九州大学学術情報リポジトリ Kyushu University Institutional Repository

G. G. Meyerhofの支持力理論の円板コーン貫入抵抗 解析への応用

藤川,武信 九州大学農学部

加来,研 <sup>九州大学農学部</sup>

甲本, 達也 <sub>九州大学農学部</sub>

https://doi.org/10.15017/23088

出版情報:九州大學農學部學藝雜誌.26 (1/4), pp.273-279, 1972-03.九州大學農學部 バージョン: 権利関係:

## **G. G. Meyerhof** の支持力理論の円板コーン 貫入抵抗解析への応用

藤川武信·加来 研·甲本達也

Application of the bearing capacity theory by G.G. Meyerhof to the analysis of a circular plate penetration resistance

Takenobu Fujikawa, Ken Kaku and Tatsuya Komoto

著者等はコーンの土中への貫入機構の究明に G.G. Meyerhof (1951)の 基礎支持力理論を導入し解析す ることを試みた. コーン貫入抵抗と基礎の支持力とは その性質を異にするのでコーン貫入機構の解析に基礎 の支持力理論をそのまま引用することはできない. し かし, コーン貫入試験結果の理論的解釈及び考察の理 論的裏付けに基礎の支持力理論を応用して解析するこ とは可能であろう.

ここでは G. G. Meyerhof (1951) の基礎支持力 理論を用いて、一定根入れ深さ ( $D_f$ )における支持力 成分 ( $q_1 = cN_c + p_0N_q$ )を基礎の根入れ幅比 ( $D_f/B$ ) の関数として表わし、実験結果と対比した.

2. 理 論

Figs. 1. は G. G. Meyerhof (1951) が仮定した



Fig. 1. Plastic zones near rough strip foundation by G.G. Meyerhof (1951).

基礎周辺の塑性域図である. Fig. 1. a. は浅い場合, b. は深い場合である. G. G. Meyerhof (1951) に よれば, 基礎の支持力は K. Terzaghi (1943) と同 様に一般に次式の形で表わされる.

$$q_u = cN_c + p_0N_q + \frac{r \cdot B}{2}N_r \qquad (1)$$

ここで  $q_u$  は基礎の 極限支持力 (kg/cm<sup>2</sup>),  $N_c$ ,  $N_q$ ,  $N_r$  は基礎の深さ, 形, 土の内部マサツ角 ( $\phi$ ), 底面 の粗度に関係する 一般支持力係数, r は土の単位体積 重量 (kg/cm<sup>3</sup>), B は基礎幅 (cm),  $p_0$  は等価自由表 面上の 等価載荷応力 (kg/cm<sup>2</sup>) で, 浅い 基礎 ( $D_f/B$ B<1) の場合:  $p_0 = rD_f$ , 深い基礎 ( $D_f/B$ >1) の場 合:  $p_0 = K_0 rD_f$ ,  $K_0$  は基礎底近くの根入れ側面上の 土圧係数で砂では約 0.5, 粘土では 1.0 である (Meyerhof, 1951, 1959).

**Fig. 1. a.** において基礎の根入れ深さ(*D*<sub>f</sub>)と基礎 幅(*B*)との間の関係は次式で表わされる.

$$\frac{D_{f}}{B} = \frac{\sin\beta\cos\phi e^{\lambda\tan\phi}}{2\sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)\cos(\eta + \phi)}$$

$$\left(\underline{\Pi} \cup \lambda = \frac{3}{4}\pi + \beta - \eta - \frac{\phi}{2}\right)$$
(2)

ここで  $\beta$  は等価自由表面の傾きを表わし、 $\beta \doteq 0^{\circ}$  は浅 い基礎、 $\beta = 90^{\circ}$  はごく深い基礎であり、 $\eta$  及び  $\lambda$  は夫 々平面及び放射セン断領域 ADE と ACD の点 A に おける角度である.

