

G. G. Meyerhofの支持力理論の円板コーン貫入抵抗 解析への応用

藤川, 武信
九州大学農学部

加来, 研
九州大学農学部

甲本, 達也
九州大学農学部

<https://doi.org/10.15017/23088>

出版情報：九州大学農学部学藝雑誌. 26 (1/4), pp.273-279, 1972-03. 九州大学農学部
バージョン：
権利関係：

G. G. Meyerhof の支持力理論の円板コーン 貫入抵抗解析への応用

藤川 武信・加来 研・甲本達也

Application of the bearing capacity theory by G. G. Meyerhof
to the analysis of a circular plate penetration resistance

Takenobu Fujikawa, Ken Kaku and Tatsuya Komoto

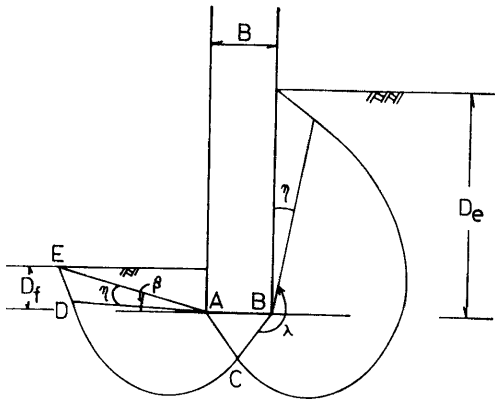
1. 緒 言

著者等はコーンの土中への貫入機構の究明に G. G. Meyerhof (1951) の基礎支持力理論を導入し解析することを試みた。コーン貫入抵抗と基礎の支持力とはその性質を異にするのでコーン貫入機構の解析に基礎の支持力理論をそのまま引用することはできない。しかし、コーン貫入試験結果の理論的解釈及び考察の理論的裏付けに基礎の支持力理論を応用して解析することは可能であろう。

ここでは G. G. Meyerhof (1951) の基礎支持力理論を用いて、一定根入れ深さ (D_f) における支持力成分 ($q_1 = cN_c + p_0N_q$) を基礎の根入れ幅比 (D_f/B) の関数として表わし、実験結果と対比した。

2. 理 論

Figs. 1. は G. G. Meyerhof (1951) が仮定した



a. SHALLOW b. DEEP
 Fig. 1. Plastic zones near rough strip foundation by G. G. Meyerhof (1951).

基礎周辺の塑性域図である。Fig. 1. a. は浅い場合、b. は深い場合である。G. G. Meyerhof (1951) によれば、基礎の支持力は K. Terzaghi (1943) と同様に一般に次式で表わされる。

$$q_u = cN_c + p_0N_q + \frac{\gamma \cdot B}{2} N_\gamma \quad (1)$$

ここで q_u は基礎の極限支持力 (kg/cm^2)、 N_c 、 N_q 、 N_γ は基礎の深さ、形、土の内部マサツ角 (ϕ)、底面の粗度に関する一般支持力係数、 γ は土の単位体積重量 (kg/cm^3)、 B は基礎幅 (cm)、 p_0 は等価自由表面上の等価載荷応力 (kg/cm^2) で、浅い基礎 ($D_f/B < 1$) の場合： $p_0 = \gamma D_f$ 、深い基礎 ($D_f/B > 1$) の場合： $p_0 = K_0 \gamma D_f$ 、 K_0 は基礎底近くの根入れ側面上の土圧係数で砂では約 0.5、粘土では 1.0 である (Meyerhof, 1951, 1959)。

Fig. 1. a. において基礎の根入れ深さ (D_f) と基礎幅 (B) との間関係は次式で表わされる。

$$\frac{D_f}{B} = \frac{\sin \beta \cos \phi e^{\lambda \tan \phi}}{2 \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right) \cos(\eta + \phi)} \quad (2)$$

$$\left(\text{但し } \lambda = \frac{3}{4} \pi + \beta - \eta - \frac{\phi}{2} \right)$$

