

水面孤立波の二次元的伝播に関する実験

辻, 英一
九州大学応用力学研究所

渡辺, 慎介
放送大学

丸林, 賢次
九州大学応用力学研究所

田中, 雅彦
九州大学総合理工学研究科

<https://doi.org/10.15017/23420>

出版情報：応用力学研究所研究集会報告. 22A0-S8 (36), pp.231-235, 2011-03. 九州大学応用力学研究所
バージョン：
権利関係：

応用力学研究所研究集会報告 No.22AO-S8
「非線形波動研究の新たな展開 — 現象とモデル化 —」 (研究代表者 筧 三郎)
共催 九州大学グローバル COE プログラム
「マス・フォア・インダストリ教育研究拠点」

Reports of RIAM Symposium No.22AO-S8

Development in Nonlinear Wave: Phenomena and Modeling

Proceedings of a symposium held at Chikushi Campus, Kyushu University,
Kasuga, Fukuoka, Japan, October 28 - 30, 2010

Co-organized by
Kyushu University Global COE Program
Education and Research Hub for Mathematics - for - Industry

Article No. 36 (pp. 231 - 235)

水面孤立波の二次元的伝播に関する 実験

辻 英一 (TSUJI Hidekazu), 渡辺 慎介 (WATANABE
Shinsuke), 丸林 賢次 (MARUBAYASHI Kenji), 田中 雅
彦 (TANAKA Masahiko)

(Received 22 February 2011)



Research Institute for Applied Mechanics
Kyushu University
March, 2011

水面孤立波の二次元的伝播に関する実験

九大・応力研	辻 英一	(Hidekazu TSUJI)
放送大学	渡辺 慎介	(Shinsuke WATANABE)
九大・応力研	丸林 賢次	(Kenji MARUBAYASHI)
九大・総理工	田中 雅彦	(Masahiko TANAKA)

1 はじめに

水の波の研究は、非線形波動が特徴的であるという数理的な面だけでなく、海岸工学の分野などの応用面においても重要であり、多くの研究者によって調べられている。

津波などの伝播過程を考えた時、海岸近くにおいて波は変形し、砕波に至ることもあるが、その際に波の非線形性及び分散性を考慮することは重要である。また、湾などの入り組んだ地形では、海岸へ到達する波の波高などは場所ごとに違う。これにより、波が横方向（伝播方向に垂直な方向）に一様ではなく変化する水平二次元性を考慮すべきともいえる。以上のような効果を含む最も単純なモデル方程式が、Kadomtsev-Petviashvili(KP)方程式：

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial u}{\partial T} + 6u \frac{\partial u}{\partial X} + \frac{\partial^3 u}{\partial X^3} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial Y^2} = 0,$$

である。ここで X は波の主要な伝播方向、 Y はそれに直交する方向をそれぞれ表す¹。KP方程式は可積分方程式であり、これまでに様々な解析が行われてきたが、最近、Kodamaらのグループにより、新しいクラスの解の性質が議論され、様々な形の解が表現できることが明らかになった [1]。また、KP方程式のある初期値問題を数値的に解き、孤立波の相互作用の漸近状態とこの厳密解の関連性を発見している [3]。

一方、近似的なモデル方程式としての KP 方程式から得られた理論的・数値的知見が実際の現象をどの程度まで表現できているかは、重要である。この見地から、孤立波の壁での反射が注目され、これまで調べられてきた。Miles は、入射角が小さい場合に観測される通常と異なる反射（Mach 反射）の説明として、KP 方程式の共鳴解と等価な表現を導出した [4]。Mach 反射の特徴である、壁付近での入射波・反射波と違う波 (stem) が生成・伝播するという現象を共鳴解によって説明し、その解から stem の振幅と入射波の角度の関係を議論した。

