

地盤物性の空間的不均一性を考慮した斜面の信頼性 評価

笠間, 清伸
九州大学大学院工学研究院

善, 功企
九州大学大学院工学研究院

<https://hdl.handle.net/2324/21854>

出版情報 : JCOSSAR2011論文集, pp.607-614, 2011-10. 日本学術会議 土木工学・建築学委員会
バージョン :
権利関係 :

地盤物性の空間的不均一性を考慮した斜面の信頼性評価

笠間清伸* 善 功企*

The reliability assessment for slope stability considering the spatial variability of soil strength using random field numerical limit analyses

by

Kiyonobu KASAMA* and Kouki ZEN*

This paper presents a probabilistic approach to evaluating the geotechnical stability problem by incorporating the stochastic spatial variability of soil strength within the numerical limit analyses. The undrained shear strength is treated as a random field which is characterized by a log-normal distribution and a spatial correlation length (i.e., isotropic correlation structure). The current calculations use a Cholesky Decomposition technique to incorporate these random properties in numerical limit analyses. The Random Field Numerical Limit Analyses are applied to evaluate the effect of spatial variability of soil strength on the slope stability and the failure mechanism. Monte Carlo simulations are then used to interpret the failure probability of slope for selected ranges of the coefficient of variation in undrained shear strength and the ratio of correlation length to slope height. The results show how the failure probability of slope is related to the average strength, the coefficient of variation and correlation length scale in the shear strength of slope. Based on the result, the conventional safety factor of slope stability is evaluated to obtain a target probability of failure.

Key words: Slope Failure, Reliability Shear Strength, Soil Unit Weight, Correlation Length, Stability factor

1 はじめに

土質や岩盤などの地盤材料を対象とする各種構造物の設計に際して、弾性係数や強度などの地盤諸係数がばらついていることはよく知られており、土構造物の安全性評価においては、上記の不確定量を合理的かつ定量的に取り扱う必要がある。確率・統計論に基づく信頼性理論は、これら不確定量を合理的かつ定量的に取り扱う手法であり、信頼性理論を構造物の設計に適用することにより、構造物の安全性を安全性指標または破壊確率として評価することが可能となる。地盤材料を対象とした信頼性設計では、これまでに盛土、擁壁および斜面安定などに適用した研究¹⁾が進められている。例えば、桜井と土居²⁾および Mellah et al.³⁾は、斜面安定問題を対象に、線形一次近似法に基づく有限要素法を提案し、極限平衡法による安全率および破壊確率との比較を行っている。Husein Malkawi et al.⁴⁾は、斜面安定解析手法の違いに着目して、一次近似二次モーメント法(FOSM)およびモンテカルロ法を用いて斜面の信頼性解析の結果を比較している。実務への信頼性解析への適用として、Christian et al.⁵⁾および El-Ramly et al.⁶⁾は、北米の大規模な電源開発プロジェクトにより、飽和粘性土地盤上に建設される堤体盛土の設計を対象に、地盤諸係数の空間的不均一性、実験誤差および統計的推定誤差などを考慮し、設計安全率の設定を報告している。さらに、最近の数値解析手法の進展に伴い、Griffiths and Fonton⁷⁾は、地盤のせん断強度を対数正規分布で表現した弾塑性有限要素解析によるモンテカルロシミュレーションを用いて、平面ひずみ状態における斜面の安定性を明らかにしている。

著者らは、新たな地盤構造物の信頼性解析手法として、地盤諸係数の空間的不均一性を表現するランダム場理論⁸⁾と地盤の安定性を簡便に計算できる数値極限解析を連結した確率数値極限解析の構築を試みており、地盤の支持力に関する適用を行ってきた。

本論文では、確率数値極限解析を斜面の安定性評価に適用し、地盤強度の空間的不均一性が斜面の安全性および崩壊確率に与える影響を、従来の FOSM による結果と比較しつつ、その有効性について検討した。

2 確率数値極限解析

本論文では、斜面の安定性を数値解析的に求める手法として、数値極限解析(Numerical Limit Analyses, NLA)^{9),10)}の中の上界数値極限解析(UNLA)を用いた。上界数値極限解析では、地盤を剛塑性体と仮定し、有限要素法と同様に各メッシュの節点変位を離散化した後、上界定理を利用して、変形を受けた際の地盤の内部消散仕事量が最小となる時の変数を線形計画法によって求める解析手法である。上界数値極限解析のメリットは、1) 斜面の安定係数の上限値を計算できる、2) 線形計画法により、自動的に最適な破壊モードを計算できる、3) 粘土地盤の支持力を±5%の精度で計算できる¹¹⁾、4) 材料の塑性状態(破壊状態)にのみ着目しているため、弾性解析で必要となる弾性係数やポアソン比を必要とせず、粘着力や内部摩擦角といった強度定数のみが入力定数である。

地盤諸係数の空間的な不均一性を表現するために、土の単位体積重量と非排水せん断強度の二つに着目し、両

* 九州大学大学院工学研究院 〒819-0395 福岡市西区元岡744, Kyushu Univ., Motooka, Nishi-ku, Fukuoka, 819-0395

者をランダム場理論を用いて表現した。土の単位体積重量 γ および非排水せん断強度 c_u が常に正の値をとるように対数正規分布で仮定した。単位体積重量 γ と非排水せん断強度 c_u の平均値をそれぞれ μ_γ と μ_c 、変動係数を COV_γ と COV_c と表す。平均値、変動係数と正規化自己相関距離 Θ (=自己相関距離 θ /斜面高さ H)を入力定数として、mid-point法を用いて空間的不均一性をモデル化した。ここで、自己相関距離とは、空間的に離れた2点間の相関性がなくなると考えられる距離のことである。例えば、自己相関距離が小さい場合には、空間的に少し離れた場合でも、周辺の値に影響せず独立に(ランダム)に値が変動することを意味する。逆に、自己相関距離が大きい場合には、周辺の値と相関を有しながら、なめらかに変動することを意味する。また、本論文では土の単位体積重量 γ および非排水せん断強度 c_u を対数正規分布で仮定したため、 $\log c_u$ ならびに $\log \gamma$ に関する相関距離である。本解析では、数値極限解析が必要となる解析メッシュにおける要素の中心座標において、ランダム場理論を用いて単位体積重量とせん断強度を計算した。要素の中心座標で自己相関性をモデル化する影響については、参考文献12)や13)などをご参照ください。自己相関係数は、次式で示される水平方向および鉛直方向の自己相関距離が等しいと仮定した等方マルコフ関数⁸⁾を用いた。