ここで β は等価自由表面の傾きを表わし、 $\beta = 0^\circ$ は浅い基礎、 $\beta = 90^\circ$ はごく深い基礎であり、 η 及び λ は夫々平面及び放射セン断領域 ADE と ACD の点 A における角度である。

(2) 式において $\beta = 90^\circ$ とおくと、スベリ線が根入れ部側面に達した時の根入れ深さ (D_e) と基礎幅 (B) との比は次式で表わされる。

$$\frac{D_e}{B} = \frac{\cos \phi e^{\lambda \tan \phi}}{2 \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right) \cos(\eta + \phi)} \quad (3)$$

$$\left(\text{但し } \lambda = \frac{5}{4} \pi - \eta - \phi \right)$$

(3) 式によれば、基礎表面の粗度を適当にきめれば、 $\frac{D_e}{B}$ の値は ϕ のみの関数で与えられる（基礎表面が粗面の場合 $\eta=0$ と仮定し、滑らかな場合 $\eta = \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}$ と仮定）。

以上は G.G. Meyerhof (1951) が提案した理論であるが、以下これを応用してコーン底面（コーン直径）の貫入抵抗に及ぼす影響について考察する。

(1) 式の右辺を次式のように分けると、

$$q_1 = cN_c + p_0 N_q \tag{4}$$

$$q_2 = r \cdot \frac{B}{2} N_\gamma \tag{5}$$

(5) 式の q_2 は基礎幅 (B) に正比例する支持力成分であり、コーンのように直径が小さく、また直径に比較して大変深い地点の貫入抵抗を問題にする場合、 q_2 が極限支持力 (q_u) に占める割合は微量となる。従つてコーンに対しては (4) 式の q_1 についてのみ考えればよい。いま、同一根入れ深さ (D_f) において 2 種類の基礎幅 (B_1 と B_2 : $B_1 > B_2$) の礎周辺の塑性域を比較したものを Fig. 2. に示す。Fig. 2. によれば、同じ根入れ (D_f) を有する基礎でも基礎幅 (B) が小さい程 $\frac{D_f}{B}$ の値は大きくなり、従つて β の値も大きくなる。支持力係数 N_c, N_q は共に、 $N_c, N_q = f(\phi, \eta, \beta)$ で表わされ、 β が増加すると N_c, N_q も共に増加するので、従つて同一根入れ深さ (D_f) において q_1 は基礎幅 (B) に反比例することになる。 $\frac{D_f}{B}$ と β の間及び N_c, N_q と β との間には関係があるが、複雑で β を媒

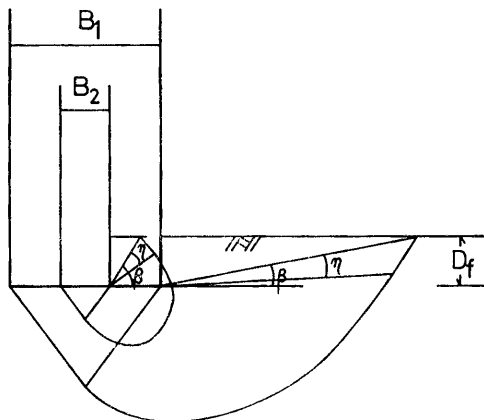


Fig. 2. Comparison of plastic zones of two foundations having different width ($B_1 > B_2$) at same depth (D_f).

介にして $\frac{D_f}{B}$ と N_c, N_q の間の関係を一義的に決定できないので、以下の如き簡単な仮定を行つて q_1 と $\frac{D_f}{B}$ との関係を表わす一般式を求めた。

(4) 式において浅い基礎 $\frac{D_f}{B} \approx 0$ 従つて $\beta \approx 0^\circ$ の支持力係数を夫々 N_{cf}, N_{qf} とし、深い基礎の支持力係数を夫々 N_{ce}, N_{qe} とすると浅い基礎及び深い基礎の支持力成分 q_{1f} 及び q_{1e} は夫々次式で表わされる。

$$q_{1f} = cN_{cf} + rD_f N_{qf} \tag{6}$$

$$q_{1e} = cN_{ce} + K_0 r D_e N_{qe} \tag{7}$$

Fig. 3 において縦軸に q_1 をとり、横軸に $\frac{D_f}{B}$ をとると、 q_1 は $\frac{D_f}{B}$ の変化に対して一点 $(\frac{D_e}{B}, q_{1e})$ を通る曲線と与えられる。

