

## 波浪による海底地盤砂粒子挙動の数値シミュレーション

陳, 光齊  
九州大学大学院工学研究院

善, 功企  
九州大学大学院工学研究院

笠間, 清伸  
九州大学大学院工学研究院

高松, 賢一  
九州大学大学院工学府

<https://hdl.handle.net/2324/21975>

---

出版情報 : 海岸工学論文集. 48, pp.476-480, 2001. 公益社団法人土木学会  
バージョン :  
権利関係 :

# 波浪による海底地盤砂粒子挙動の数値シミュレーション

陳 光 斉\*・善 功 企\*\*・笠 間 清 伸\*\*\*・高 松 賢 一\*\*\*\*

## 1. はじめに

波浪の作用により, 海底地盤内には水圧変動が生じることが, これまでのいくつかの実験的研究により報告されている(例えば, 井上, 1975; Maeno ら, 1985). この発生した水圧変動は, 海底地盤内に浸透力を発生させる. 波の峰の直下の地盤では, 地盤面の水頭が静水時より高くなるため, 地盤深部への浸透流が発生する. 逆に, 波の谷では, 地盤表面の水頭が静水時より低くなり, 地盤表面への浸透流が発生する. このような波の峰, 谷の変化に伴って, 海底地盤内で上, 下向きの浸透流が繰り返されるため, 砂地盤のせん断強度低下をもたらし, いわゆる海底地盤の液状化が生じる.

海底地盤の液状化に関して, Yamamoto (1977) や Madsen (1978) は, 波浪が直接海底地盤に作用する場合の海底地盤の挙動を二次元弾性解析により理論的に解析し, 地盤中の応力や変位などを求めた. その結果は, 応力が負となる場合があることから液状化の可能性を示唆した. また, Zen ら(1990a, 1990b, 1991)は変動間隙水圧に起因する液状化現象を取り上げ模型実験, 現地観測等により液状化理論を検証した.

液状化後の海底地盤では, 表層部の物質の移動が容易になり, さらに, 上向きの浸透力による表層の砂粒子が海水中に舞い上がる可能性があり, これらの現象は洗掘や漂砂とも密接な関連があると考えられる. 従来, 海底砂粒子の挙動解析は, 海岸工学からの研究がほとんどで, 主に海水の流れによるせん断応力という要因を中心に考えられており, 海底地盤内の浸透流による砂粒子の挙動に関しては不明な点が多い.

本論文は, 海底地盤の液状化後の砂粒子挙動と漂砂, 洗掘との関係を明らかにすることを目的として, 最近注目を集めているマニフォールドメソッド (MM: Manifold Method, Shi, 1997) とよばれる数値解析方法を, 海底砂地盤の液状化過程および液状化後の砂粒子の移動のシミュレーションに適用した.

## 2. マニフォールドメソッドの概要

地盤工学における数値シミュレーションでは, 解析対象の種類や性質によって使用される解析方法が異なる. 例えば, 有限要素法 (FEM: Finite Element Method, Zienkiewicz, 1971) は連続体問題や微小変形を前提とした不連続体の問題に対してよく使われている数値解析手法である. 一方, 個別要素法 (DEM: Distinct Element Method, Cundall, 1971) や不連続変形法 (DDA: Discontinuous Deformation Analysis, Shi & Goodman, 1984) は不連続体の大変形問題に対して非常に有効な手法として知られている. その中で, 有限要素法と不連続変形法の両方の機能を有するマニフォールドメソッド (MM) は, 次世代の解析手法として大変注目されており, 現在多くの研究者によって改良, 拡張及び実用化が行なわれている(例えば, Ohtsubo ら, 1997; Sasaki ら, 1997; Zhang ら, 1997; Chen ら, 1998; Ohnishi ら, 1999; Chen ら, 2001).