(2) 式において  $\beta = 90°$  とおくと,スベリ線が根入 れ部側面に達した時の根入れ深さ ( $D_e$ ) と基礎幅 (B) との比は次式で表わされる.

$$\frac{D_e}{B} = \frac{\cos\phi e^{\lambda \tan\phi}}{2\sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)\cos(\tau + \phi)}$$
(3)

 $\left( \left( \Pi \bigcup \lambda = \frac{5}{4} \pi - \eta - \frac{\phi}{2} \right) \right)$ 

(3) 式によれば、基礎表面の粗度を適当にきめれば、  $D_e$ の値は $\phi$ のみの関数で与えられる(基礎表面が粗 面の場合  $\eta=0$  と仮定し、 滑らかな 場合  $\eta=\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}$ と仮定).

以上は G.G. Meyerhof (1951) が提案した理論 であるが,以下これを応用してコーン底面(コーン直 径)の買入抵抗に及ぼす影響について考察する.

(1) 式の右辺を次式のように分けると,

$$q_1 = cN_c + p_0N_q \tag{4}$$

$$q_2 = \frac{r \cdot B}{2} N_r \tag{5}$$

(5) 式の  $q_2$  は基礎幅 (B) に正比例する支持力成分で あり、コーンのように直径が小さく、また直径に比較 して大変深い地点の買入抵抗を問題にする場合、 $q_2$  が 極限支持力 ( $q_u$ ) に占める割合は微小量となる。従つ てコーンに対しては (4) 式の  $q_1$  についてのみ考えれ ばよい. いま、同一根入れ深さ ( $D_f$ ) において 2 種類 の基礎幅 ( $B_1 \ge B_2 : B_1 > B_2$ ) の礎周辺の塑性域を比 較したものを Fig. 2. に示す. Fig. 2. によれば、同 じ根入れ ( $D_f$ ) を有する基礎でも基礎幅 (B) が小さ い程  $\frac{D_f}{B}$  の値は大きくなり、従つて  $\beta$ の値も大きくな る. 支持力係数  $N_c$ ,  $N_q$  は共に、 $N_c$ ,  $N_q = f(\phi, \eta, \beta)$ で表わされ、g が増加すると  $N_c$ ,  $N_q$  も共に増加する ので、従つて同一根入れ深さ ( $D_f$ ) において  $q_1$  は基 礎幅 (B) に反比例することになる.  $\frac{D_f}{B} \ge \beta$ の間及び  $N_c$ ,  $N_q$  と $\beta$ との間には関係があるが、複雑で  $\beta$ を媒



Fig. 2. Comparison of plastic zones of two foundations having different width  $(B_1 > B_2)$  at same depth  $(D_t)$ .

介にして $\frac{D_f}{B}$ と $N_e$ ,  $N_q$ の間の関係を一義的に決定できないので、以下の如き簡単な仮定を行つて $q_1$ と $\frac{D_f}{B}$ との間の関係を表わす一般式を求めた.

(4) 式において浅い基礎  $D_f = 0$  従つて  $\beta = 0^\circ$  の支 持力係数を夫々  $N_{cf}$ ,  $N_{af}$  とし,深い基礎の支持力係 数を夫々  $N_{ce}$ ,  $N_{ae}$  とすると浅い基礎及び深い基礎の 支持力成分  $q_{1f}$  及び  $q_{1e}$  は大々次式で表わされる.

$$q_{1f} = c N_{cf} + \gamma D_f N_{qf} \tag{6}$$

$$q_{1e} = cN_{ce} + K_0 r D_e N_{qe} \tag{7}$$

**Fig. 3** において縦軸に  $q_1$  をとり、横軸に  $\frac{D_f}{B}$  をとると、 $q_1$ は  $\frac{D_f}{B}$ の変化に対して一点  $\begin{pmatrix} D_e \\ B \end{pmatrix}$ ,  $q_1(D_e) \end{pmatrix}$  を通る曲線で与えられる.

いま任意の根入れ深さ ( $D_f$ )を持つ基礎でも, $D_f$  に 比較して基礎幅 (B) が非常に大きい場合には  $\frac{D_f}{B} = 0$ 即ち  $\beta = 0^\circ$  となり, 従ってこの場合この基礎は浅い基 礎に相当し, $q_{1f}$  は (6) 式で与えられる.