いま任意の根入れ深さ (D_f) を持つ基礎でも、 D_f に比較して基礎幅 (B) が非常に大きい場合には $\frac{D_f}{B} \approx 0$ 即ち $\beta \approx 0^\circ$ となり、従つてこの場合この基礎は浅い基礎に相当し、 q_{1f} は (6) 式で与えられる。

Fig. 3. の縦軸 ($\frac{D_f}{B} = 0$) の意味を $D_f = 0$ の意味から拡張して、 $B \gg D_f$ なる基礎の根入れ幅比 ($\frac{D_f}{B}$) と考え、縦軸上に (6) 式を用いて任意の根入れ深さ (D_f) における支持力成分 q_{1f} をとると、 $D_f = \text{const.}$ に保ち B を減少させた場合 $\frac{D_f}{B}$ は増加し、ついには $\frac{D_e}{B}$ に一致し、 q_{1f} は q_{1e} まで増加する。 q_{1f} が q_{1e} へ移行する過程は曲線的であるが上述の如く複雑で一義的に

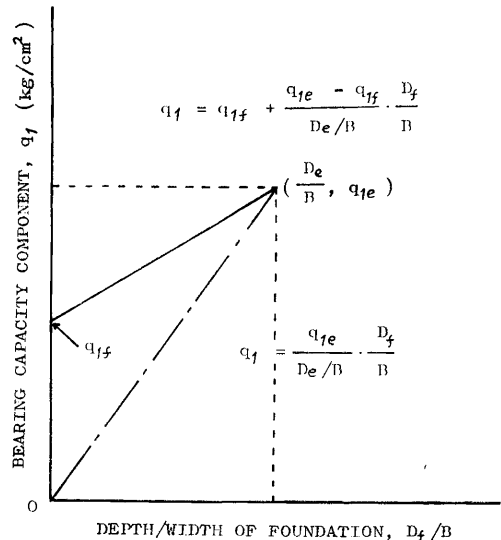


Fig. 3. The expression of the bearing capacity component q_1 under the assumption of linear variation with the depth ratio (D_f/B).

決定出来ない難点がある。そこでこの曲線式を $f\left(\frac{D_f}{B}\right)$ とおくと q_1 は

$$q_1 = q_{1f} + f\left(\frac{D_f}{B}\right) \quad (8)$$

ここに (8) 式の $f\left(\frac{D_f}{B}\right)$ が直線関係にあるとすれば、 q_1 は $D_f \leq D_e$ の範囲において簡単に次式のごとくなる。

$$q_1 = q_{1f} + \frac{q_{1e} - q_{1f}}{D_e/B} \cdot \frac{D_f}{B} \quad (9)$$

(6), (7) 式を (9) 式に代入すると q_1 は次式で表わされる。

$$q_1 = cN_{cf} + \tau D_f N_{qf} + \frac{c(N_{ce} - N_{cf}) + K_0 \tau D_e N_{qe} - \tau D_f N_{qf}}{D_e/B} \cdot \frac{D_f}{B} \quad (10)$$

(1) $c=0$ なる地盤

(10) 式において $c=0$ とすれば、

$$q_1 = \tau D_f N_{qf} + \frac{K_0 \tau D_e N_{qe} - \tau D_f N_{qf}}{D_e/B} \cdot \frac{D_f}{B} \quad (11)$$

ここで

$$\frac{K_0 \tau D_e N_{qe}}{D_e/B} = n_0 \quad (= \text{const.})$$

及び

$$\frac{\tau N_{qf}}{D_e/B} = n_D \quad (= \text{const.})$$

とおくと (11) 式は次式で表わされる。

$$q_1 = \tau D_f N_{qf} + (n_0 - n_D) D_f \frac{D_f}{B} \quad (12)$$

(2) $\phi=0$ なる地盤

G. G. Meyerhof (1951) の各支持力係数 N_c , N_q , N_r において、 $\phi \rightarrow 0$ 又は $\phi=0$ とすれば、

$$\left. \begin{aligned} N_c &= \frac{3}{2} \pi + 2\beta + 1 + \sqrt{1 - m^2} - \cos^{-1} m \\ N_q &= 1 \\ N_r &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