数値解析では, 材料の物理ドメインで定義される複雑な関数を扱うために, 全領域を有限の小領域に分割し, 個々の小領域内で単純化した近似関数を用いるのが一般である. 例えば, FEM ではこれらの小領域のことを要素と呼び, 全ての要素は重複することなく全物理ドメインを覆うように配置する. また, ある要素から隣接する要素へ単純関数間の連続性を保証するために, 要素上の単純関数は節点と呼ばれる境界点で拘束される. MM では, このような小領域をカバー (Cover) と呼び, 対応する単純関数をカバー関数 (Cover function) と呼ぶ. FEM と違い, MM のカバーはお互いに重ねることができ, い

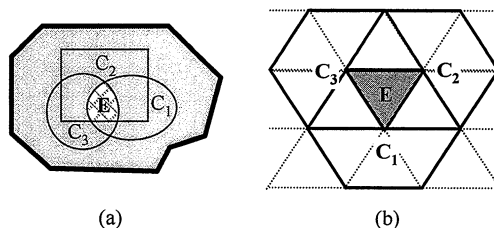


図-1 MM のカバーと要素

\* 正 会 員 理博 九州大学助教授 大学院工学研究院  
\*\* 正 会 員 工博 九州大学教授 大学院工学研究院  
\*\*\* 正 会 員 九州大学助手 大学院工学研究院  
\*\*\*\* 学生会員 九州大学 大学院工学府

くつかの重複したカバーの共通領域 (Common area) が MM の要素となる。図-1(a) は MM のカバーと要素の概念を示したものである。要素 E は楕円形カバー  $C_1$ 、長方形カバー  $C_2$  および円形カバー  $C_3$  の共通領域である。

要素領域で定義される全局関数は重複した各カバー関数の重み付き平均で得られる。

$$u(x, y) = \sum_{i=1}^m w_i(x, y) u_i(x, y) \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $m$ : 重複したカバーの数;  $u_i(x, y)$ : カバー  $C_i$  のカバー関数;  $w_i(x, y)$ : カバー  $C_i$  上の重み関数。重み関数は以下の条件を満足する必要がある。

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq w_i(x, y) \leq 1 \quad (x, y) \in C_i \\ \sum_{i=1}^m w_i(x, y) = 1 \quad (x, y) \in E \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

2次元の応力・ひずみ解析における MM では、カバー関数、全局関数は変位に関する関数であり、未知の係数を含んでいる。要素上では、全局変位関数の微分によってひずみが得られ、さらに Hooke の法則より応力が定められる。変位関数の未知係数を求めるには、FEM の場合と同じく、外力、応力、慣性力及び粘性力による全ポテンシャルエネルギーを計算し、それを最小化することにより、変位関数の未知係数に関する連立一次方程式を導ける。

$$\begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \cdots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \cdots & K_{2n} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \cdots & K_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & K_{n3} & \cdots & K_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ \vdots \\ D_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ \vdots \\ F_n \end{pmatrix} \dots\dots (3)$$

係数マトリックスの要素 ( $K_{ij}$ ;  $i, j=1, \dots, n$ ) は微分

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial d_{ri} \partial d_{sj}} \quad r, s=1, 2, \dots, m \dots\dots\dots (4)$$

で、定数マトリックスの要素 ( $F_i$ ;  $i=1, 2, \dots, n$ ) は微分

$$-\left. \frac{\partial \Pi}{\partial d_{ri}} \right|_{d_{ri}=0} \quad r=1, 2, \dots, m \dots\dots\dots (5)$$

で得られる。ここに、 $n$ : 要素の数、 $m$ : カバー変位関数の未知数の数、 $D_i$ : カバー変位関数の未知係数ベクトル

$$D_i = (d_{i1} \ d_{i2} \ \cdots \ d_{im})^T, \quad i=1, 2, \dots, n \dots\dots (6)$$

実際に、MM では、三角形や四角形のメッシュがよく用いられる。三角形メッシュの場合は、MM のカバーは六角形となり、メッシュの交点をカバーの中心とし、交点周辺の六つの三角形から構成される。図-1(b) に示すように、一つの三角形は三つの六角形の共通領域として、MM の要素となる。

三角形メッシュを用いた MM の場合、FEM と比べてみると、要素は同じ形状で、FEM の節点は MM のカバー中心点に対応する。それに、FEM の形状関数は MM の重み関数の条件 (2) を満足するので、MM の重み関

数として用いられる。ここで、MM のカバー関数を常数と仮定すれば、FEM と同じ計算式を得る。従って、FEM は MM の一つの特例であると考えられる。

一方、不連続面に対しては、ブロックの接触は DDA と同様にペナルティ法を用いて最小二乗的に貫入エネルギーがゼロになるように収束させる。もし一つのブロックが完全に一つ三角形の要素に収まれば、MM は DDA として用いられる (Chen ら, 2001)。従って、DDA も MM の一つの特例であると考えられる。