Fig. 3. の縦軸 $\left(\frac{D_f}{B}=0\right)$ の意味を $D_f=0$ の意味 から拡張して, $B \gg D_f$ なる基礎の根入れ幅比 $\left(\frac{D_f}{B}\right)$ と 考え,縦軸上に(6)式を用いて任意の根入れ深さ( $D_f$ ) における支持力成分 $q_{1f}$ をとると, $D_f=$ const. に保 ちBを減少させた場合 $\frac{D_f}{B}$ は増加し,ついには $\frac{D_e}{B}$ に一致し, $q_{1f}$ は $q_{1e}$ まで増加する. $q_{1f}$ が $q_{1e}$ へ移行 する過程は曲線的であるが上述の如く複雑で一義的に



Fig. 3. The expression of the bearing capacity component  $q_1$  under the assumption of linear variation with the depth ratio  $(D_f/B)$ .

決定出来ない難点がある、そこでこの曲線式を $f\left(rac{D_f}{B}
ight)$ とおくと  $q_1$  は

$$q_1 = q_{1f} + f\begin{pmatrix} D_f \\ B \end{pmatrix} \tag{8}$$

ここに (8) 式の  $f\left(\frac{D_f}{B}\right)$  が直線関係にあるとすれば,  $q_1$  は  $D_f \leq D_e$  の範囲において簡単に次式のごとくなる.

$$q_1 = q_{1f} + \frac{q_{1e} - q_{1f}}{D_e/B} \cdot \frac{D_f}{B}$$
(9)

(6), (7) 式を (9) 式に代入すると q1 は次式で表わ される.

$$q_{1} = cN_{cf} + \gamma D_{f}N_{qf} + \frac{c(N_{ce} - N_{cf}) + K_{0}\gamma D_{e}N_{qe} - \gamma D_{f}N_{qf}}{D_{e}/B} \cdot \frac{D_{f}}{B}$$
(10)

- c=0 なる地盤
- (10) 式において c=0 とすれば,

$$q_1 = r D_f N_{qf} + \frac{\mathbf{K}_0 r D_e N_{qe} - r D_f N_{qf}}{D_e / B} \cdot \frac{D_f}{B}$$
(11)

ててで

$$\frac{K_0 \gamma D_e N_{qe}}{D_e/B} = n_0 \quad (= \text{const.})$$

及び

$$\frac{\gamma N_{af}}{D_e/B} = n_D \ (= \text{const.})$$

とおくと(11)式は次式で表わされる.

$$q_1 = r D_f N_{qf} + (n_0 - n_D \cdot D_f) \frac{D_f}{B}$$
(12)

(2) =0 なる地盤

G. G. Meyerhof (1951) の各支持力係数  $N_c$ ,  $N_q$ ,  $N_\tau$  において,  $\phi \rightarrow 0$  又は  $\phi = 0$  とすれば,

$$N_{c} = \frac{3}{2} \pi + 2\beta + 1 + \sqrt{1 - m^{2} - \cos^{-1}m}$$

$$N_{q} = 1$$

$$N_{r} = 0$$
(13)

ここに m は 等価自由表面上の セン 断応力の 稼働率 (degree of moblization) で、 $0 \leq m \leq 1$  である.

また (13) 式の N<sub>c</sub> において m=0 及び m=1 とすると,

$$N_{c} = \begin{cases} 5.14 + 2\beta & (m = 0) \\ 5.71 + 2\beta & (m = 1) \end{cases}$$
(14)

従つて  $\phi=0$  の地盤の支持力  $(q_u)$  は  $N_r=0$  となる ため,  $q_1$  に一致し次式で表わされる.

$$q_{u} = q_{1} = \begin{cases} c(5, 14+2\beta) + p_{0} & (m=0) \\ c(5, 71+2\beta) + p_{0} & (m=1) \end{cases}$$
(15)

(3) 式において  $\phi=0$  とおいて基礎側面に働らく付 着力  $c_a$  を  $c_a=c$ ,  $c_a=0$  と考えた場合,  $\frac{D_e}{B}$  は次のようになる.

$$\frac{D_e}{B} = \begin{cases} 0.707 & (c_a = c) \\ 1.0 & (c_a = 0) \end{cases}$$
(16)