ここに m は等価自由表面上のせん断応力の稼働率 (degree of mobilization) で、 $0 \leq m \leq 1$ である。

また (13) 式の N_c において $m=0$ 及び $m=1$ とすると、

$$N_c = \begin{cases} 5.14 + 2\beta & (m=0) \\ 5.71 + 2\beta & (m=1) \end{cases} \quad (14)$$

従つて $\phi=0$ の地盤の支持力 (q_u) は $N_r=0$ となるため、 q_1 に一致し次式で表わされる。

$$q_u = q_1 = \begin{cases} c(5.14 + 2\beta) + p_0 & (m=0) \\ c(5.71 + 2\beta) + p_0 & (m=1) \end{cases} \quad (15)$$

(3) 式において $\phi=0$ において基礎側面に働らく付着力 c_a を $c_a=c$, $c_a=0$ と考えた場合、 $\frac{D_e}{B}$ は次のようになる。

$$\frac{D_e}{B} = \begin{cases} 0.707 & (c_a=c) \\ 1.0 & (c_a=0) \end{cases} \quad (16)$$

(14) 式において、 N_{cf} , N_{ce} の値を次のようにきめると、

$$N_{cf} = \begin{cases} 5.14 & (m=0) \\ 5.71 & (m=1) \end{cases} \quad (17)$$

$$N_{ce} = \begin{cases} 8.28 & (m=0) \\ 8.85 & (m=1) \end{cases} \quad (18)$$

(15), (17), (18) 式より q_{1f} 及び q_{1e} は、

$$q_{1f} = \begin{cases} 5.14c + \tau D_f & (m=0) \\ 5.71c + \tau D_f & (m=1) \end{cases} \quad (19)$$

$$q_{1e} = \begin{cases} 8.28c + \tau D_e & (m=0) \\ 8.85c + \tau D_e & (m=1) \end{cases} \quad (20)$$

よつて (16), (19), (20) 式を (10) 式に代入すれば、 q_1 は次式で表わされる。

(a) $c_a=c$ のとき、

(1) $D_f \leq 0.707B$ では、

$$q_1 = \begin{cases} 5.14c + \tau D_f + \frac{3.14c + \tau(D_e - D_f)}{0.707} \cdot \frac{D_f}{B} & (m=0) \\ 5.71c + \tau D_f + \frac{3.14c + \tau(D_e - D_f)}{0.707} \cdot \frac{D_f}{B} & (m=1) \end{cases} \quad (21)$$

(2) $D_f > 0.707B$ では q_1 は (20) 式となる。

(b) $c_a=0$ のとき、

(1) $D_f \leq B$ では、

$$q_1 = \left. \begin{cases} 5.14c + \gamma D_f + \{3.14c + \gamma(D_e - D_f)\} \frac{D_f}{B} & (m=0) \\ 5.71c + \gamma D_f + \{3.14c + \gamma(D_e - D_f)\} \frac{D_f}{B} & (m=1) \end{cases} \right\} \quad (22)$$

(2) $D_f > B$ では q_1 は (20) 式となる。

3. 実験及び結果

(1) 実験方法：コーン指数に影響を及ぼす要因としては、基礎の支持力の場合と同様のものが考えられるが、ここではそのうちコーン底面積（コーン直径）のみを考えることにした。

実験には、

(i) 実験装置：貫入時の速度を定速に制御出来る電動式コーン載荷装置を使用した。

(ii) 試料及びその調整；Table 1. に示すような物理的性質をもつ 2 mm フルイを通過させた風乾土を用いた。本試料は単粒状のものと団粒状のものとの混合したもので、平均含水比も 9.45% と低く、みかけ上砂質の性質を示す。調整に当つては、この試料土を直径 30 cm、深さ 40 cm の容器にゆるく満たし、 $\sigma = 0.27 \text{ kg/cm}^2$ の圧縮応力を 24 時間かけて静的に圧縮した。この時の土層内の状態を Table 2. に示す。