### 3. マニフォールドメソッドの拡張

波浪による海底砂地盤の液状化シミュレーションに、MM を適用しようとする場合、砂粒子が小さくかつ粒子数が非常に多いことが問題となる。このような問題を解決するために、従来の MM に対しては、次の二点において改良する必要がある。

① 円粒子の取り扱いにおいて、DDA と同様に 1 個の円粒子は 12 や 24 角形のブロックで近似され、6 個以上の未知係数を有する。従って、大量の粒子を含む問題の解析には、データ量や未知数が非常に多くなり、多大な接触判断と処理の時間を要する。

② 従来の方法では、モデルの拘束は固定点の付けたブロックを用いる。この方法は計算量を増加し、固定したブロックの変形により誤差が生じる可能性がある。

そこで、本研究は、小さい円粒子に対して特別な円要素を、モデルの拘束に対して線要素を開発し、従来の MM を拡張する。

円要素では、円心座標と半径を用いて円粒子を定義し、一枚のカバーで覆われ、定数のカバー関数で未知数が 2 個となる。従って、円要素を用いる場合は、データ量が従来の 80% 程度に、未知数が従来の 3分の2程度に下がり、接触の判断や処理などが簡単になるため、計算に要する時間も大幅に減らすことができる。

円要素同士の接触は図-2 のように法線方向の弾性ばねと接線方向の弾性ばねを設置することより処理される。これらの式は以下のように導かれる。

要素  $i$  (円心座標:  $(x_i, y_i)$ , 半径:  $r_i$ ) と要素  $j$  (円心座標:  $(x_j, y_j)$ , 半径:  $r_j$ ) との法線方向の接触力は次式で表される。

$$P_n = K_n [l_0 + l_x(u_j - u_i) + l_y(v_j - v_i)] \dots\dots\dots (7)$$

ただし、 $K_n$  は法線方向のばね強度で、 $(u_i, v_i)$ ,  $(u_j, v_j)$  はそれぞれ円要素  $i$  と円要素  $j$  の変位である。ほかの量は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} l_x &= (x_j - x_i)/d \\ l_y &= (y_j - y_i)/d \\ d &= \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \\ l_0 &= d - (r_i + r_j) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

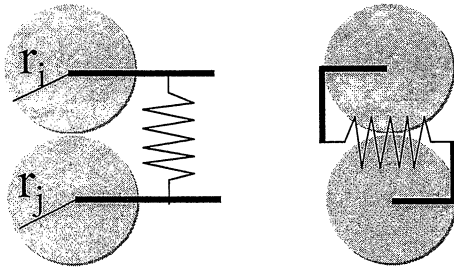


図-2 円粒子間の法線方向と接線方向の接触ばね

法線方向のばねによるポテンシャルエネルギー  $\Pi_n$  は

$$\Pi_n = K_n [l_0 + l_x(u_j - u_i) + l_y(v_j - v_i)]^2 / 2 \dots\dots (9)$$

となる。それを最小にするために、(4) と (5) を用いて、係数マトリックスの要素  $K_{ij}$  と定数マトリックスの要素  $F_i$  に次のような項目を追加する。

$$\left. \begin{aligned} K_n L &\Rightarrow [K_{ii}] \\ K_n L &\Rightarrow [K_{jj}] \\ -K_n L &\Rightarrow [K_{ij}] \\ K_n l_0 \begin{pmatrix} l_x \\ l_y \end{pmatrix} &\Rightarrow [F_i] \\ K_n l_0 \begin{pmatrix} -l_x \\ -l_y \end{pmatrix} &\Rightarrow [F_j] \end{aligned} \right\} \dots\dots (10)$$

ただし、

$$L = \begin{pmatrix} l_x l_x & l_x l_y \\ l_x l_y & l_y l_y \end{pmatrix} \dots\dots (11)$$

接線方向の接触力は次式で表される。

$$P_s = K_s [S_0 + l_x(v_j - v_i) - l_y(u_j - u_i)] \dots\dots (12)$$

ここに、 $K_s$  は法線方向のばね強度定数で、 $S_0$  は累積したばねの変形で次式より計算される。

$$S_0 = \sum_k [l_x(v_j - v_i) - l_y(u_j - u_i)]^{(k)} \dots\dots (13)$$

接線方向のばね変形によるポテンシャルエネルギーを最小にして、係数マトリックスの要素  $K_{ij}$  と定数マトリックスの要素  $F_i$  に次のような項目を追加する。

$$\left. \begin{aligned} K_s L_s &\Rightarrow [K_{ii}] \\ -K_s L_s &\Rightarrow [K_{jj}] \\ K_s L_s &\Rightarrow [K_{ij}] \\ K_s S_0 \begin{pmatrix} -l_y \\ l_x \end{pmatrix} &\Rightarrow [F_i] \\ K_s S_0 \begin{pmatrix} l_y \\ -l_x \end{pmatrix} &\Rightarrow [F_j] \end{aligned} \right\} \dots\dots (14)$$