(14) 式において,  $N_{cf}$ ,  $N_{ce}$  の値を次のようにきめる と,

$$N_{cf} = \begin{cases} 5.14 & (m=0) \\ 5.71 & (m=1) \end{cases}$$
 (17)

$$N_{ce} = \begin{cases} 8.28 \quad (m=0) \\ 8.85 \quad (m=1) \end{cases}$$
(18)

(15), (17), (18) 式より q1f 及び q1e は,

$$q_{1f} = \begin{cases} 5.14c + rD_f & (m = 0) \\ 5.71c + rD_f & (m = 1) \end{cases}$$
(19)

$$q_{1e} = \begin{cases} 8.28c + rD_e & (m = 0) \\ 8.85c + rD_e & (m = 1) \end{cases}$$
(20)

よつて (16), (19), (20) 式を (10) 式に代入すれば, q1 は次式で表わされる.

$$q_{1} = \begin{cases} 5.\ 14c + rD_{f} + \frac{3.\ 14c + r(D_{e} - D_{f})}{0.\ 707} \cdot \frac{D_{f}}{B} & (m = 0) \\ 5.\ 71c + rD_{f} + \frac{3.\ 14c + r(D_{e} - D_{f})}{0.\ 707} \cdot \frac{D_{f}}{B} & (m = 1) \end{cases}$$
(21)

(2) 
$$D_f > 0.707B$$
 では  $q_1$  は (20) 式となる.  
(b)  $c_a = 0$  のとき,  
(1)  $D_f \leq B$  では,

$$q_{1} = \begin{cases} 5.\ 14c + rD_{f} + \{3.\ 14c + r(D_{e} - D_{f})\} \frac{D_{f}}{B} & (m = 0) \\ \\ 5.\ 71c + rD_{f} + \{3.\ 14c + r(D_{e} - D_{f})\} \frac{D_{f}}{B} & (m = 1) \end{cases}$$

(2)  $D_f > B$  では  $q_1$  は (20) 式となる.

## **3.** 実験及び結果

(1) 実験方法:コーン指数に影響を及ぼす要因と しては, 基礎の支持力の場合と同様のものが考えられ るが, ここではそのうちコーン底面積(コーン直径) のみを考えることにした.

実験には,

(i) 実験装置; 貫入時の速度を定速に制御出来る 電動式コーン載荷装置を使用した.

(ii) 試料及びその調整; Table 1. に示すような 物理的性質をもつ 2 mm フルイを通過させた風乾土 を用いた.本試料は単粒状のものと団粒状のものとの 混合したもので,平均含水比も 9.45% と低く,みか け上砂質の性質を示す.調整に当つては,この試料土 を直径 30 cm,深さ 40 cm の容器にゆるく満たし,  $\sigma=0.27 \text{ kg/cm}^2$ の 圧縮応力を 24 時間かけて 静的に 圧縮した. この時の 土層内の 状態を Table 2. に示 す.

(iii) コーン貫入方法;先端角 2α=180°で5種類の底面積(A=1.2, 3.2, 5.0, 6.4, 10.0 cm², これに対応するコーン 直径は 夫々 2r = 1.236, 2.018, 2.524, 2.856, 3.570 cm である)を有する円板コーンを定速(貫入速度, v=0.0017 cm/sec)のもとに, 15.7 cm の深さまで5回づつ貫入させ,貫入深さ1 cm 毎に貫入抵抗を測定した.

	Table	1.	Physical	properties	of	the	soil.
--	-------	----	----------	------------	----	-----	-------

Gs	LL (%)	PL (%)	IP (%)
2.674	74.62	33.85	40.77

Table 2. Initial condition of the soilused for the experiment.

w (%)	9.45	$\gamma_d(g/cm^3)$	0.98
e	1.73	$c(kg/cm^2)$	0
r <sub>t</sub> (g/cm <sup>3</sup> )	1.07	$\phi(^\circ)$	38°44'

(2) 実験結果: 5 種類のコーンについて 5 回の買 入試験により得られたコーン指数 ( $I_c$ )の平均値を買 入深さ (D) に対して示したのが Fig. 4. である. Fig. 4. によると,  $I_c$  は一般にある深さまでは深さと ともに増加するが, 更に 深くなると 増加率が 減少す る. また D=const. にして  $I_c$  を比較すると, コーン底面積 (コーン直径) が小さくなるにつれて  $I_c$  は 増加している.