(iii) コーン貫入方法；先端角 $2\alpha = 180^\circ$ で 5 種類の底面積 ($A = 1.2, 3.2, 5.0, 6.4, 10.0 \text{ cm}^2$, これに対応するコーン直径は夫々 $2r = 1.236, 2.018, 2.524, 2.856, 3.570 \text{ cm}$ である) を有する円板コーンを定速 (貫入速度, $v = 0.0017 \text{ cm/sec}$) のもとに、15.7 cm の深さまで 5 回づつ貫入させ、貫入深さ 1 cm 毎に貫入抵抗を測定した。

Table 1. Physical properties of the soil.

G_s	LL (%)	PL (%)	IP (%)
2.674	74.62	33.85	40.77

Table 2. Initial condition of the soil used for the experiment.

w (%)	9.45	r_d (g/cm ³)	0.98
e	1.73	c (kg/cm ²)	0
r_t (g/cm ³)	1.07	ϕ (°)	38°44'

(2) 実験結果：5 種類のコーンについて 5 回の貫入試験により得られたコーン指数 (I_c) の平均値を貫入深さ (D) に対して示したのが Fig. 4. である。Fig. 4. によると、 I_c は一般にある深さまでは深さとともに増加するが、更に深くなると増加率が減少す

る。また $D = \text{const.}$ にして I_c を比較すると、コーン底面積（コーン直径）が小さくなるにつれて I_c は増加している。

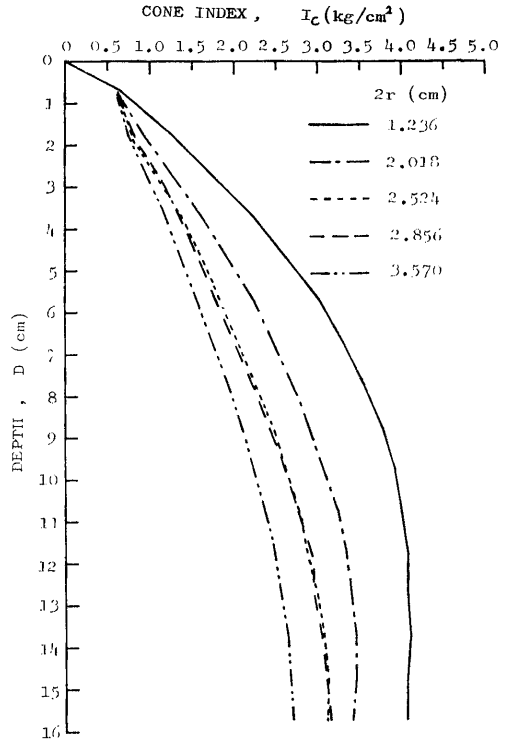


Fig. 4. Relation between the cone index (I_c) and the penetration depth (D) with the diameter of circular plates.

4. 考察及び結論

(1) コーン指数 (I_c) とコーンの根入れ幅比 ($D/2r$) との関係

各コーンについて得られた I_c が (4) 式の q_1 に相当すると考え、更に (14) 式を利用して、 I_c と $D/2r$ との間に次のような直線関係を仮定した。

$$I_c = m + n \frac{D}{2r} \quad (23)$$

実験結果に (23) 式を適用し、各貫入深さに対する m, n の値を求め、それを相関係数 (R) とともに Table 3. に示す。Table 3. に示すごとく、 I_c と $D/2r$ との間の相関は良好で、直線関係が成立することがわ