$$\rho(x_{ij}) = \exp\left\{-\frac{2x_{ij}}{\theta}\right\} \quad (1)$$

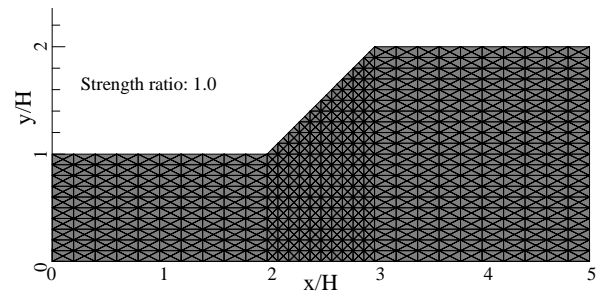
ここで、 x_{ij} は、要素 i と j の中心間の距離である。自然堆積地盤では、鉛直方向の自己相関距離に比べて、水平方向の自己相関距離が小さいが、本論文では、簡単のため等方性を仮定した。今回使用したCholesky分解による手法¹⁴⁾では、この相関係数を用いて、各要素間の相関係数を表す相関行列 \mathbf{K} を作成した。

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & \cdots & \rho_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

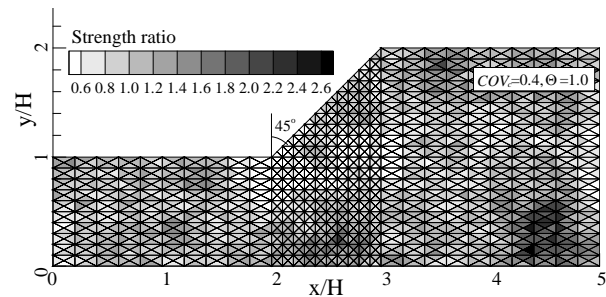
ここで、 n は要素の総数である。さらに、相関行列 \mathbf{K} を上三角形行列 \mathbf{S} と下三角形行列 \mathbf{S}^T に分解した後、 n 個の独立な正規乱数で構成される乱数行列 $\mathbf{R}=\{R_1, R_2, \dots, R_n\}$ を用いて、以下の式により要素間の相関性を考慮した正規乱数に変換した。

$$\mathbf{R}^* = \mathbf{S}^T \mathbf{R} \quad (3)$$

式(3)で得られた正規乱数 \mathbf{R}^* 、土の単位体積重量 γ との平均値 μ_γ と変動係数 COV_γ ならびに非排水せん断強度 c_u の平均値 μ_c および変動係数 COV_c を用いて、各要素の単位体積重量と強度を決定した。詳しい計算法は、参考文献12), 13)を参照いただきたい。このようにして得られた単位体積重量と非排水せん断強度に、空間的不均一性を有する解析メッシュを、それぞれ上界数値極限解析を用いて解析し、重量と強度の不均一性を考慮した斜面の安定係数 N_s を計算した。さらに、試行回数ごとに独立な乱数



a) Mesh for slope stability with uniform strength



b) Mesh considering the spatial variability of shear strength

Fig. 1 Typical mesh for slope stability

Table 1 Input parameters

Parameter	Value
Angle of slope	45°
Mean undrained shear strength μ_γ	10kN/m ³
Coefficient of variability of unit weight, COV_γ	0.1
Mean undrained shear strength μ_c	100kPa
Coefficient of variability of undrained shear strength COV_c	0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0
Ratio of vertical and horizontal correlation length	1.0 (Isotropic)
Normalized correlation length $\Theta=\theta/H$	Random, 0.25, 0.5, 1.0, 2.0, 4.0
Number of Monte Carlo iterations	1000

行列 \mathbf{R} を発生させ、式(3)より計算した強度分布の異なる解析メッシュを数値解析するモンテカルロシミュレーションを行うことで、確率統計的な観点から斜面の安全性を評価した。本論文では、斜面の安定性を評価するための指標として、次式で示す安定係数 N_s を用いた。

$$N_s = \frac{G \cdot \mu_\gamma \cdot H}{\mu_c} \quad (4)$$

G と H は、それぞれ斜面の安全率と斜面高さである。本論文では、数値極限解析とせん断強度低減法を用いて評価した斜面の安全率 G と式(4)を用いて斜面の安定係数 N_s を計算した。

Fig. 1に、二次元平面ひずみ条件で斜面勾配を45°としたときの、上界数値極限解析で用いた均一強度を仮定した解析メッシュおよび強度の不均一性を考慮したメッシュ図をそれぞれ示す。通常の有限要素法による要素と接点の関係とは異なり、各要素に独立な節点を配置し、各要素の接点間の相対移動を可能にしている。Fig. 1b)中の各要素の色の濃淡は、 $\Theta=1.0$ と $COV_c=0.4$ のときの