(22)



Fig. 4. Relation between the cone index  $(I_c)$  and the penetration depth (D) with the diameter of circular plates.

4. 考察及び結論

## コーン指数(*I<sub>c</sub>*)とコーンの根入れ幅比(*D*/ 2r)との関係

各コーンについて得られた  $I_c$  が (4) 式の  $q_1$  に相 当すると考え,更に (14) 式を利用して, $I_c$  と D/2rとの間に次のような直線関係を仮定した.

$$I_c = m + n \frac{D}{2r} \tag{23}$$

実験結果に(23)式を適用し,各貫入深さに対する *m*, *n* の値を求め, それを相関係数(*R*)とともに Table 3. に示す. Table 3. に示すごとく, *I<sub>e</sub>* と *D*/2*r* との間の相関は良好で,直線関係が成立することがわ



Fig. 5. The decrease of the inclination of the straight line (showing the relation between  $I_c$  and D/2r) with the increase of the penetration depth (D).

Table 3. Values of m, n and R for each depth.

depth (cm)	$m (kg/cm^2)$	$\frac{n}{(\text{kg/cm}^2)}$	<i>R</i> *
1.7	0.486	0.557	0.947
2.7	0.580	0.539	0.944
3.7	0,660	0.520	0.965
4.7	0.791	0.488	0.973
5.7	0.892	0,467	0.975
6.7	1.050	0.416	0.967
7.7	1.202	0.379	0.955
8.7	1.361	0.343	0.952
9.7	1.535	0.304	0.945
10.7	1.752	0.255	0.918
11.7	1.916	0.222	0.898
12.7	2.007	0.205	0.926
13.7	2.114	0.183	0.920
14.7	2.223	0.157	0.905
15.7	2.285	0.140	0.896

 $R^*$ : correlation coefficient.

かる. またこれらの直線式を実験値とともに示したの が Fig. 5. である. Fig. 5. によると  $I_c$  と D/2r と の間の関係はほぼ一点を通る直線群として表わされて いる.

(2) m について

Table. 3 中の *m* の値を貫入深さ (*D*) に対して示 したのが Fig. 6. である. Fig. 6. によれば, *m* は  $D=4.7\sim15.7$  cmの範囲 では *D* に対して直線的に増 加している. いま, *m* が浅い基礎の支持力成分を表わ すとすると, (12) 式より  $m=r_tDN_{qf}$  となるのでこ の関係より  $N_{qf}$  の値を求め *D* に対して示したものが Fig. 7. である. Fig. 7. において,  $D=4.7\sim15.7$  cm の範囲の土層を正規型土層と考えると  $N_{qf}=147.1$  が



Fig. 6. Variation of the bearing capacity component of a shallow foundation (m= $rDN_{qf}$ ), which is obtained from Fig. 5 as the interseptions of the corresponding straight lines and the I<sub>c</sub> axis, with the penetration depth (D).



Fig. 7. Values of the bearing capacity factor  $(N_{qf})$  of a shallow foundation obtained from the assumption that  $m = rDN_{qf}$  for each penetration depth (D).

得られ, r<sub>t</sub>=0.00107 kg/cm<sup>3</sup> であったから, 従って *m* は,

$$m = 0.159 \cdot D$$
 ( $D = 4.7 \sim 15.7 \text{ cm}$ ) (24)

となる.

実験で得られた浅い基礎の支持力係数  $N_{qf}$ =147.1 を G.G. Meyerhof (1951)の支持力係数  $N_q$ と比

較すると、これは概ね β=20°(m=0) 程度の浅い基 礎の支持力係数に相当している.

(3) n について

Table. 3 中のnの値をDに対して示したのが Fig. 8. である. (12) 式の如く,  $I_c \ge D/2r$ の間の直線関 係の勾配を表わす $n \ge D$  との間には直線関係があり, Table. 3 より次式を得た.

$$n = 0.620 - 0.032 \cdot D$$
 ( $R = -0.970$ ) (25)



Fig. 8. Relation between the inclination (n) of the straight line in Fig. 5 and the penetration pepth (D).