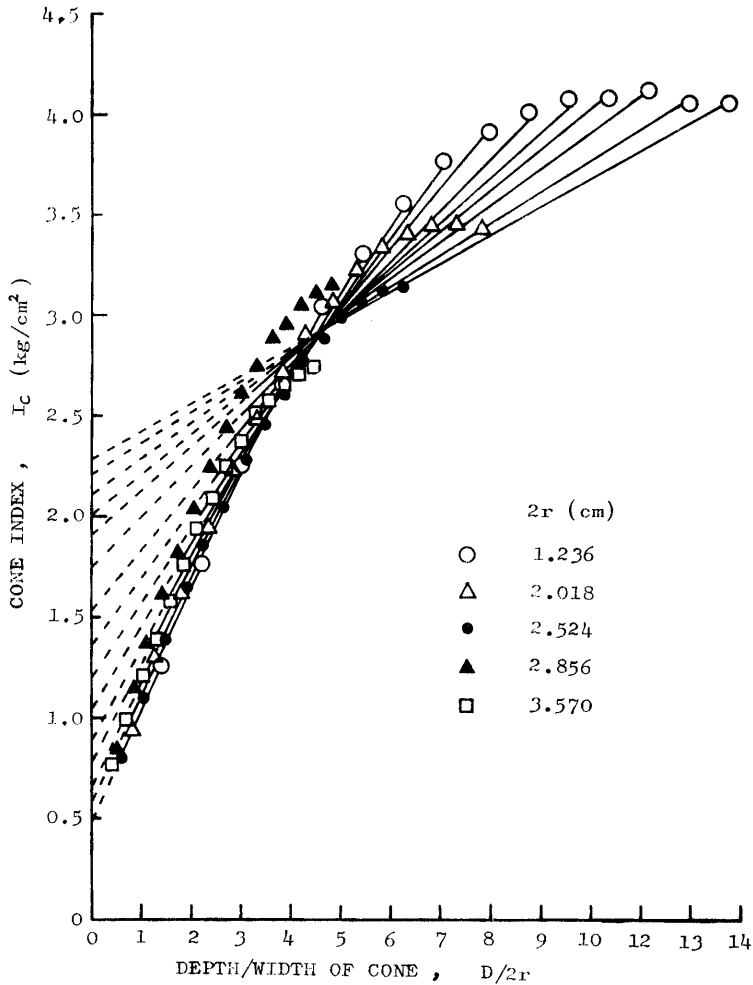


Fig. 5. The decrease of the inclination of the straight line (showing the relation between I_c and $D/2r$) with the increase of the penetration depth (D).

Table 3. Values of m , n and R for each depth.

depth (cm)	m (kg/cm ²)	n (kg/cm ²)	R^*
1.7	0.486	0.557	0.947
2.7	0.580	0.539	0.944
3.7	0.660	0.520	0.965
4.7	0.791	0.488	0.973
5.7	0.892	0.467	0.975
6.7	1.050	0.416	0.967
7.7	1.202	0.379	0.955
8.7	1.361	0.343	0.952
9.7	1.535	0.304	0.945
10.7	1.752	0.255	0.918
11.7	1.916	0.222	0.898
12.7	2.007	0.205	0.926
13.7	2.114	0.183	0.920
14.7	2.223	0.157	0.905
15.7	2.285	0.140	0.896

R^* : correlation coefficient.

かる。またこれらの直線式を実験値とともに示したのが Fig. 5. である。Fig. 5. によると I_c と $D/2r$ との関係はほぼ一点を通る直線群として表わされている。

(2) m について

Table. 3 中の m の値を貫入深さ (D) に対して示したのが Fig. 6. である。Fig. 6. によれば、 m は $D=4.7\sim 15.7$ cm の範囲では D に対して直線的に増加している。いま、 m が浅い基礎の支持力成分を表わすとすると、(12) 式より $m=r_1 DN_{qf}$ となるのでこの関係より N_{qf} の値を求め D に対して示したものが Fig. 7. である。Fig. 7. において、 $D=4.7\sim 15.7$ cm の範囲の土層を正規型土層と考えると $N_{qf}=147.1$ が

