

## 人の反応の伝播速度と膨張波

友枝, 明保  
明治大学先端数理科学インスティテュート

柳澤, 大地  
日本学術振興会, 東京大学先端科学技術研究センター

今村, 卓史  
東京大学先端科学技術研究センター

西成, 活裕  
東京大学先端科学技術研究センター | (独) 科学技術振興機構さきがけ

<https://doi.org/10.15017/23419>

---

出版情報: 応用力学研究所研究集会報告. 22A0-S8 (35), pp.226-230, 2011-03. 九州大学応用力学研究所  
バージョン:  
権利関係:

応用力学研究所研究集会報告 No.22AO-S8

「非線形波動研究の新たな展開 — 現象とモデル化 —」 (研究代表者 笥 三郎)

共催 九州大学グローバル COE プログラム

「マス・フォア・インダストリ教育研究拠点」

Reports of RIAM Symposium No.22AO-S8

*Development in Nonlinear Wave: Phenomena and Modeling*

Proceedings of a symposium held at Chikushi Campus, Kyushu University,  
Kasuga, Fukuoka, Japan, October 28 - 30, 2010

Co-organized by

*Kyushu University Global COE Program*

*Education and Research Hub for Mathematics - for - Industry*

Article No. 35 (pp. 226 - 230)

## 人の反応の伝播速度と膨張波

友枝 明保 (TOMOEDA Akiyasu), 柳澤 大地  
(YANAGISAWA Daichi), 今村 卓史 (IMAMURA  
Takashi), 西成 活裕 (NISHINARI Katsuhiko)

(Received 15 January 2011)



Research Institute for Applied Mechanics  
Kyushu University  
March, 2011

## 人の反応の伝播速度と膨張波

明治大学先端数理科学インスティテュート	友枝 明保 (TOMOEDA Akiyasu)
日本学術振興会，東京大学先端科学技術研究センター	柳澤 大地 (YANAGISAWA Daichi)
東京大学先端科学技術研究センター	今村 卓史 (IMAMURA Takashi)
東京大学先端科学技術研究センター，(独) さきがけ	西成 活裕 (NISHINARI Katsuhiko)

**概要** 一列に並んでいる人々が前方の動きに反応して動き始めるダイナミクスは，波動における膨張波の伝播として捉えることができ，この伝播速度は渋滞現象に深く関わっている．膨張波の伝播速度が速ければ速いほど，混雑した状態から抜け出せる時間が早くなり，渋滞の状態にいる時間が短くなる．本稿では，この膨張波の伝播速度に注目し，実測実験と数理モデルによって，伝播速度に密度依存性が存在することを示したので報告する．さらに，伝播速度の密度依存性を導入した数理モデルを用いることで，マラソンのスタート時の選手配置において，“最後尾の選手が最も早くスタートラインを通過する”，いわゆるスタート時のタイムロスを最小化しうる最適な初期密度が存在することを示し，実測実験によっても最適密度の存在を確認することに成功した．

### 1 はじめに

近年，人の避難行動や交通渋滞，生物の群れ，アリの行列など，様々な自己駆動粒子系 (Self-Driven Particles, SDP) の多体相互システムの研究が盛んに行われている [1, 2]．これらの複雑なシステムは，どのようなメカニズムによって機能しているかという自然科学の観点からだけでなく，そのメカニズムの理解を社会問題へ応用するという実用面においても大変注目を浴びている．特に，このような SDP 系の複雑なシステムで生じる「渋滞現象」は，非平衡散逸系の特徴的な現象として考えられ，渋滞現象のメカニズムの解明，及び渋滞緩和としての社会貢献のために，実験・観察による研究のみならず，洗練された数理モデルを用いたシミュレーション，理論解析によっても大きな貢献がなされ続けている．