¹なお、水の波の基礎方程式系からの KP 方程式の導出については、[5] を参照されたい。

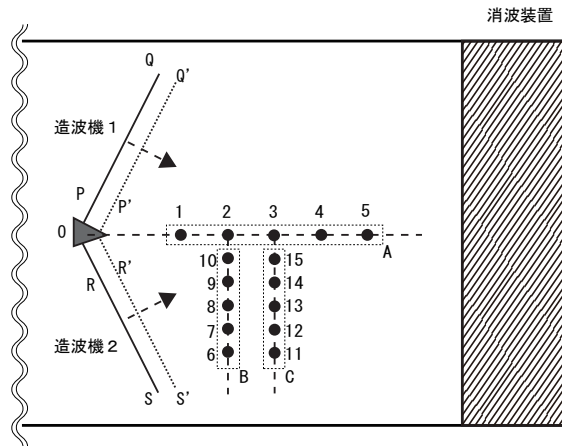


図 1: 実験装置

最近, Yeh らによって, この Mach 反射に関する実験の報告がされた [6]。彼らはソリトン解の表現を見直した上で, 実験結果と理論結果の比較を行っている。

しかしながら, 以上のこれまでの研究は, 壁との反射問題を問題にしている。これは理論的には, 壁を対称軸と見立てた対称性のある解の応用にとどまっている。その一方, KP 方程式の新しいクラスの解は, このような対称性のある場合だけに成り立つわけではない。また非対称な孤立波の相互作用において, 別の種類の相互作用が見られることは Kao らによって数値的に示されており [2], 実際の物理系での検証が求められている。このような目的で, 我々は, 二つの独立に動かすことのできる造波機を用意して, 非対称な相互作用について実験的に調べ, その結果を理論と比較検討することを目指している。

2 実験について

実験装置の詳細については [7] を合わせて参照されたい。

実験装置を図 1 に示す。造波機はピストン型で, 水槽の底面から垂直に保持された造波板 (図中 PQ, RS) を水平に動かす事により波動が形成される。具体的には, 板の移動距離 L と移動開始から終了までの時間 T_L を与え, 時刻 t において以下の式で定まる $l(t)$ の位置に造波板があるように動かす。

$$l(t) = L \frac{f(t) - f(0)}{f(T_L) - f(0)}, \quad f(t) = \frac{1}{2} \left(1 + \tanh \left(7.5 \left(t - \frac{T_L}{2} \right) \right) \right).$$

これにより, それぞれの造波機から孤立波が形成される。それらは内向き (壁とは逆の方向) に進むため, やがて水槽内の中央部付近 (振幅差があればある程度のずれができる) で相互作用し始める。

波高計は、以下のように設置されている。すなわち、二つの造波機の中間の位置（図中 O^2 ）から水槽の伸びる方向へ 1m 離れた所に波高計 1 を、さらに 50cm 離れる毎に 2,3,4,5 を置く。次に、波高計 2,3 の位置から水槽の横方向に 25cm 置きに、それぞれ波高計を並べる。ここの波高計は図 1 の中の番号 1~15 で参照される。波高計のサンプリング周波数は 50Hz である。

3 実験結果

現在、実験は遂行中であるが、相互作用による振幅の増大が見られる例を一つ示す（図 2）。

図 2(a) は水槽中央部での波高の変化である。ここでは、二つの造波機を同じパラメータで同時に動かしているため、このデータは中央部で起こっている相互作用を表していると考えられる。波高計 1 から 5 へと波が進むにつれて、振幅が増大し、定常に至ろうとしているように見える。相互作用前の孤立波の振幅は 0.8 程度なので、2 倍を超える振幅の波が生成されていることになる。この入射波、反射波と違う振幅の大きな stem 波が見られる点は、理論で予測される共鳴的な相互作用の存在を裏付けている。

図 2(b) は少し中心からずれた場所の変化を見ているが、この場所で見られる波は二つの入射波でなく stem 波である。その一方、図 2(c) は中心からかなり離れた場所であるが、そこでは、入射波と相互作用後の反射波の二つが別々に観測されている。これにより、stem 波の存在する場所がある程度明らかになる。