ただし

$$L_s = \begin{pmatrix} l_y l_y & -l_x l_y \\ -l_x l_y & l_x l_x \end{pmatrix} \dots\dots (15)$$

線要素を拘束するときは、方向を有する直線の両端の座標を固定するか、計算ステップごとにその座標を与える。円要素  $i$  と線要素  $j$  との接触より、係数マトリク

スの要素  $K_{ij}$  と定数マトリックスの要素  $F_i$  に次のような項目を追加する。

$$\left. \begin{aligned} K_n \begin{pmatrix} l_y l_y & l_x l_y \\ l_x l_y & l_y l_y \end{pmatrix} &\Rightarrow [K_{ii}] \\ -K_n d_0 \begin{pmatrix} l_y \\ l_x \end{pmatrix} &\Rightarrow [F_i] \end{aligned} \right\} \dots\dots (16)$$

ここに、 $d_0$  : 円から線要素までの距離、 $(l_x, l_y)$  : 線要素の方向の余弦である。

#### 4. 数値シミュレーションおよび結果考察

理論上は、MM は流体解析と粒子運動の追跡両方ともに適用することが可能である。現段階で拡張した MM は、地盤を構成する個々の粒子の運動を追跡することに対しては、非常に有効である。しかし、今の解析コードに砂層内の間隙流体の挙動を解析する機能を取り込んでいない。そこで本研究では、波浪による海底地盤の粒子挙動シミュレーションへの第一歩の試みとして、地盤表面部での粒子の移動は地盤内の浸透挙動に影響を与えないと仮定し、地盤内の浸透力の推定と地盤表面の粒子移動のシミュレーションを別々に行なった。図-3 は計算手順を示す。

地盤内の浸透力分布を求めるには、まず、波浪による地盤面に作用する水圧変動を微小振幅波理論 (例えば、土木学会編, 1996 ; Maeno ら, 1985) によって定める。

$$P_b = \frac{\gamma_w \cdot H}{2 \cosh(\lambda h)} \cdot \left( \sin 2\pi \left( \frac{1}{4} - \frac{t}{T} \right) \right) \dots\dots (17)$$

ここに、 $H$  : 波の振幅、 $T$  : 波の周期、 $L$  : 波長、 $\gamma_w$  : 単位海水重量、 $t$  : 時刻、 $\lambda = 2\pi/L$  : 波数。

上式を境界条件として、間隙水圧の変動に関する基礎微分方程式を

$$C_v \cdot \frac{\partial^2 P_m}{\partial z^2} = \alpha \cdot \frac{\partial P_m}{\partial t} - \frac{\partial P_b}{\partial t} \dots\dots (18)$$

差分法で解いて、地盤内の間隙水圧の分布及び変化を求める。ここに、 $C_v$  : 圧密係数、 $\alpha$  : 伝達係数。

それから、間隙水圧の勾配による地盤内の浸透力の分布を得て、非線形最小二乗法で浸透力の時空分布式を求める。

粒子移動の MM 数値シミュレーションには、粒子要素と線要素だけを用いるので、粒子の運動方程式が下記のように簡素化できる。

$$m \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + k \frac{\partial U}{\partial t} = \sum_i F_i \dots\dots (19)$$

ここに、 $m$  : 粒子の質量、 $U$  : 粒子の変位ベクトル、 $t$  : 時間、 $k$  : 海水の粘着係数、 $F_i$  : 粒子に作用する諸外力ベクトル。考えられた主な外力は粒子自重による重力、水による浮力、浸透流による浸透力、粒子間の接触力などである。