これらの渋滞現象のメカニズムに関する研究から，渋滞現象を生み出す一つの要因として，個々の粒子が持つ反応遅れ時間が挙げられる．例えば車の渋滞現象の場合，もし車の挙動を含めてドライバーの反応遅れが極端に短ければ，前方の交通状況に即座に対応することができ，交通渋滞を避けることができる．また歩行者の持つ反応遅れ時間に関しても同じことで，もし周りの動きの変化に十分早く反応することができれば，スムーズな群衆の流れが実現できる．つまり「前方の振る舞いに対して素早く反応し，速度揺らぎを抑えることができれば渋滞は起こらない」ということであり，反応遅れ時間の特性を調べることは渋滞緩和を実現するためにもきわめて重要なことである．しかし，現実的にはその反応遅れ時間を測定することは困難であるため，多くの場合，時間遅れの効果はパラメーターとして扱われることが多く，その特性は明らかにされていない．

そこで本研究では，人の反応遅れ時間を測定するために，一列に並んでいる人々が前方の動きに反応して歩き始めるダイナミクスを考える．このダイナミクスにおける膨張波の伝播速度が人の反応遅れ時間の積み重ねとして考えられ，ダイナミクスを記述する数理モデルと実測実験によって，この伝播速度の特性として密度依存性を検証した．さらに，この結果の応用として，マラソンのスタート時のランナーの最適配置問題を考え，トラベルタイムが最小となるような密度の存在についても理論計算と実測実験の双方によって示したので報告する．

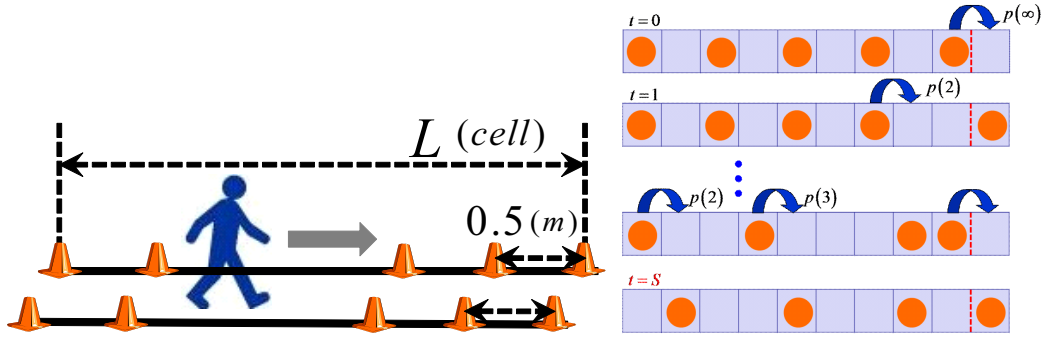


図 1: (left) Schematic view of pedestrian pathway. (right) Time development of stochastic cellular automaton model for the parameters  $(N, L, \bar{h}) = (5, 9, 1)$ .

## 2 一次元歩行のダイナミクス

本章では、一次元歩行のダイナミクスを記述する数理モデルについて説明する．図 1 (左) に示すように、人の体積排除の大きさを考慮し、 $0.5(m)$  を 1 セルとして、歩行路をセルに区切り、そのセル数を  $L$  とする．各時刻において、各セルは人 (粒子) が”いる”か”いない”のいずれかの状態を持つものとし、各セルに複数の人は入らないものとする．さらに、初期状態として  $N(0 < N \leq L)$  人の歩行者を等間隔  $\bar{h}$  セル空けで並べる．これらのパラメーター  $(N, L, \bar{h})$  は次のような関係性を満たす．

$$(N - 1)(\bar{h} + 1) + 1 = L. \quad (2.1)$$

図 1 (右) に見られるように、粒子の動きはすべてのセルに対して同時に行われる *parallel update* を採用し、次のようなルールで時間発展し、経過時間を測定する；

1. 先頭 (右端) の粒子が確率  $P(\infty)$  で前方へ動き、他の粒子は前方が空いていても動くことはできない．
2. 先頭の粒子が動いた後、それに続く次の粒子が初めて確率  $P(h)$  で動くことができる．このときの  $h$  は初期値の粒子間隔ではなく、その瞬間の前方粒子までの間隔を表す．また、既に動いている粒子は再度その粒子の前方間隔に依存する確率で動くことが可能である．
3. この繰り返しによって、動き始めることのできる粒子のいる境界面が順々に左端へと伝播する．
4. 最終的に左端の粒子が動き始めるまでのステップ数を測定する．