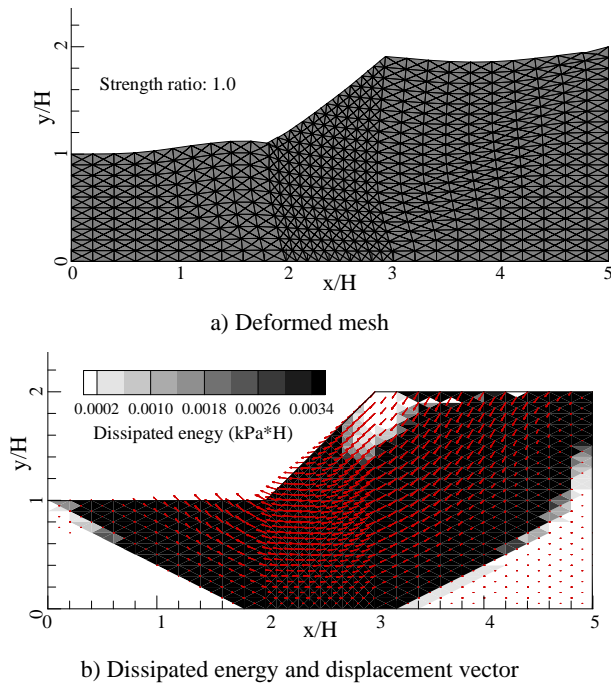


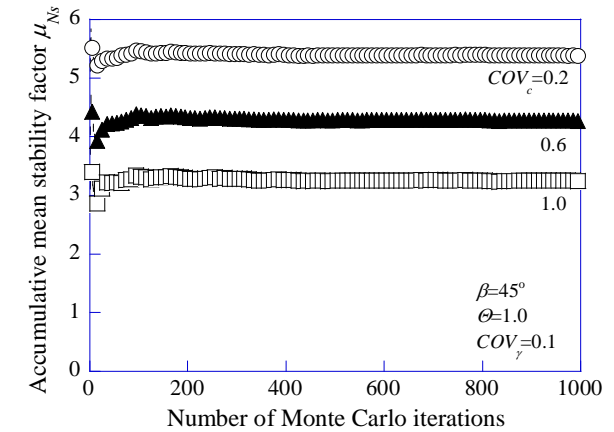
Fig. 2 Result of NLA for slope stability with uniform strength

地盤の強度分布の一例である。Fig. 1b)では、斜面先周辺において、周辺地盤よりも若干強度の弱い箇所が存在している。解析領域は、斜面高さを H とすると、斜面中央を中心とした両側に $2.5H$ 、深度方向に H の解析領域を設定した。有限要素は三角形要素とし、要素の斜辺の長さは比較的小さく $1/10H$ に設定し、自己相関距離が小さい場合の強度の空間的ばらつきがうまく表現できるようにした。

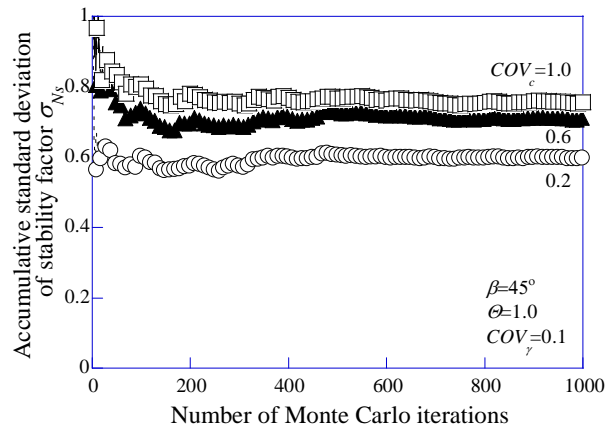
Table 1 に、解析条件を示す。土の単位体積重量の変動係数は、せん断強度の空間的不均一性よりも小さいため 0.1 とした。非排水せん断強度の変動係数 COV_c については、自然堆積地盤 ($0.2 \sim 0.4$ 程度) から軟弱地盤の強度増加や砂質地盤の液状化対策を目的として地盤改良された固化処理地盤 ($0.14 \sim 0.99$) を参考に $0.2 \sim 1.0$ とした。通常、土の単位体積重量とせん断強度の相関性は小さいと報告されているが、本論文では完全相関を仮定して計算した。自己相関距離についても、強度の変動が大きい固化処理地盤の値 ($0.15 \sim 12\text{m}$) を参考に決定した。また、Cholesky 分解を用いた自己相関距離を考慮した材料定数の決定法では、良好に計算できる最小と最大の自己相関距離は、それぞれ要素間距離 ($1/10H=0.1H$) の 2 倍程度 ($0.2H$) と全解析領域 (水平領域 $5H$) 程度であること¹⁵⁾ から、正規化自己相関距離を $0.25 \sim 4.0$ とし、自己相関距離が要素間距離よりも小さい場合を考慮し、要素の強度をランダムに決定した条件 (Table 1 中では、Random と表記) についても計算した。

3 均一強度の斜面の安定解析

斜面安定を対象とした数値極限解析の精度を調べるために、均一な単位体積重量と強度を与えた場合の解析



a) Accumulative mean stability factor



b) Accumulative standard deviation of stability factor

Fig. 3 Accumulative mean and standard deviation of stability factor in Monte Carlo iterations

を行い、既往の研究による斜面安定解析結果と比較した。

Fig. 2 に、上界数値極限解析から得られた斜面の変形図、消散エネルギー図および変位ベクトル図を示す。均一な単位体積重量と強度の場合には、地盤底面を通るすべり面を有する崩壊形状、いわゆる底部崩壊の崩壊形状を示した。また、斜面肩部を除いて、滑り土塊全体で大きなエネルギーが消散されるのが特徴であり、斜面崩壊による変位ベクトルの影響範囲もかなり大きい。このとき得られた斜面の安定係数 N_{sumi} は 5.57 であり、Taylor¹⁶⁾ による 5.52 および Terzaghi and Peck¹⁷⁾ による 5.59 にほぼ等しい結果が得られた。崩壊形状に着目すると、解析から得られた崩壊土塊の幅と深度は、それぞれ斜面高さ H の 5 倍と 1 倍となり、解析メッシュ図の全域に塑性領域が発現した。

4 斜面の安定係数

4.1 安定係数の統計値

地盤物性に空間的不均一性を有する斜面の安定性を評価するために、モンテカルロシミュレーション i 回目の解析で得られた斜面の安定係数 N_{si} を用いて、累積平均安定係数 μ_{Ns} と累積標準偏差 σ_{Ns} を以下の式で計算した。