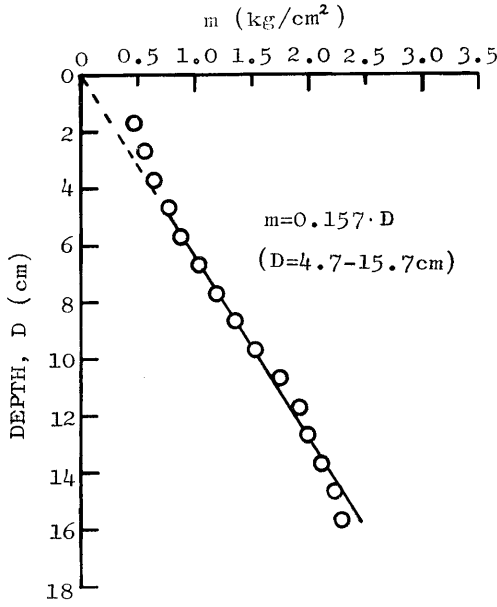


Fig. 6. Variation of the bearing capacity component of a shallow foundation ($m = \gamma DN_{af}$), which is obtained from Fig. 5 as the interseptions of the corresponding straight lines and the I_c axis, with the penetration depth (D).

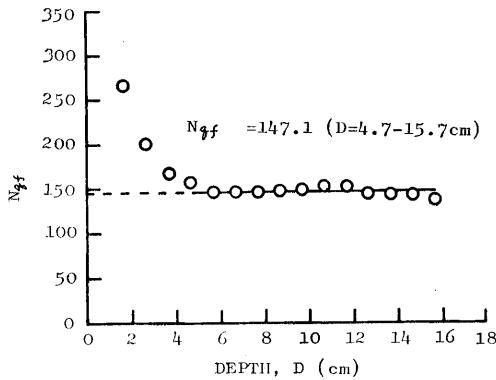


Fig. 7. Values of the bearing capacity factor (N_{af}) of a shallow foundation obtained from the assumption that $m = \gamma DN_{af}$ for each penetration depth (D).

得られ、 $\gamma_t = 0.00107 \text{ kg/cm}^3$ であつたから、従つて m は、

$$m = 0.159 \cdot D \quad (D = 4.7 \sim 15.7 \text{ cm}) \quad (24)$$

となる。

実験で得られた浅い基礎の支持力係数 $N_{af} = 147.1$ を G. G. Meyerhof (1951) の支持力係数 N_q と比

較すると、これは概ね $\beta = 20^\circ$ ($m = 0$) 程度の浅い基礎の支持力係数に相当している。

(3) n について

Table. 3 中の n の値を D に対して示したのが Fig. 8. である。(12) 式の如く、 I_c と $D/2r$ の間の直線関係の勾配を表わす n と D との間には直線関係があり、Table. 3 より次式を得た。

$$n = 0.620 - 0.032 \cdot D \quad (R = -0.970) \quad (25)$$

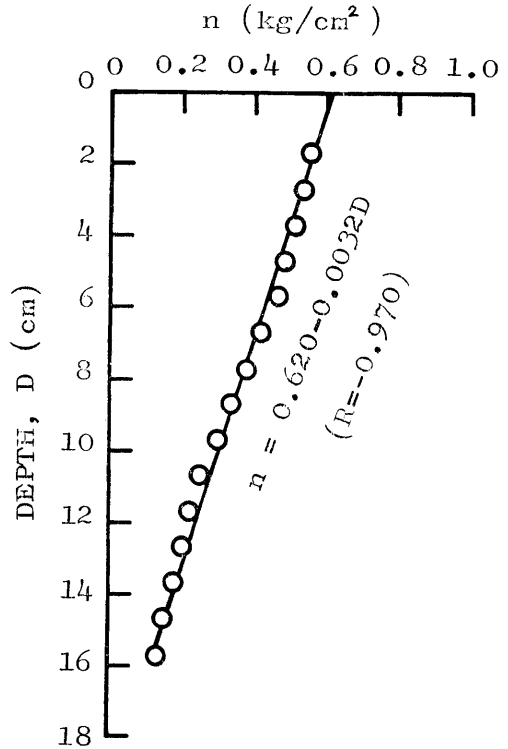


Fig. 8. Relation between the inclination (n) of the straight line in Fig. 5 and the penetration depth (D).