ここで注意すべきことは、一般的な確率セルオートマトンモデルでは、前方が空いていれば全ての粒子が前方へ進む可能性を持っているが、本数理モデルでは、あくまでもその粒子のすぐ前方の粒子が動いて初めて動くことができるものである．つまり、初期配置において十分な車間距離がある場合でも、前方の粒子が動き始めるまで動くことはできないものとする．

各粒子が前方へ進むことのできる確率  $P(h)$  は、交通流を記述する数理モデルで用いられる最適速度関数によって与える [3]．この関数は与えられた車間距離によってその瞬間の最適な走行速度を返す関数であり、本稿では、人の基本図データ (図 2 (左)) [4] に対して、次のような速度  $V$  と密度  $\rho$  に関する線形な近似関係式 [5] を用いて定義する．

$$V(\rho) = V_{\max} \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}} \right). \quad (2.2)$$

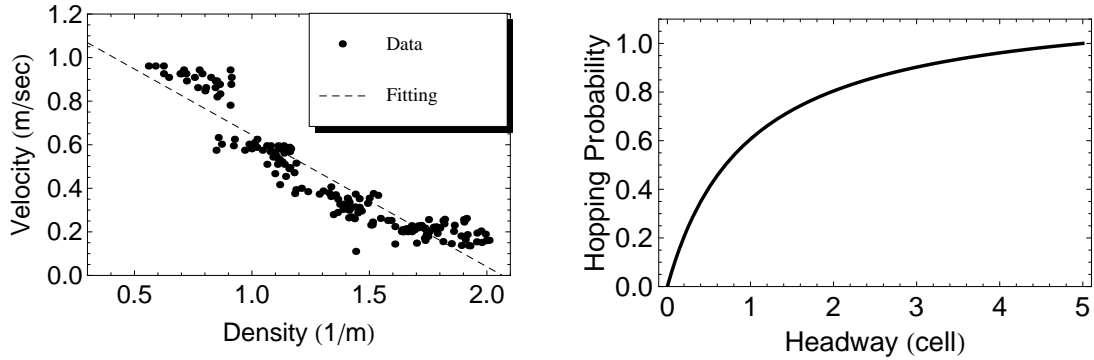


図 2: (left) The relation between walking velocity ( $V$ ) and density ( $\rho$ ). Data is shown in [4]. (right) Optimal velocity function for CA models built on (2.2).

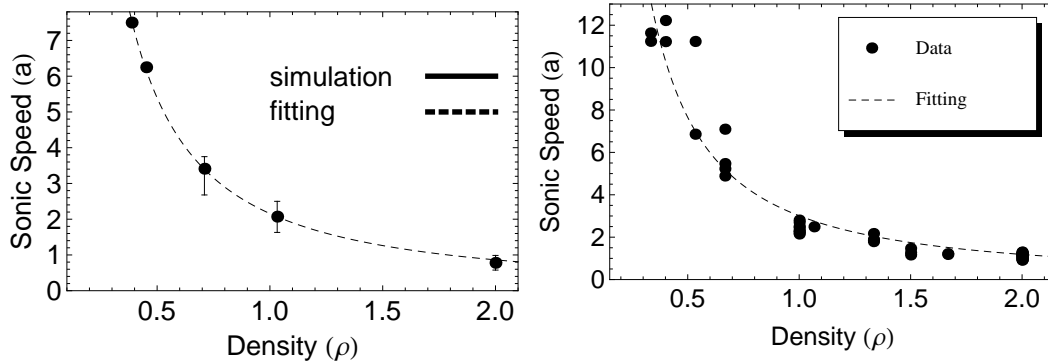


図 3: Results of numerical simulations (left) and experiments (right).