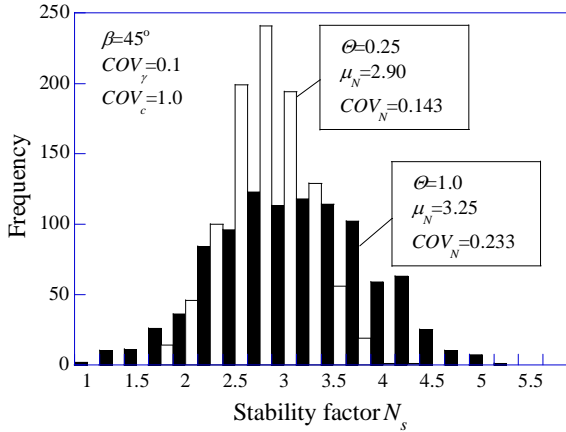


Fig. 4 Histogram of stability factor for slope

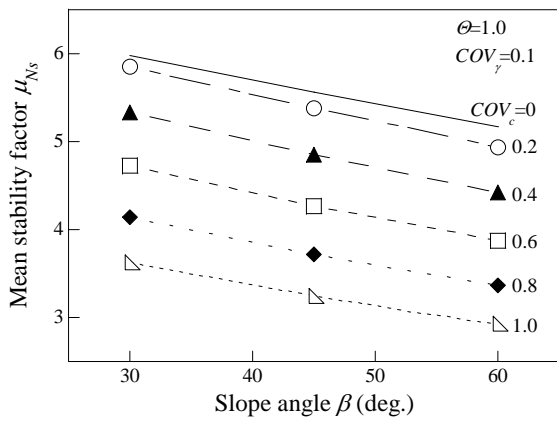


Fig. 5 Mean stability factor and slope angle

$$\mu_{N_s} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n N_{s_i} \quad (5)$$

$$\sigma_{N_s} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (N_{s_i} - \mu_{N_s})^2} \quad (6)$$

Fig. 3 に、 $\beta=45^\circ$ と $\Theta=1.0$ におけるモンテカルロシミュレーション過程における累積平均安定係数 μ_{N_s} 、累積標準偏差 σ_{N_s} と解析回数との関係を示す。Fig. 3a) に示す累積平均安定係数は、変動係数 COV_c の大きさによらず解析回数 50 回程度まで若干変動するが、200 回以降での変動はきわめて小さい結果が得られた。また、Fig. 3b) に示す累積標準偏差は、地盤の変動係数 COV_c が大きくなるにつれ増加したが、1000 回において十分に収束値が得られた。これら収束した累積平均安定係数 μ_{N_s} と累積標準偏差 σ_{N_s} を用いることで、各入力定数における平均支持力係数を $\pm 5\%$ の精度で推定できることを確認している。

Fig. 4 に、 $\beta=45^\circ$ 、 $COV_c=1.0$ 、 $\Theta=0.25$ と 1.0 における安定係数のヒストグラムを示す。得られたヒストグラムの形状は、それぞれ平均値付近にピークが存在し、山型の分布形状を示した。また、分布型の適合度検定 (χ^2 検定) から、強度に空間的不均一性を有する斜面の安定係数は、正規分布と対数正規分布の両者に 5% の有意水準で適合した。

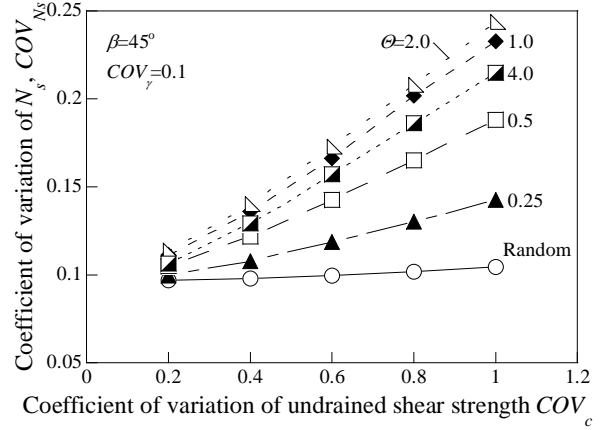


Fig. 6 COV of slope stability factor and COV_c

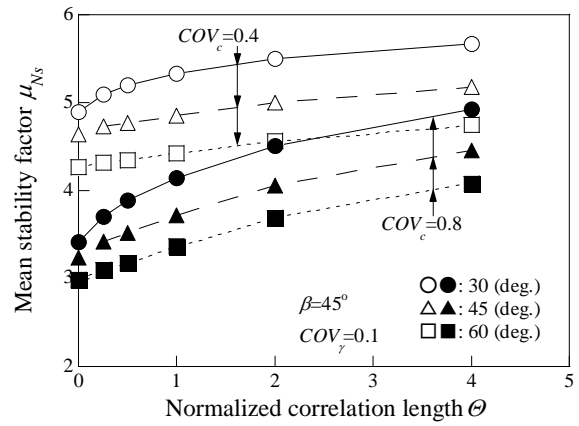


Fig. 7 Mean stability factor and normalized correlation length

4・2 平均安定係数と安定係数の変動係数

地盤物性の空間的不均一性が斜面の安定性に与える影響を評価するために、正規化自己相関距離 Θ が 1.0 のときの平均安定係数 μ_{N_s} と斜面勾配 β の関係を Fig. 5 に示す。図中には、均一強度として計算した安定係数 N_s ($COV_c=0$) も値を示す。斜面勾配が大きくなるほど、安定係数はほぼ直線的に小さくなり、斜面勾配が大きくなるほど、斜面が不安定化することが分かる。また、変動係数が大きくなる(不均一性が大きくなるほど)ほど、平均安定係数はほぼ平行に小さくなった。これは、空間的な不均一性の増加に起因して、より局所的な斜面崩壊が起こることを示唆する。

斜面安定の不確実性を評価するために、斜面勾配 45° における正規化自己相関距離 Θ ごとの、安定係数の変動係数 COV_{N_s} と強度の変動係数 COV_c の関係を Fig. 6 に示す。ランダム斜面では、 COV_{N_s} はほぼ 0.1 と一定値をとり、これは単位体積重量の不均一性 ($COV_\gamma=0.1$) に起因するものであると考えられる。しかしながら、このランダム斜面の結果は、用いた有限要素の大きさに関係しており、有限要素の大きさを極限にまで小さくできれば、安定係数の変動係数 COV_{N_s} はゼロに収束すると考えられる。その他の Θ では、 Θ の値によらず、 COV_{N_s} は COV_c の