(4) コーン指数 (I_c) を表わす一般式

(24), (25) 式を (23) 式に代入すると本実験におけるコーン指数 (I_c) を表わす式として次式が得られる。

$$I_c = 0.159 \cdot D + (0.620 - 0.032 \cdot D) \frac{D}{2r} \quad (26)$$

ここにコーン指数 (I_c) を表わす一般式として次式が提案される。

$$I_c = a \cdot D + (b - c \cdot D) \frac{D}{2r} \quad (27)$$

$$= m + n \frac{D}{2r} \quad (27)'$$

ここで a, b, c は土性、貫入速度等により異なる定数、 m は浅い基礎の支持力成分、 n は I_c と $D/2r$ との間の直線関係の勾配を夫々表わす。

(5) 直線群の交点について

Fig. 5. の直線群の交点の座標を (26) 式を用いて求めると、 $\phi=38^\circ$ の土に対して、 $\frac{D_e}{2r}=4.91$ 、 $I_c=3.06$ が得られる。しかし (3) 式からは、 $\frac{D_e}{B} \approx 19$ (基礎表面が粗の場合)、 23 (基礎表面が滑らかな場合) が得られる。基礎の表面が滑らかな場合として、 $\frac{D_e}{2r}$ と $\frac{D_e}{B}$ とを比較すると、 $\frac{D_e}{2r}$ は $\frac{D_e}{B}$ の約 $1/5$ でその差は大変大きい。これはコーン貫入機構と基礎の支持力機構との違いによると推定される。

5. 今後の課題

本報告は二次元基礎の支持力理論を応用し、 $c=0$ 、

$\phi \neq 0$ なる土層について行つた実験結果を解析したものであるが、今後さらに、コーン形状を変え、 $c \neq 0$ 、 $\phi=0$ ； $c \neq 0$ 、 $\phi \neq 0$ の物理的性質を異にする各種の土に対して実験研究を進めたい。

文 献

- 1) 土質工学会 1965 土質工学ハンドブック、技報堂：417.
- 2) Meyerhof, G. G. 1951 The Ultimate Bearing Capacity of Foundations. *Geotechnique*, 2: 301-332.
- 3) Meyerhof, G. G. 1959 Compaction of Sands and Bearing Capacity of Piles. *Jl. Soil Mech. and Found. Div., A. S. C. E.* 85 (SM 6): 2291.
- 4) Meyerhof, G. G. 1961 The Ultimate Bearing Capacity of Wedge-shaped Foundations. *Proc. 5th Int. Conf. Soil Mech. on Found. Engrg.*, 2: 105.
- 5) Terzaghi, K. 1943 *Theoretical Soil Mechanics*. Wiley, New York.

Summary

Although cone penetrometers are often used for soundings and the evaluation of bearing capacity of paddy fields, the theory of the cone penetration resistance has not been clearly known yet.

In this report, the authors try to analyze theoretically the penetration mechanism of cones based on the bearing capacity theory of foundations by G. G. Meyerhof.

First, the authors express the bearing capacity component ($q_1 = cN_c + p_0N_q$) at a certain depth (D_f) as the function of the depth ratio (D_f/B).

Next, some penetration tests are made using circular plates of five different base areas ($A=1.2, 3.2, 5.0, 6.4, 10.0 \text{ cm}^2$), which are penetrated into the air-dried soil ($c=0$, $\phi=38^\circ$) at a low speed ($v=0.0017 \text{ cm/sec}$) and the results of tests are analyzed and the following conclusions are obtained.

(1) The cone index (I_c) has a linear relation to the depth/width of a cone ($D/2r$) at a certain penetration depth (D) (Table 3).

(2) The inclination of the straight line (showing the relation between I_c and $D/2r$) decreases linearly with the increase of the value of D , and the group of straight lines pass through a certain coordinates (4.91, 3.06).

(3) The expression for the cone index (I_c) would be proposed generally as the next equation.

$$I_c = a \cdot D + (b - c \cdot D) D/2r \\ = m + n D/2r$$

where a, b and c are constants which depend on the value of ϕ and the penetration speed, m is the bearing capacity component of a shallow foundation and n is the inclination of the straight line at a certain value of D .