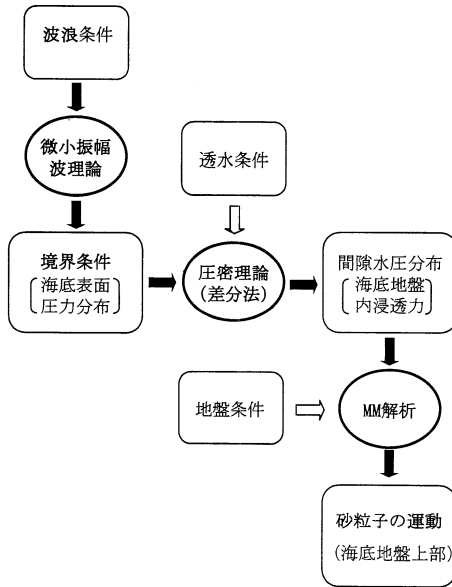


図-3 シミュレーションの手順

接触力は、計算ステップの更新の際に個々の砂粒子の接触状況が検査され、接触状態にある粒子間において法線方向および接線方向にばねを配置して、その変形量により計算する。ただし、非粘着性材料を対象とすることから、法線方向は引張りに抵抗しないので、両粒子は背離運動状態になれば、法線方向のばねを除去する。また、接線方向には摩擦抵抗の限界を超えるせん断力が生じた

場合にも、接線方向のばねを除去する。

シミュレーション結果の一例を図-4に示す。水深  $h=70$  m, 波高  $H=24$  m, 周期  $T=15$  s, 波長  $L=312$  m 等の波浪条件で得られた海底地盤面の水圧変動振幅は 0.54 MPa である。圧密係数  $C_v=40$  m<sup>2</sup>/s, 伝達係数  $\alpha=2.0$ , 土の単位重量  $\gamma_{\text{sat}}=20$  kN/m<sup>3</sup>等の地盤条件で得られた浸透力の振幅は  $0.051e^{-1.720z}$  MPa である。図-4の (a), (b), (c), (d) はそれぞれ時刻  $0.01T, 0.05T, 0.3T, 1.0T$  のときの粒子移動状態を示す。図中における白黒の濃淡は粒子に作用する圧縮応力の強さを示す。波浪による浸透力で海底地盤表層部の砂粒子が徐々に海水中へ浮き上がって、浮遊する挙動を確認できる。

### 5. おわりに

本研究では、波浪による海底砂地盤の浸透流の発生を誘因として、海底砂地盤液状化現象が初めて数値解析法 MM でシミュレーションされた。主な結論は以下のとおりである。

- ① 大量微小砂粒子を含む問題への有効な MM 解析を行うために、従来の MM に円要素と線要素を追加し、MM の機能を拡張した。
- ② 波浪による海底地盤内の浸透力の時空分布は、シミュレーションに非常に重要なデータで、差分法と非線形最小二乗法との組み合わせで浸透力の時空分布式を推定することができた。
- ③ 数値シミュレーションの結果より、海底砂地盤は