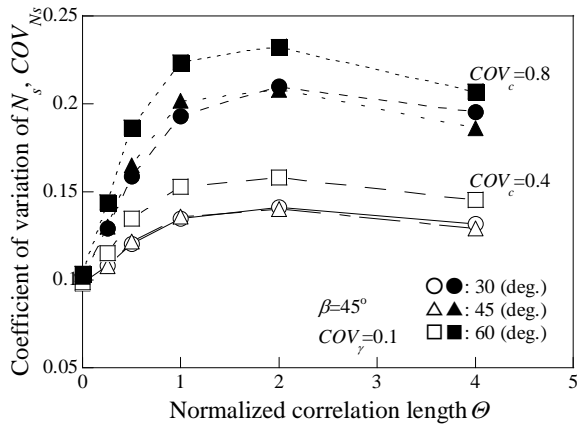


Fig. 8 COV of stability factor and correlation length

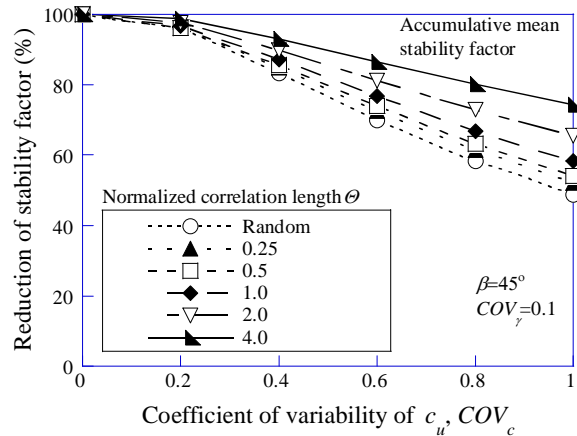
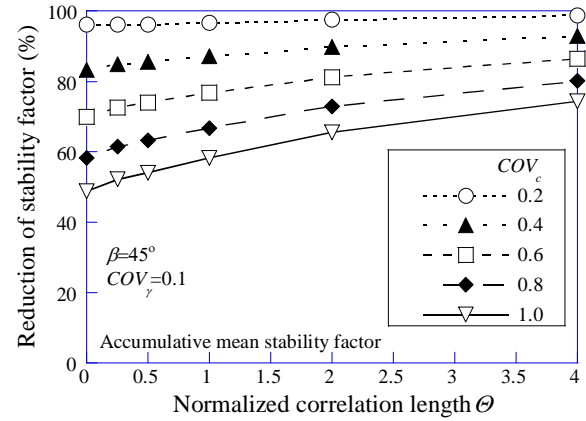


Fig. 9 Reduction of stability factor due to COV_c for a given θ

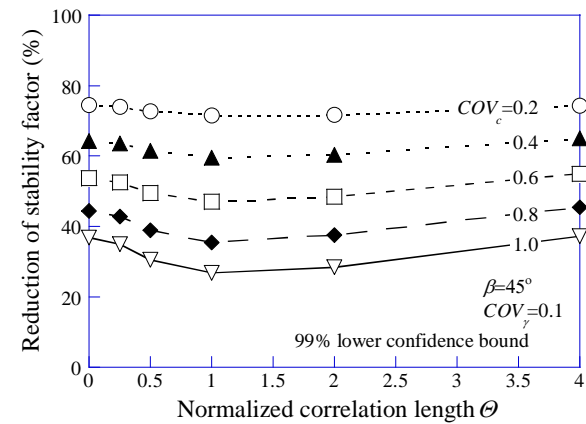
増加とともに直線的に増加し、 $\theta=2.0$ まではその勾配は徐々に増加したが、 $\theta=4.0$ で減少した。しかしながら、 $COV_c=1.0$ と極めて不均一性が大きくても、 COV_{N_s} の値は、最大で 0.25 程度であった。これは、地盤強度の空間的不均一性が、斜面崩壊時に発生するすべり面上で、平均化されて抵抗するためである。

斜面安定に与える正規化自己相関距離の関係を考察するために、 $COV_c=0.4$ と 0.8 における平均安定係数 μ_{N_s} と正規化自己相関距離 θ の関係を Fig. 7 に示す。斜面勾配 β と強度の変動係数 COV_c の値によらず、正規化自己相関距離が増加すると平均安定係数は増加した。その増加率は、 COV_c が大きい方が顕著であり、正規化自己相関距離が大きくなると、 N_s が大きくなり、斜面の平均的な安定度は増大することを示唆する。特に、 $COV_c=0.8$ では、 θ が 0 から 4.0 に増加することで、安定係数は約 40% 増加する結果となった。

斜面安定性の不確実性と正規化自己相関距離の関係を考察するために、 $COV_c=0.4$ と 0.8 における安定係数の変動係数 COV_{N_s} と正規化自己相関距離 θ の関係を Fig. 8 に示す。 COV_{N_s} は、斜面勾配と強度の変動係数の値によらず、 $\theta=2.0$ で最大値を示した。また、 $\beta=30^\circ$ と 45° では、 COV_{N_s} は、ほぼ同じ値をとるのに対して、 $\beta=60^\circ$ の COV_{N_s} が若干大きくなった。つまり、斜面勾配が大きい斜面の



a) Accumulative mean stability factor



b) 99% lower confidence bound of stability factor

Fig. 10 Reduction of stability factor due to θ for a given COV_c

方が、安定性の不確実性が大きいことを示す。

4・3 空間的不均一性に起因した斜面安定性の低減

地盤物性の空間的不均一性に起因した斜面の安定係数の低減割合を評価するために、Fig. 9 に、斜面勾配 45° における解析回数 1000 回での累積平均安定係数 μ_{N_s} を、均一強度として計算した斜面の安定係数 N_{sumi} で正規化 (以下、安定係数低減率とよぶ) した値と、変動係数の関係を示す。変動係数の増加とともに安定係数低減率は、ほぼ直線的に減少した。ただし、その減少傾向は、正規化自己相関距離が小さくなるほど顕著であり、ランダム強度の斜面 (有限要素ごとにランダムに強度を決定した斜面) の場合が最も大きい結果となった。Fig. 9 より、変動係数 0.2~0.4 程度の自然堆積地盤^{14),18)} では、平均安定係数は 80~90% 減少すると推定される。

安定係数の低減に与える自己相関距離の影響を確率統計的に評価するために、Fig. 10 に安定係数低減率と正規化自己相関距離の関係を示す。Fig. 10a) と 10b) は、それぞれ累積平均安定係数 μ_{N_s} と安定係数の分布形を考慮し、安定係数の 99% 信頼下限値を用いた安定係数低減率である。ここで、99% 信頼下限値は、累積平均安定係数