ここで、 $V_{\max}$ 、 $\rho_{\max}$  は最高速度と完全に渋滞してしまう最大密度を表し、それぞれ  $V_{\max} = 1.25$ 、 $\rho_{\max} = 2.07$  とおく。式 (2.2) は速度が密度によって決まる関係式であるため、 $h \sim \frac{1}{\rho}$  として、速度を車間距離の関数に変換し、さらにセルに換算することで、車間セルに対して決まる前進確率の関数が得られる (図 2 (右))。

シミュレーションでは、いくつかの密度の下で膨脹波の伝播速度を見積もるため、 $L = 31$  として固定し、 $N \in \{30, 15, 10, 6, 5\}$  とした。 $S$  を最後尾の人が動き始めるまでにかかった時間として、伝播速度  $a$  は  $a = 0.5(L-1)/S$  によって求められる。各  $N$  に対して 100 回平均をとり、密度と伝播速度の関係をプロットした図が図 3 (左) である。この数値計算結果から、伝播速度には密度依存性が見られ、その関係性は、 $a(\rho) = \alpha\rho^{-\beta}$  という関数形できれいに近似することができることもわかった。

一方、実測実験では、初期行列の長さを 15m とし、被験者人数  $N \in \{5, 6, 10, 15, 16, 20, 30\}$  に対して、シミュレーションと同様、先頭が動き始めてから最後尾が動くまでの時間を測定した。その結果が図 3 (右) であり、数値シミュレーションと同様、密度のべき関数で精度よく近似できることがわかり、双方ともにそのべき指数  $\beta$  は  $\beta \sim 4/3$  という特徴的な数値をとることもわかった。

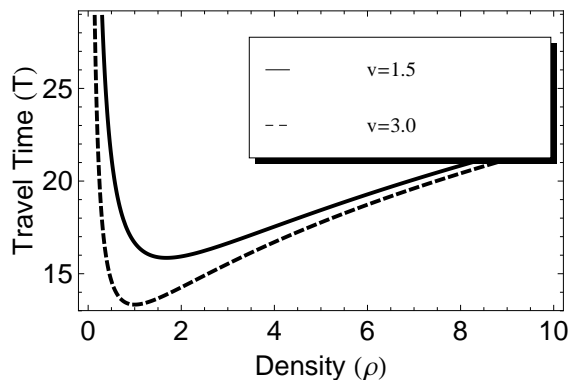


図 4: Relation between travel time and density eq.(3).

### 3 マラソン選手の最適配置問題と密度最適化

大規模なマラソン大会では、周辺の道路を封鎖し数万人の選手を並べて一斉にスタートを行う。このスタート方法では、最後尾の選手がスタートラインを切るまでのロスタイムが数十分にもなってしまう、封鎖している周辺道路にも大きな影響が出てしまい、最後尾の選手がスタートラインを切るまでのロスタイムを減らすことが必要になる。しかし、最後尾の選手がスタートラインを通過するまでのロスタイムを減らすためにはどのように選手を並べればよいのであろうか？もし、密度が高ければスタートラインまでの走る距離は短くなるが、先に述べた結果から、反応の伝播速度は遅くなる。一方、密度が低ければ反応の伝播速度は速くなるが、スタートラインまでの走る距離が長くなってしまふ。そこでここでは、スタート時の反応の伝播による待ち時間も考慮した上で、最後尾の選手が、最も早くスタートラインを通過できる初期密度について数理的に解析する。また、マラソン大会のような状況では、選手は動き出してからは前方にまっすぐ最高速度  $v_{\max}$  で走るものと考え、一次元のダイナミクスで議論する。

スタートの合図から最後尾の人がスタートラインを通過するまでの時間を  $T_n$  とおく。全長が  $L$ 、列の人数を  $N$  とすると、その密度は  $\rho = N/L$  となる。トラベルタイム  $T_n$  は

$$T_n(\rho) = \frac{L}{a(\rho)} + \frac{L}{v_{\max}} = \frac{N}{\rho\alpha\rho^{-\beta}} + \frac{N}{\rho v_{\max}}, \quad (3.1)$$