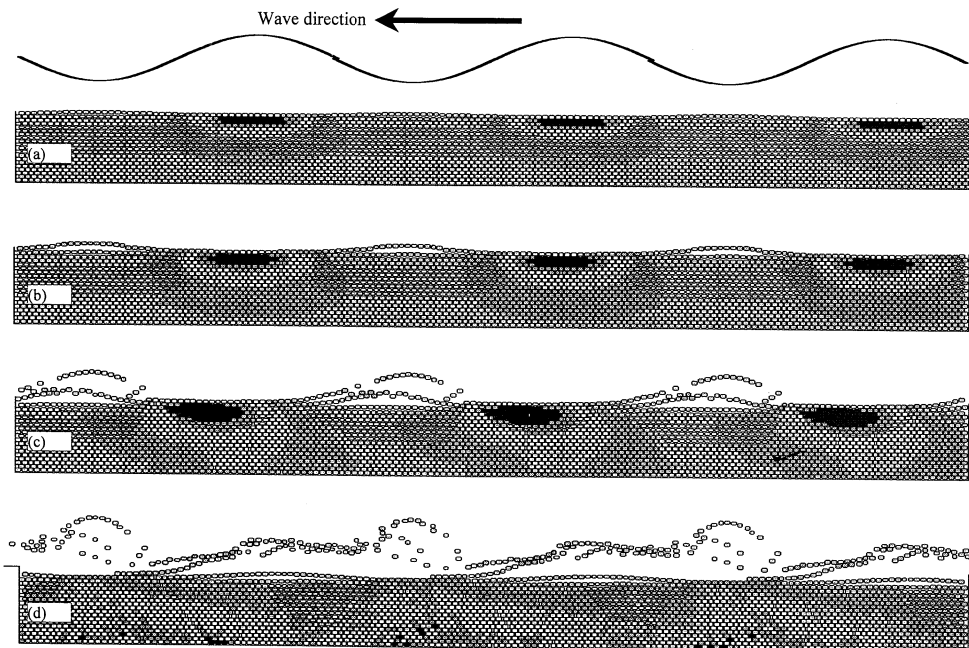


図-4 シミュレーションの結果

液状化後表層部の砂粒子が水に浮遊する挙動を確認した。

④ 波浪浸透力による地盤表層部の砂粒子の動きを追う手法を確立したので、土質力学の観点から漂砂、洗掘のメカニズムを検討することが可能となった。

今回のシミュレーションでは、波浪による地盤内部の浸透力に表層部の砂粒子の移動による影響が小さいという仮定で計算は別々で行った。実際に、相互の影響を考えて、カップリング計算する検討が必要であり、今後の課題である。

#### 参 考 文 献

- 井上令作 (1975): 飽和度の高い砂層における間隙水圧の伝播, 土木学会論文報告集, 第236号, pp. 81-92.
- 土木学会編 (1996): 第四版土木工学ハンドブック I, 技報堂出版, pp. 511-513.
- Chen, G., Y. Ohnishi and T. Itou (1998): Development of High Order Manifold Method, Intl. J. for Num. Meth. in Eng., Vol. 43, 685-712.
- Chen, G., K. Zen, Y. Ohnishi and K. Kasama (2001): Extensions of Manifold Method and Its Application, Proc. 4th Int. Conf. on Analysis of Discontinuous Deformation, Glasgow, pp. 217-229.
- Cundall, P. A. (1971): A computer model for simulating progressive, large scale movements in blocky rock systems, Proc. Intl. Symp. on Rock Fracture, Nancy, France, II-8.
- Madsen, O. S. (1978): Wave-induced pore pressures and effective stresses in a pore bed, Geotechnique, Vol. 28, No. 4, pp. 155-164.
- Maeno, Y. and T. Hasegawa (1985): Evaluation of wave-induced pore pressure in sand layer by wave steepness, Coastal Eng. In Japan, JSCE, Vol. 28, pp. 31-44.
- Ohnishi, Y., M. Tanaka, T. Koyama and K. Mutoh (1999): Manifold method in saturated-unsaturated unsteady groundwater flow analysis, 3<sup>rd</sup> Int. Conf. on Analysis of Discontinuous Deformation, Colorado, pp. 221-230.
- Ohtsubo, H., K. Suzuki, K. Terada, and K. Nakanishi (1997): Utilization of finite covers in the manifold method for accuracy control, Proc. 2<sup>nd</sup> Int. Conf. on Analysis of Discontinuous Deformation, Kyoto, pp. 317-322.
- Sasaki, T., S. Morikawa, D. Ishii, and Y. Ohnishi, (1997): Elastic-plastic analysis of jointed rock models by manifold method, Proc. 2<sup>nd</sup> Int. Conf. on Analysis of Discontinuous Deformation, Kyoto, pp. 309-316.
- Shi, G. H. and R. E. Goodman, (1984): Discontinuous deformation analysis, Proc. 25<sup>th</sup> U. S. Symp. on Rock Mech., pp. 269-277.
- Shi, G. H. (1997): Numerical manifold method, Proc. 2<sup>nd</sup> Intl. Conf. on Analysis of Discontinuous Deformation, Kyoto, pp. 1-35.
- Yamamoto, T. (1977): Wave-induced instability in seabeds, Proc. Of the ASCE Special Conference, Coastal Sediments, pp. 898-913.
- Zen, K. and H. Yamazaki (1990a): Mechanism of wave-induced liquefaction and densification in seabeds, Soils and Foundations, Vol. 30, No. 4, pp. 90-104.
- Zen, K. and H. Yamazaki (1990b): Oscillatory pore pressure and liquefaction in seabed induced by ocean waves, Soils and Foundations, Vol. 30, No. 4, pp. 147-161.
- Zen, K. and H. Yamazaki (1991): Field observation and analysis of wave-induced liquefaction in seabed, Soils and Foundations, Vol. 31, No. 4, pp. 161-179.
- Zhang, G., Y. Sugiura, and H. Hasegawa (1997): Crack propagation and thermal fracture analysis by manifold method, Proc. 2<sup>nd</sup> Int. Conf. on Analysis of Discontinuous Deformation, Kyoto, pp. 282-297.
- Zienkiewicz, O. C. (1971): The finite element methods in engineering science, McGraw-Hill, London.