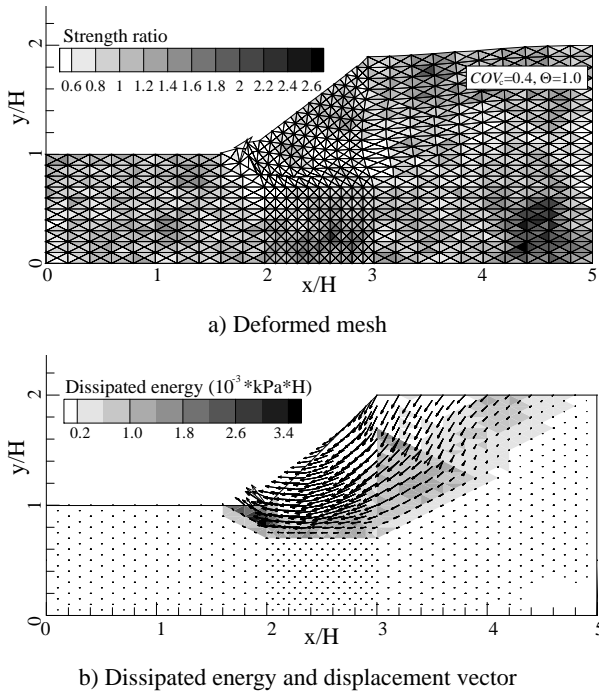


Fig. 11 Result of NLA for slope stability considering the spatial variability of shear strength

μ_{N_s} と累積標準偏差 σ_{N_s} を用いて計算したもので、斜面の安定性に与える強度不均一性の影響を危険側で評価するための試みである。また、ランダム斜面の結果は、 θ が微小であると仮定し、図中では $\theta=0$ の座標にプロットした。Fig. 10a) に示す累積平均安定係数で評価した低減率は、変動係数によらず、正規化自己相関距離の増加とともに、徐々に増加した。一方、Fig. 10b) に示す 99% 信頼下限値による安定係数低減率は、変動係数の値によらず、正規化自己相関距離 θ が 0.5~1.0 付近で最小値を示した。しかしながら、本解析で行った $0 < \theta \leq 4.0$ の範囲では、 COV_c 一定での 99% 信頼下限値による安定係数低減率の差は 10% 程度であり、自己相関距離は変動係数ほど大きく安定係数には影響しないといえる。つまり、地盤物性の空間的不均一性を表す指標として、強度の自己相関距離よりも変動係数の方が安定係数に対して大きな影響をおよぼすと考えられる。

5 斜面の崩壊形状

地盤物性に空間的不均一性を有する斜面の崩壊形状を考察するために、Fig. 11 に、Fig. 1b) で示した斜面勾配 45° の初期メッシュ図における斜面の変形図、消散エネルギー図および変位ベクトル図を示す。変形図および変位ベクトル図では、Fig. 2 に示す均一強度のように広範囲な地盤の変形ではなく、斜面先および深度 $-0.3H$ 付近を通るすべり面を有する底面破壊を示した。これは、斜面先周辺に存在する地盤強度の弱い箇所が影響していると考えられる。また、Fig. 11b) のように斜面先において局所的に大きな消散エネルギーを示し、斜面全体において空間的に不均一な消散エネルギーを有する結果

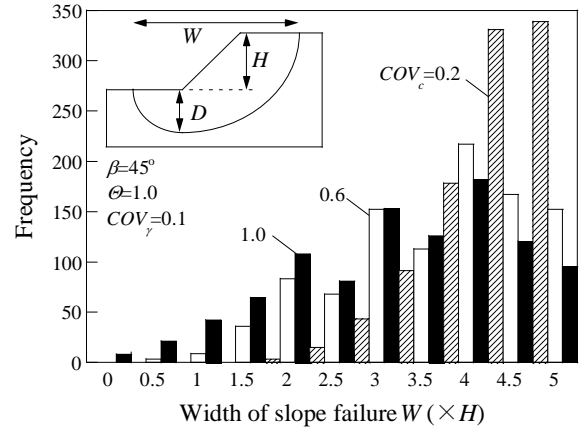


Fig. 12 Histogram of width of slope failure

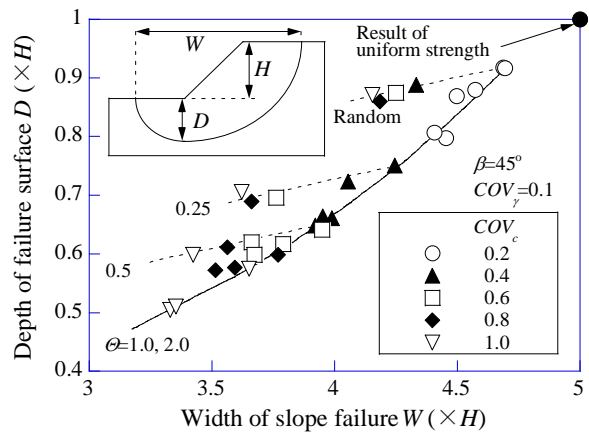


Fig. 13 Relationships between width and depth of failure slope

となった。このときに得られた安定係数 N_s は 4.26 であり、UNLA に均一な単位体積重量とせん断強度を入力して得られた安定係数 $N_{sum}(=5.27)$ に比べて小さくなった。以上のことから、地盤強度の不均一性は、斜面の安定性ならびに崩壊形状に大きく影響を与えるといえる。

斜面の崩壊形状を統計的に考察するために、Fig. 12 に、 $\theta=1.0$ における崩壊土塊の崩壊幅の頻度分布を示す。強度の不均一性が小さい $COV_c=0.2$ の頻度分布は、崩壊幅 $5H$ で最大を示し、崩壊幅が小さくなるほど単調に減少する形状となった。しかしながら、 COV_c が増加するとより小さな崩壊幅の数が増加し、分布形状もより複雑になった。また、本文には示していないが、崩壊深度 D についても同様の結果が得られた。このことから、地盤物性の空間的不均一性が増加するとより局所的な斜面崩壊が起こることを示唆する。

地盤物性の空間的不均一性を考慮した斜面の崩壊形状を統計的に考察するために、Fig. 13 に崩壊斜面の平均幅と平均深度の関係を示す。図中の 3 つ点線は、正規化自己相関距離 θ がそれぞれ Random, 0.25 および 0.5 の結果を結んだ線であり、実線は $\theta=1.0$ および 2.0 の結果を結んだものである。均一な単位体積重量とせん断強度の崩壊斜面の幅と深度は、それぞれ $5.0H$ と $1.0H$ であり、