(4) コーン指数 (I<sub>e</sub>) を表わす一般式

(24), (25) 式を(23) 式に代入すると本実験にお けるコーン指数 (*I*<sub>e</sub>) を表わす式として次式が得られ る.

$$I_c = 0.159 \cdot D + (0.620 - 0.032 \cdot D) \frac{D}{2r}$$
 (26)

ここにコーン 指数 (*I*<sub>c</sub>) を表わす一般式として次式 が提案される.

$$I_c = a \cdot D + (b - c \cdot D) \frac{D}{2r}$$
(27)

$$=m+n\frac{D}{2r} \qquad (27)^{\prime}$$

ここで *a*, *b*, *c* は土性, 貫入速度等により異なる定数, *m* は浅い基礎の支持力成分, *n* は *I<sub>e</sub> と D/2r* との間の直線関係の勾配を夫々表わす.

(5) 直線群の交点について

Fig. 5. の直線群の交点の座標を (26) 式を用いて 求めると,  $\phi=38^{\circ}$ の土に対して,  $\frac{D_{e}}{2r}=4.91$ ,  $I_{e}=3.06$ が得られる. しかし (3) 式からは,  $\frac{D_{e}}{B}=19$ (基礎表 面が粗の場合), 23(基礎表面が滑らかな場合)が得 られる. 基礎の表面が滑らかな場合として,  $\frac{D_{e}}{2r} \ge \frac{D_{e}}{B}$ とを比較すると,  $\frac{D_{e}}{2r}$ は  $\frac{D_{e}}{B}$ の約 1/5 でその差は大 変大きい. これはコーン貫入機構と基礎の支持力機構 との違いによると推定される.

5. 今後の課題

本報告は二次元基礎の支持力理論を応用し, c=0,

**◊+0** なる土層について行つた 実験結果を解析したものであるが、今後さらに、コーン形状を変え、**c+0**、 **◊=0; c+0, ◊+0** の物理的性質を異にする各種の土に対して実験研究を進めたい.

文

- 1) 土質工学会 1965 土質工学ハンドブック, 抜 報堂:417.
- Meyerhof, G. G. 1951 The Ultimate Bearing Capacity of Foundations. Geotechnique, 2: 301-332.
- Meyerhof, G. G. 1959 Compaction of Sands and Bearing Capacity of Piles. Jl. Soil Mech. and Found. Div., A. S. C. E. 85 (SM 6): 2291.
- Meyerhof, G. G. 1961 The Ultimate Bearing Capacity of Wedge-shaped Foundations. Proc. 5th Int. Conf. Soil Mech. on Found. Engrg., 2: 105.
- 5) Terzaghi, K. 1943 Theoretical Soil Mechanics. Wiley, New York.

## Summary

Although cone penetrometers are often used for soundings and the evaluation of bearing capacity of paddy fields, the theory of the cone penetration resistance has not been clearly known yet.

In this report, the authors try to analyze theoretically the penetration mechanism of cones based on the bearing capacity theory of foundations by G. G. Meyerhof.

First, the authors express the bearing capacity component  $(q_1 = cN_c + p_0N_q)$  at a certain depth  $(D_f)$  as the function of the depth ratio  $(D_f/B)$ .

Next, some penetration tests are made using circular plates of five different base areas (A=1.2, 3.2, 5.0, 6.4, 10.0 cm<sup>2</sup>), which are penetrated into the air-dried soil (c=0,  $\phi=38^{\circ}$ ) at a low speed ( $\nu=0.0017$  cm/sec) and the results of tests are analyzed and the following conclusions are obtained.

(1) The cone index  $(I_c)$  has a linear relation to the depth/width of a cone (D/2r) at a certain penetration depth (D) (Table 3).

(2) The inclination of the straight line (showing the relation between  $I_c$  and D/2r) decreases linearly with the increase of the value of D, and the group of straight lines pass through a certain coordinates (4.91, 3.06).

(3) The expression for the cone index  $(I_c)$  would be proposed generally as the next equation.

$$I_c = a \cdot D + (b - c \cdot D)D/2r$$
$$= m + nD/2r$$

where a, b and c are constants which depend on the value of  $\phi$  and the penetration speed, *m* is the bearing capacity component of a shallow foundation and *n* is the inclination of the straight line at a certain value of *D*.