の中で反 映される。

第4章では、静的載荷条件下における砂の応力ひずみ挙動の拘束圧依存性と応 力誘導異方性の評価を目的にした、異方硬化型の弾塑性構成式の誘導がなされて いる。提示される構成式は、三軸空間を対象とし、土が塑性的な体積ひずみと軸 差ひずみの両成分に依存しながら、異方的に硬化を示す連続的な材料であるとし た考え方に基礎を置くものである。提案式は、2つの内部変数を含む降伏関数と 塑性ポテンシャル関数、破壊包絡線及び硬化係数から構成されるが、これらの関 数は、いずれも第2章と第3章の知見をより所として誘導されるものである。提 案式に含まれる材料定数は10個であるが、これらは、通常の三軸圧縮試験を数 本行うことによって簡単に決定でき、物理的意味も理解しやすいことを示してい る。さらに、提案式の適用性が、種々の排水及び非排水三軸試験の予測値と実測 値を比較することによって検証される。また、ここでは提案式を基礎とする異方 硬化型と等方硬化型のいくつかの簡単な構成式の整理も行っている。

第5章では、中空せん断試験機を用いて、三主応力を独立に制御した試験を種 々行い、等方及び異方圧密履歴を受けた砂の降伏曲線の形状を正八面体面上にお いて明らかにしている。これにより、正八面体面上における降伏特性が異方的で あり、降伏曲線の形状がロードアングルと異方圧密の方向に大きく依存したもの であることが示される。また、正八面体面上における降伏曲線の形状をロードア ングルの関数として与え、これを第3章で示す降伏関数に組み込むことによって、 強度特性や降伏特性に与える中間主応力の影響を取り入れた降伏関数の提示を行 っている。ここで示される降伏関数は、第6章で示す相異なる三主応力下を対象 とした構成式に導入されるものである。

第6章では、第4章で示した異方硬化型の弾塑性構成式に、強度特性、降伏特 性、ダイレタンシー特性のロードアングル依存性の効果を取り入れることによっ て、その一般応力状態への拡張を試みている。ここで示す構成式は、砂の挙動の 拘束圧依存性と初期誘導異方性の表現を目的にして作られたものであり、その適 相性は、三主応力を独立に制御した試験の予測値と実測値の比較によって検証さ れる。

第7章では、構成式の実際の問題への適用例として、Vesic の示した空洞膨張 の考え方に、第4章で述べる等方硬化型の構成式を導入し、地盤の圧縮性と強度 定数の拘束圧依存性を考慮した杭の先端支持力の簡便な推定方法を与えている。 杭の先端支持力の予測に際し、構成式の役割は、(a)地盤の圧縮性を規定する定数 の決定、(b)初期応力を求める際の静止土圧係数の評価、及び(c)強度定数の拘束 圧依存性の評価に帰着する。このような構成式の導入により、空洞膨張の考え方 に基づく杭の支持力の予測が、三軸試験のわずかの情報から簡単に行えることを 明らかにしている。また、提案する予測手法に基づいて、各種の材料を支持地盤 としたときの極限支持力の計算を行い、その結果を材料特性と関係づけて考察し

- 23 -

ている。さらに、計算された予測値と模型実験による測定結果の比較からここで 示す手法が、有用なものであることを明らかにしている。

第8章では、以上の結果を要約して結論としている。また、各章の相互の関連 を示すと図1-11のようである。



図1-11 本論文の概要

1.4.3 本論文で用いる応力ひずみパラメータ

本論文で用いている基本的な応力とひずみパラメータをまとめて示すと次のようになる。まず、第2章から第4章は、三軸空間において主応力方向が回転しない場合を対象としている。したがって、軸対称応力状態を考えているので、以下の2つのパラメータで規定する。

$$p = \frac{1}{3} (\sigma_a + 2\sigma_r); \quad q = \sigma_a - \sigma_r \quad (1-3)$$

そして、これらの応力パラメータに対応するひずみパラメータとして、

$$v = \varepsilon_a + 2\varepsilon_r$$
; $\varepsilon = \frac{2}{3}(\varepsilon_a - \varepsilon_r)$ (1-4)

を用いる。この時、これらのパラメータの間には常に以下の関係が成り立つ。

$$pv + q\varepsilon = \sigma_{a}\varepsilon_{a} + 2\sigma_{r}\varepsilon_{r} \tag{1-5}$$