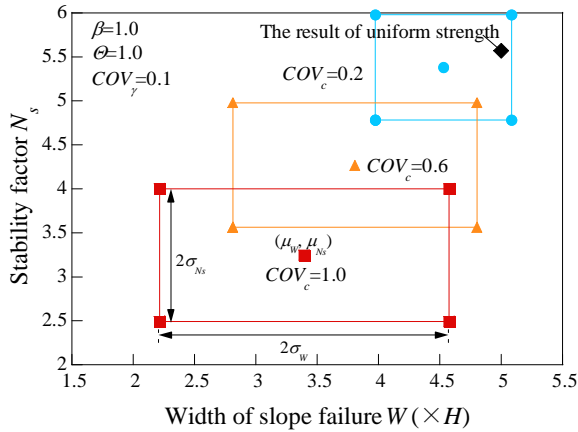


Fig. 14 Stability factor for slope and width of slope failure

図中の右上の点で示している。変動係数が増加するほど、崩壊斜面の幅と深度は減少し、その傾向は、正規化自己相関係数が大きくなるほど顕著であった。以上のことから、強度の空間的不均一性は、斜面の変形および安全性に大きく影響することが示唆される。

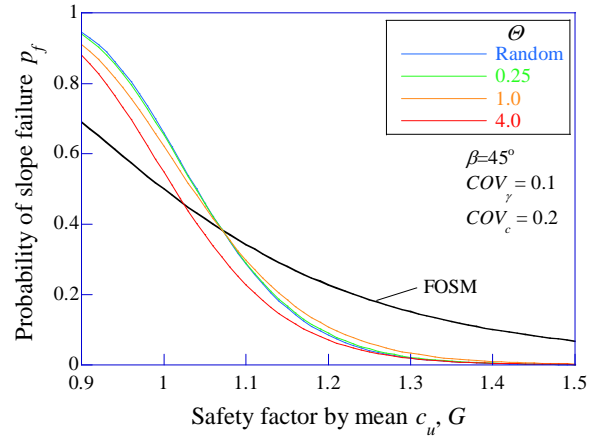
それら崩壊土塊の形状と斜面の安定性の関係を明らかにするために、Fig. 14 に安定係数と崩壊幅の関係を示す。図には、平均安定係数 μ_{N_s} と平均崩壊幅 μ_W の関係、ならびにそれぞれの平均値から標準偏差を加算・引算した点で囲われる領域を示した。強度の不均一性が増加すると、平均安定係数と平均崩壊幅は減少した。また、斜面の安定係数と崩壊幅の存在領域も、不均一性の増加とともに拡大していくこともわかった。以上のことから、地盤物性に空間的不均一性を有する斜面の安定性と崩壊規模には関連があり、不均一性の高い斜面ほど小規模かつ多様な崩壊形状を生じる可能性がある。今後は、これらの結果を用いて、地盤物性に空間的不均一性を有する斜面で発生する局所破壊と、従来の均一な地盤物性を有する斜面で想定される破壊モードを用いた安全性評価との関連を十分に考察していく必要がある。

6 斜面の安全率と崩壊確率

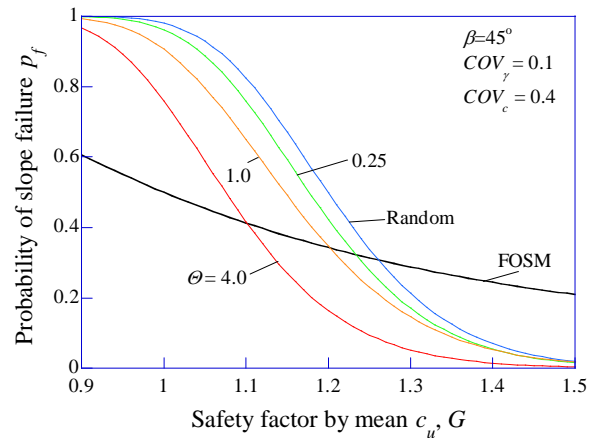
本節では、斜面の安全性について、FOSMによる手法と比較しながら、確率統計的な観点から検討を試みる。本論文で用いたFOSMは、各変数を平均値回りでテーラー展開し、かつ均一な確率変数として取り扱うもつとも単純な手法である。斜面崩壊に関する性能関数 P は、斜面の安全率 G を用いて以下のように定義した。

$$P = G - 1 = \frac{\mu_c \cdot N_s}{\mu_\gamma \cdot H} - 1 \quad (7)$$

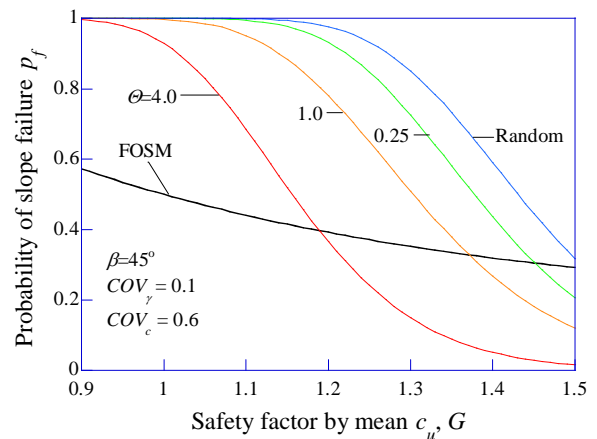
本論文では、斜面の単位体積重量とせん断強度の平均値を用いて斜面の中央安全率 \bar{G} を算定し、崩壊確率 p_f の算定では、簡便のため地盤物性の自己相関距離を考慮せず、単位体積重量とせん断強度の変動係数から安全率の変動係数を簡便に計算した¹⁾。Fig. 15a), b)およびc)には、 $COV_c=0.2, 0.4$ および 0.6 において、FOSMにより



a) $COV_c=0.2$



b) $COV_c=0.4$



c) $COV_c=0.6$

Fig. 15 Probability of slope failure compared with FOSM

計算した斜面の中央安全率 \bar{G} と崩壊確率 p_f を示している。FOSMで計算した場合には、中央安全率1.0のとき、崩壊確率は必ず0.5となる。また、斜面強度の変動係数 COV_c が大きくなるほど、中央安全率 $\bar{G} > 1.0$ の範囲で崩壊確率は増加した。

