

# Study on the large time behavior of solutions of the compressible Navier–Stokes equations under the slip boundary condition

アハット, アブリズ

<https://hdl.handle.net/2324/2236036>

---

出版情報 : Kyushu University, 2018, 博士 (数理学), 課程博士  
バージョン :  
権利関係 :

氏 名	アハット アブリズ			
論 文 名	Study on the large time behavior of solutions of the compressible Navier-Stokes equations under the slip boundary condition (スリップ境界条件下での圧縮性 Navier-Stokes 方程式の解の長時間挙動の研究)			
論文調査委員	主 査	九州大学	教授	隠居 良行
	副 査	早稲田大学	教授	川島 秀一
	副 査	熊本大学	教授	三沢 正史
	副 査	九州大学	准教授	高田 了

## 論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

本論文は無限柱状領域における圧縮性 Navier-Stokes 方程式の静止状態のまわりの解の時間無限大における漸近挙動を考察したものである。無限層状領域や無限柱状領域における流れの安定性問題は、流れのパターン形成や乱流への遷移を研究するための格好の研究対象として古くから解析が行われてきた。数学的には流体方程式を適当な境界条件のもとで考察し、解の時間発展の様子を調べることになる。

偏微分方程式の解の挙動は一般に境界条件に大きく影響されるが、粘性流体の運動を記述する方程式系の場合、境界上でのすべりを許すスリップ境界条件やすべりを許さない粘着条件がしばしば考えられる。無限柱状領域における問題の数学解析については、粘着境界条件下での解の漸近挙動の研究において近年進展が見られている。静止状態のまわりの解は初期攪乱が十分に小さければ攪乱は時間無限大において 1 次元線形熱方程式の解のごとく振る舞うことが示され、さらに非一様な流れをもつ定常平行流解の攪乱は Reynolds 数と Mach 数が十分小さければ 1 次元 Burgers 方程式のごとく振舞うことが示されている。粘着境界条件下での解の漸近的な主要部に現れるこのような純粋な拡散的挙動は、系のもつ質量保存則に起因するものであり、時間周期的な流れや空間周期的な流れに対しても拡張されている。一方でスリップ境界条件下での解の漸近挙動についての研究はこれまでにほとんど見られなかった。

本論文においてアハット氏は、柱状領域におけるスリップ境界条件下での圧縮性 Navier-Stokes 方程式の静止状態のまわりの解の漸近挙動を、2 次元柱状領域および 3 次元柱状領域の場合に考察している。2 次元問題の場合、解の時間無限大における漸近的な主要部は、柱状領域の無限にのびる軸方向に伝播する 1 次元の非線形拡散波の重ね合わせで記述され、3 次元問題の場合は非線形拡散波および拡散的剛体回転の重ね合わせで記述されることが証明されている。粘着条件の場合とは異なり、解の漸近的な主要部に双曲型の側面を反映した波の伝播現象が現れることを示している。

本論文の第一部では 2 次元問題が論じられている。まず、スリップ境界条件下での圧縮性 Navier-Stokes 方程式の静止状態における線形化半群のスペクトルの詳細な解析により、半群の時間無限大における漸近的な主要部が抽出されている。次いで線形化半群のスペクトル解析にもとづいて非線形問題が考察されている。非線形問題の解を線形化半群の主要部の部分とその補空間の部分に分解して、主要部の部分は線形化半群に対する評価を用い、補空間の部分は松村-西田のエネルギー法を用いることにより、解は時間大域的に存在し、1 次元熱核と同じ減衰率で減衰することを示している。さらに、時間大域存在の証明で導出したエネルギー評価と

時間減衰評価, および線形化半群のスペクトル解析にもとづいて, 川島の方法により解の時間無限大における漸近挙動は1次元の非線形拡散波の重ね合わせによって記述されることを証明している.

論文の第2部では3次元問題が取り扱われ, 3次元問題では2次元問題には見られない現象が出現することが示されている. 線形化半群のスペクトルの様相は2次元問題の場合とは異なり, その漸近的な主要部に新たに拡散的剛体回転が出現することが示されている. この拡散的剛体回転の出現のため非線形問題の解析に困難が生じ, 3次元の非線形問題に対しては2次元問題の場合と同じ手法は通用しない. この困難を克服するために, 3次元非線形問題の解析では, 新たに線形化半群の主要部の部分に対して運動量を用いた定式化が導入されている. 補空間の部分に対しては Korn 型の不等式を導出して, 松村-西田のエネルギー法を用いて評価を行い, 解は時間大域的に存在し, 1次元熱核と同じ減衰率で減衰することを示している. さらに, 川島の方法により解の時間無限大における漸近挙動は1次元の非線形拡散波および拡散的剛体回転の重ね合わせによって記述されることを証明している. 拡散的剛体回転はソレノイダルベクトル場で与えられることから, この結果は, 解の漸近的な主要部の圧縮-非圧縮分解ともみなすことができる.

これらの結果は圧縮性 Navier-Stokes 方程式の解の漸近挙動に関する新たな発見であり, 本論文においてアハット氏が展開した解析手法は非線形偏微分方程式の解の時間無限大における漸近挙動の解析の進展に寄与する重要なものである.

以上のようにアハット氏は圧縮性 Navier-Stokes 方程式の安定性解析において顕著な研究成果を挙げ, それらは流体方程式の数学解析において価値ある業績であると認められる. よって, 本研究者は博士(数理学)の学位を受ける資格があるものと認める.