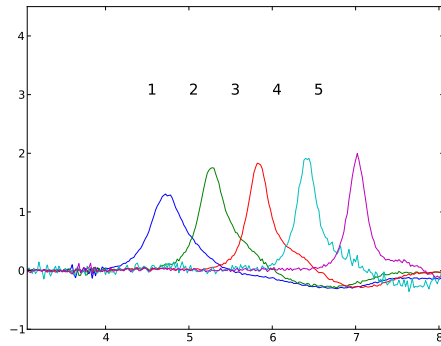
現在、実験後のデータ解析の結果、相互作用前の孤立波が造波機と平行な峰線を保つ一次元的な波であるかどうか疑問の余地がある。これは、造波機の端点で壁と造波板の間に隙間があり、そこから後方へ回り込む流れが関係している可能性がある。このため詳細な定量的解析に進めるかどうか、検討中である。

4 まとめと今後の課題

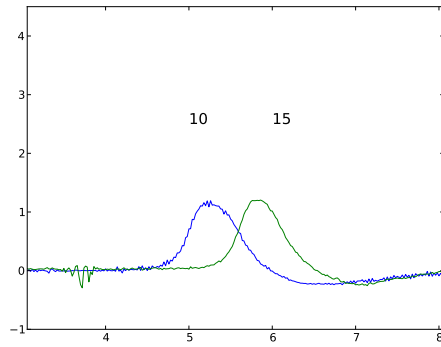
非線形表面波の二次元伝播過程の理解をめざし、二本の孤立波を生成・相互作用させる実験を行った。現在実験中ではあるものの、理論で予測された共鳴相互作用に近い現象を観測することができた。

この実験を進めていくには、前節終わりで述べた問題の解決が必要ではあるが、次善の

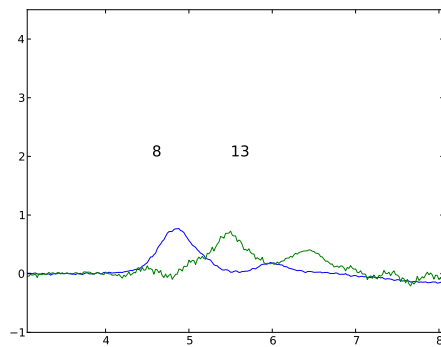
²正確には PQ と RS の交点。



(a)



(b)



(c)

図 2: 両方の造波機により生成される二つの孤立波の相互作用の波形の様子。横軸は時間 (秒), 縦軸は波高 (cm)。図中の数字は波高計の番号を表す。 $L = 10\text{cm}$, $T_L = 3.0$ 秒。

策として、水槽の側壁に垂直となる方向に二つの造波機を置き、同じ方向に進むが振幅の違う二つの孤立波を生成させることを考えている。二つの孤立波は、振幅の違いにより速度が異なり、位置がずれることによって結果的に領域内部では、何らかの相互作用が生じることになる。得られた結果は、KP 方程式の解との関連性を調べるだけでなく、対応する数値計算の結果 [2] とも比較する予定である。

この実験の立ち上げに当たって御協力を頂いた及川正行教授 (福岡工大) および増田章教授 (九大応力研) に感謝の意を表す。

参考文献

- [1] S. Chakravarty and Y. Kodama. Soliton solutions of the KP equation and application to shallow water waves. *Studies in Applied Mathematics*, 123(1):83–151, 2009.
- [2] Chiu-Yen Kao and Yuji Kodama. Numerical study of the KP equation for non-periodic waves. *Mathematics and Computers in Simulation*, In Press, Accepted Manuscript, jun 2010.
- [3] Y. Kodama, M. Oikawa, and H. Tsuji. Soliton solutions of the KP equation with v-shape initial waves. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 42(31):312001, 2009.
- [4] J.W. Miles. Resonantly interacting solitary waves. *J. Fluid. Mech*, 79:171–179, 1977.
- [5] Johnson R.S. *A Modern Introduction to the Mathematical Theory of Water Waves*. Cambridge University Press, Cambridge, 1997.
- [6] H. Yeh, W. Li, and Y. Kodama. Mach reflection and KP solitons in shallow water. *The European Physical Journal Special Topics*, 185:15, 2010.
- [7] 辻 英一, 渡辺 慎介, 丸林 賢次, and 田中雅彦. 孤立波の二次元相互作用に関する実験. 九州大学応用力学研究所所報, 139:99–103, 9 2010.