ここで、p は平均有効主応力、g は軸差応力である。v、 ϵ は体積ひずみおよび 軸差ひずみと呼ばれ、それぞれ自然対数ひずみで規定される。また、 σ_a 、 σ_r は、 三軸供試体の軸方向および半径方向応力、 ϵ_a 、 ϵ_r は軸方向および半径方向ひず みである (図1-12参照)。これらのパラメータは、いずれも不変量表示の形式 で与えられおり、軸対称条件下における土要素の応力、ひずみ状態を考えたり、 或いはエネルギー的な考察をするのに大変便利なパラメータである (Schofield and Wroth, 1968)。なお、本論文では、図1-12に示すような応力およびひず みの圧縮側を常に正(+)として取り扱っている。

第5章と第6章は、三主応力空間を対象として、第2章、第3章と同様、基本 的には主応力方向が回転しない場合を考えている。したがって、先の三軸空間と の対応から、主要な応力パラメータとして、

- 25 -

$$p = \frac{1}{3} \sigma_{ij} \cdot \delta_{ij} ; \qquad q = \left[\frac{3}{2} S_{ij} \cdot S_{ij}\right]^{1/2}$$

(1 - 6)

$$J_{3} = \frac{1}{3} \left[S_{1j} \cdot S_{jk} \cdot S_{ki} \right]; \quad \theta = -\frac{1}{3} \arccos \left[\frac{27}{2} \frac{J_{3}}{q^{3}} \right]$$

を用いる。ここで、 σ_{11} は応力テンソル、 $S_{11} = \sigma_{11} - p \cdot \delta_{11}$ は、軸差応力テ ンソル であり、 δ_{11} はクロネッカーデルタである。 J_3 は第3次の応力不変量に 対応し、 θ は、後述するように正八面体面上における応力状態を表すパラメータ であり、ロードアングルと呼ばれる(後述の図5-1参照)。そして、これらの応 カパラメータに対応するひずみパラメータとして、

$$\mathbf{v} = \varepsilon_{1j} \delta_{1j} ; \qquad \varepsilon = \left[\frac{2}{3} e_{1j} \cdot e_{1j}\right]^{1/2} \qquad (1-7)$$

を用いると、以下に示すように、式(1-5)と同様の関係が成り立つ。

$$pv + q\varepsilon = \sigma_{1j}\varepsilon_{1j} \qquad (1-8)$$

ここで、 $\epsilon_{1,j}$ はひずみテンソル、 $e_{1,j} = \epsilon_{1,j} - (v/3)\delta_{1,j}$ は、偏差ひずみテン ソルである。これらのパラメータ (p, q, v, ϵ)は、軸対称条件を考えた場合に は、三軸空間で定義したパラメータにそれぞれ帰着するものである。



図1-12 土の応力、およびひずみ状態の規定

- 26 -

参考文献

- 尼立紀尚·岡 二三生(1983):"土の構成式入門,3.連続体力学と構成式," 土と基礎,Vol.31,No.7,pp.81-88.
- Barden, L., Ismail, H. and Tong, P. (1969):"Plane strain deformation of granular material at low and high pressure," Geotechnique, Vol.19, No.4, pp.441-452.
- Burland, J.B.(1965):"The yielding and dilation of clay," Correspondence, Geotechnique, Vol.15, No.2, pp.211–214.
- DiMaggio, F.L. and Sandler, I.S.(1971):"Material model for granular soil," ASCE, Journal of EM Div., Vol.97, No.EM3, pp.935-950.
- Sandler, I.S., DiMaggio, F.L. and Baladi, G.Y.(1976):"Generalized cap model for geological materials," ASCE, Journal of GE Div., Vol.102, No.GT7, pp.683-699.
- Frydman, S., Zeitlen, J.G and Alpan, I. (1973):"The yielding behaviour of particulate media," Canadian Geotech. Jour., Vol.10, No.3, pp.341-362.
- Frydman, S. (1973):"Yielding of sand in plane strain," ASCE, Journal of GE Div., Vol.100, No.GT5, pp.491-501.
- Graham, J., Noonan, M.L. and Lew, K.V.(1983):"Yield states and stressstrain relationships in a natural plastic clay," Canadian Geotech. Jour., Vol.21, No.4, pp.502–516.
- 橋口公一(1972):"摩擦性塑性体の降伏について-硬化塑性法則-,"土木学会第27回 年次学術講演会講演概要集,第3部, pp.105-108.
- Hashiguchi, K.(1979):"Constitutive equations of granular media with an anisotropic hardening," Proc. 3rd Int. Conf. Nurmer. Meth. Geomech., Aachen, Vol.1, pp.435-439.
- Hashiguchi, K. (1985): "Constitutive laws of soils, II macrometric approaches - static - intrincically time-independent," Report of ISSMFE Subcommittee on Constitutive Laws of Soils (Ed. by Murayama, S.), 11th. ICSMFE, San Francisco, pp.25-65.
- Nata, S., Ohta, H. and Yoshitani, S. (1969): "On the state surface of soils," Proc. JSCE, No.172, pp.97-117.
- Ishihara, K. and Okada, S.(1978):"Yielding of overconsolidated sand and liquefaction model under cyclic stresses," Soils and Foundations, Vol.18, No.1, pp.57–72.
- Khosla, V.K. and Wu, T.H.(1977):"Stress-strain behavior of sand," ASCE, Journal of GE Div., Vol.102, No.GT4, pp.303-321.