で与えられ、 $T_n$  が最小となる密度は次のように与えられる。

$$\rho^\beta = \frac{\alpha}{v_{\max}(\beta - 1)} \quad (\beta > 1) \quad (3.2)$$

ここで、最小値の  $\rho$  が存在するためには、 $\beta > 1$  を満たさなければならないが、先に述べたように  $\beta \sim 4/3$  であり、条件を満たしていることがわかる。この関係 (3.2) を示したものが図 4 である。トラベルタイムが密度に対して最小値をもち、その密度は最高速度が大きくなるにつれ、最小値を示す密度が小さくなっていることがわかる。

実測実験では、初期行列の長さを 10m とし、被験者人数  $N \in \{10, 20, 30, 40\}$  を図 5 に示すようなそれぞれの初期配置 (先頭部) に並べた。スタートの合図で先頭の人から動き出し、最後尾の人がスタートラインを切るまでのトラベルタイムを測定し、その結果、確かにトラベルタイムには最小値が存在し (表 1)、この実験では、密度  $\rho = 2.0$  のときに最小値を取ることがわかった。

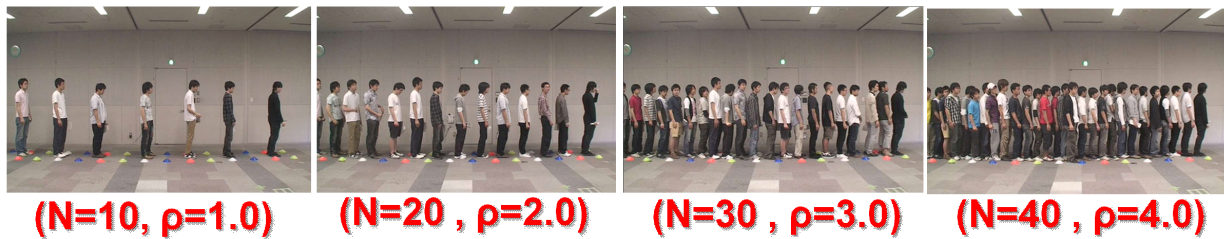


図 5: Initial configuration of queue for each density.

Density $\rho$	1.0	2.0	3.0	4.0
Travel Time $T_n$	33.6	26.2	27.8	27.3

表 1: The travel time data for each density from experiments.

#### 4 まとめ

本研究では、渋滞現象のキーとなっている人の反応の連鎖現象に注目し、反応の伝播速度の密度依存性について数理モデルと実測実験によって検証した。その結果、反応の伝播速度と密度の間にある特性が存在し、それは密度のべき関数で精度よく近似されることがわかった。さらに、この伝播速度の密度依存性を用いることで、マラソン選手のスタート時のロスタイムを解析的に導出することができ、その解析結果から、ロスタイムを最小化する密度が存在することも示した。実測実験からも、ロスタイムを最小化するような密度が存在することを示し、解析結果の正当性を示すことが出来た。

最後に、著者 (AT) は明治大学グローバル COE プログラム「現象数理学の形成と発展」、及び若手研究 (B)(22760068) の援助に対し感謝を表す。著者 (DY) は (独) 日本学術振興会の援助に対し感謝を表す。本研究における (独) 科学技術振興機構の補助、及び、実験に協力いただいた (株) 構造計画研究所にも感謝したい。

#### 参考文献

- [1] D. Chowdhury *et al.*, Phys. Rep. **329** (2000), 199-329.
- [2] D. Helbing, Rev. Mod. Phys. **73** (2001), 1067-1141.
- [3] M. Bando, *et al.*, Phys. Rev. E, **51**, 1035 (1995).
- [4] A. Seyfried, *et al.*, J. Stat. Mech., 10002 (2005)
- [5] B. D. Greenshields, in *Proceedings of the Highway Research Board*, Washington, D. C., **14** (1935), 448.