今回の確率数値極限解析により得られた斜面の中央安全率と崩壊確率の関係もFig. 15a), b)およびc)に示す。前節で示したように、斜面の安定係数が単位体積重量とせん断強度の平均値で評価した安定係数 N_{suni} よりも小

さくなるため、中央安全率 \bar{G} が1.0としても、斜面の崩壊確率が0.5以上となるのが特徴である。変動係数が一定の条件で比較すると、Fig. 15a)に示す変動係数 $COV_c = 0.2$ の崩壊確率は、正規化自己相関距離の値によらず $0.9 < \bar{G} < 1.2$ の範囲における変動が顕著であり、FOSMで計算された崩壊確率よりも減少の程度が顕著となった。これは、本研究で使用した確率数値極限解析が、Fig. 11で示したように、斜面の全体的な崩壊だけではなく、斜面の局所的な崩壊現象も再現できるため、不均一性に起因して局所崩壊が発生しやすくなり崩壊確率が急増したと考えられる。また、Fig. 15b)とc)のように変動係数が増加するほど、崩壊確率が顕著に変動する中央安全率の値は増加し、かつその変動幅も拡大した。正規化自己相関距離の大きさに着目すると、斜面の崩壊確率は、正規化自己相関距離が大きくなるほど減少した。また、Fig. 15を用いることで、従来の斜面の安定評価に用いられる中央安全率ならびに地盤物性の空間的不均一性を表す指標を用いて、対象斜面の崩壊確率を推定することが可能となった。

7 ま と め

本論文では、地盤物性の空間的不均一性を考慮した斜面の安定性を、確率数値極限解析を用いて明らかにした。得られた結論をまとめると以下ようになる。

- 1) 地盤物性の空間的不均一性を考慮した斜面の安定係数は、正規分布および対数正規分布の両方で適合した。
- 2) 斜面の安定係数は、強度の変動係数が増加するほど直線的に減少し、その傾向は自己相関距離が小さいほど顕著であった。一方では、安定係数の99%信頼下限値には、安定係数低減率が最小となる自己相関距離が存在し、今回の解析では $\Theta=0.5\sim 1.0$ であった。
- 3) 単位体積重量およびせん断強度の平均値で計算した斜面の安全率が1.0としても、0.5以上の崩壊確率が存在し、崩壊確率の変動は従来の一次近似二次モーメント法(FOSM)の結果より顕著であった。
- 4) 従来の斜面の安定評価に用いられる中央安全率、斜面のせん断強度の変動係数および自己相関距離を用いて、斜面の崩壊確率を推定することが可能となった。

参 考 文 献

- 1) M. Matsuo, "Geotechnical Engineering -Concept and Practice of Reliability-based Design-", Gihodo Shuppan, Ltd. (1984).
- 2) S. Sakirai and Y. Doi, "Reliability analysis of slope by finite element method", *J. of Japan Society of Civil Engineers, JSCE*, Vol.330, pp.87-97 (1983).
- 3) R. Mellah, G. Auvinet and F. Masrouri, "Stochastic finite element method applied to non-linear analysis of embankments", *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol.15, pp.251-259 (2000).
- 4) A.I. Husein Malkawi, W.F. Hassan and F.A. Abdulla, "Uncertainty and reliability analysis applied to slope stability", *Structural Safety*, Vol.22, pp.161-187 (2000).
- 5) J.T. Christian, C.C. Ladd and G.B. Baecher, "Reliability Applied to Slope Stability Analysis", *J. Geotech. ASCE*, Vol. 120, No. 12, pp.2180-2207 (1994).
- 6) H. El-Ramly, N.R. Morgenstern and D.M. Cruden, "Probabilistic slope stability analysis for practice", *Can. Geotech. J.*, Vol. 39, pp.665-683 (2002).
- 7) D.V. Griffiths and G.A. Fenton, "Probabilistic Slope Stability Analysis by Finite Elements", *J. Geotech and Geoenvi. Eng., ASCE*, Vol.130, No.5, pp.507-518 (2004).
- 8) E.H. Vanmarcke, "Random fields: Analysis and synthesis", MIT press, Cambridge, Mass (1984).
- 9) A.V. Lyamin and S.W. Sloan, "Lower bound limit analysis using non-linear programming", *Intl. Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.55, No.5, pp.573-611 (2002).
- 10) S.W. Sloan and P.W. Kleeman, "Upper bound limit analysis using discontinuous velocity fields", *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol.127, pp.293-314 (1995).
- 11) B. Ukritchon, A.J. Whittle and S.W. Sloan, "Undrained limit analyses for combined loading of strip footing on clay", *J. Geotech. Eng., ASCE*, Vol.124, No.3, pp.265-276 (1998).
- 12) H.G. Matthies, C.E. Brenner, C.G. Bucher and C.G. Soares, G.B. Baecher and J.T. Christian, "Uncertainties in probabilistic numerical analysis of structures and solids-Stochastic finite elements", *Structural Safety*, Vol.19, Issue 3, pp.283-336, (1997).
- 13) K. Kasama and A.J. Whittle, "Bearing Capacity of Spatially Random Cohesive Soil Using Numerical Limit Analyses", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE*, (in press), doi:10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0000531, (2011).
- 14) G.B. Baecher and J.T. Christian, "Reliability and statistics in geotechnical engineering", John Wiley & Sons, Ltd. (2003).
- 15) K. Kasama, K. Zen and A.J. Whittle, "Bearing capacity characteristics of cohesive ground using random field numerical limit analyses", *Journal of Applied Mechanics, JSCE*, Vol.11, pp.291-298, (2008).
- 16) D.W. Taylor, "Fundamentals of soil mechanics", John Wiley and Sons, Ins., New York (1948).
- 17) K. Terzaghi and R.B. Peck, "Soil mechanics in engineering practices, 2nd edition", John Wiley & Sons, (1967).
- 18) K.K. Phoon and F.H. Kulhawy, "Characterization of geotechnical variability", *Can. Geotech. J.*, Vol.36, 612-624, 1999.