- Lade, P.V. and Duncan, J.M.(1975):"Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil," ASCE, Journal of GE Div., Vol.101, No.GT10, pp.1037-1053.
- Lade, P.V. (1977):"Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soils with curved yield surfaces," Int. Jour. Solids and Structure, Vol.13, pp.1019-1035.
- Matsui, T. and Abe, N.(1981):"Multi-dimensional elasto-plastic consolidation analysis by finite element method," Soils and Foundations, Vol.19, No.2, pp.45-61.
- 松井 保·阿部信晴(1983):"土の構成式入門, 5.弾塑性体理論と適用(その1)," 土と基礎, Vol.31, No.11, pp.97-105.
- 松井 保·阿部信晴(1983):"土の構成式入門, 5.弾塑性体理論と適用(その2)," 土と基礎, Vol.31, No.12, pp.73-79.
- Mitachi, T. and Kitago, S.(1979):"The influence of stress history and stress system on the stress-strain-strength properties of saturated clay," Soils and Foundations, Vol.19, No.2, pp.45-61.
- Mitchell, R.J.(1970):"On the yielding and mechanical strength of leda clay," Canadian Geotech. Jour., Vol.7, No.3, pp.297-312.
- 三浦哲彦・山本紀之(1982):"粒子破砕領域における砂の降伏曲線について,"土木 学会論文報告集, No.326, pp.83-90.
- Miura, N., Yasufuku, N. and Yamamoto, T.(1982):"Yielding charactaristics of sand under triaxial compression and extention stresses," Tech. Reports of Yamaguchi Univ., Vol.3, No.1, pp.33-45.
- Miura, N., Murata, H. and Yasufuku, N.(1984):"Stress-strain characteristics of sand in a particle-crushing region," Soils and Foundations, Vol.24, No.1, pp.77-89.
- 村田·兵動·安福(1988):"低・高圧下における砂の降伏特性を評価した弾塑性構成 式について,"土木学会論文集, No.394/III-9, pp.11-20.
- Murata, H., Miura, N., Hyodo, M. and Yasufuku, N.(1989):"Experimental study on yielding of sand," Report of ISSMFE Technical Committee on Mechanics of Granular Materials (ed. by Satake, M.), 12th. ICSMFE, Rio De Janeiro, pp.173–178.
- Nakai, T.(1989):"An isotropic hardening elastoplastic model for sand considering the stress path dependency in three-dimensional stresses," Soils and Foundations, Vol.29, No.1, pp.119–137.
- 中井照夫·藤井次郎·瀧 治雄·市川 衛(1988):"三次元任意応力経路下の砂の流動 則,"第23回土質工学研究発表会, pp.393-396.
- Nishi, K. and Esashi, Y.(1978):"Stress-strain relationships of sand based on elasto-plasticity theory," Proc. JSCE, No.280, pp.111-122.

- Nova, R.(1977):"On the hardening of soils," Archives of Mechanics, Vol.29, No.3, pp.445-458.
- Nova, R. and Wood, D.M.(1978):"An experimental programe to define the yield function for sand," Soils and Foundations, Vol.18, No.4, pp.77-86.
- Nova, R. and Wood, D.M.(1979):"A constitutive model for sand in triaxial compression," Int. Journal for Numerical and Analytical Method in Geomechanics, Vol.13, pp.255-278.
- Ohmaki, S.(1979):"A mechanical model for the stress-strain behaviour of normally consolidated cohesive soil," Soils and Foundations, Vol.19, No.3, pp.29-44.
- Ohta, H. and Hata, S.(1971):" Plane-strain stress-strain relationships for soils," Proc. 4th ARCSMFE, Banbkok, Vol.1, pp.57-62.

Ohta, H. and Sekiguchi, H.(1979):"Constitutive equations considering anisotropy and stress reorientation in clay," Proc. 3rd Int. Conf. Numer. Meth. Geomech. (ed. W. Wittkke), Aachen, pp.475–484.

Palmer, A.C. (1967):"Stress-strain relations for clays: an energy theory," Geotechnique, Vol.17, No.4, pp.348-358.

Pender, M.J.(1977):"A unified model for soil stress-strain behaviour," Proc. 9th ICSMFE, Spec. Session 9, Constitutive equations of soils(eds. Murayama, S. and Schofield, A.N.), pp.213-222.

Pender, M.J.(1978):"A model of the behaviours of overconsolidated soil," Geotechnique, Vol.28, No.1, pp.1-25.

Poorooshasb, H.B., Holubec, I. and Sherbourne, A.N.(1966):"Yielding and flow of sand in triaxial compression, Part I," Canadian Geotech. Jour., Vol.3, No.4, pp.179–190.

Poorooshasb, H.B., Holubec, I. and Sherbourne, A.N.(1967):"Yielding and flow of sand in triaxial compression, Part II and III," Canadian Geotech. Jour., Vol.4, No.4, pp.376-398.

Poorooshasb, H.B.(1971):"Deformation of sand in triaxial compression," Proc. 4th ARCSMFE, Banbkok, Vol.1, pp.63-66.

Poorooshasb, H.B., Yong, R.N. and Lelievre, B.(1982):"Anisotropic hardening yield loci for sand," Proc. Conf. on Deformation and Failure of Granular Materials, Delft, Vol.1, pp.307-312.

Prevost, J. and Hoeg, K. (1975):"Effective stress-strain strength model for soils," ASCE, Journal of GE Div., Vol.101, No.GT3, pp.259-278.

Roscoe, K.H., Schofield, A.N. and Thurairrajah, A.(1963):"Yielding of clays in states wetter than critical," Geotechnique, Vol.13, No.4, pp.211–240. Roscoe, K.H. and Burland, J.B.(1968):"On the generalized stress strain behaviour of "wet" clay," Engineering Plasticity, Cambridge Univ. Press., pp.535–609.

Schofield, A.N. and Wroth, C.P.(1968):"Critical state soil mechanics," McGrow-Hill, New York.

Sekiguchi, H. and Ohta, H. (1977):"Induced anisotropy and time dependency in clay," Proc. 9th ICSMFE, Spec. Session 9, Constitutive equations of soils(eds. Murayama, S. and Schofield, A.N.), pp.163-175.

Tanimoto, K. and Tanaka, Y.(1985):"A method of determining yield locus of sandy soil," Proc. 11th. ICSMFE, Vol.2, pp.1069–1072.

Tanimoto, K. and Tanaka, Y.(1986):"Yeilding of soils as determined by acustic emission," Soils of Foundations, Vol.26, No.3, pp.69-80.

Tanimoto, K., Tanaka, Y. and Kagotani, N.(1987):"The Effect of pre-shear ing yield locus of sandy soil," Proc. 8th ARCSMFE, Vol.1, pp.105–108.

Tatsuoka, F. and Ishihara, K.(1974a):"Yielding of sand in triaxial compression," Soils and Foundations, Vol.14, No.2, pp.63-76.

Tatsuoka, F. and Ishihara, K.(1974b):"Drained deformation of sand under cyclic stresses reversing direction," Soils and Foundations, Vol.14, No.3, pp.51-65.

Tatsuoka, F. and Molenkamp, F.(1983):"Discussion on yield loci for sands," Mech. of Granular Materials; New Models and Constitutive Relations(eds. Jenkins, J.T. and Satake, M.), Elsevier Science Publisher, pp.75-87.

Tavenas, F. and Leroueil, S.(1977):"Effects of stresses and time on yielding of clay," Proc. 9th ICSMFE, Vol.1, pp.319-326.

Vermeer, P.A.(1978):"A double hardening model for sand," Geotechniqu, Vol.28, No.4, pp.413-433.

Wilde, P.(1977):"Two invariants-dependent models of granular media," Archives of Mechanics, Vol.29, No.6, pp.799-809.

Wong, P.K.K. and Mitchell, R.J.:"Yielding and plastic flow of sensitive cemented clay," Geotechnique, Vol.25, No.4, pp.763-782.

Yamada, Y. and Ishihara, K.(1982):"Yielding of loose sand in three dimensional stress conditions," Soils and Foundations, Vol.22, No.3, pp.21–31.

Yasufuku, N., Murata, H. and Hyodo, M. (1988): "Application of elastoplastic constitutive model to undisturbed soil "Masado"," Proc. Int. Conf. on Engineering Problems of Residual Soils, Beijing, Vol.1, pp.759–764.