

平面上に配置された局所的交流をするエージェントの状態により形成されるクラスタの変動分析

時永, 祥三
九州大学大学院経済学研究院

松野, 成悟
九州大学大学院経済学研究院

<https://doi.org/10.15017/20494>

出版情報：経済學研究. 78 (4), pp.23-39, 2011-12-26. 九州大学経済学会
バージョン：
権利関係：

平面上に配置された局所的交流をするエージェントの状態により形成されるクラスタの変動分析

時 永 祥 三
松 野 成 悟

1 まえがき

平面上に配置されたエージェントが、周辺のエージェントの情報だけを用いて行動を決定する（局所的交流と呼ぶ）場合には、全域と交流する場合とは異なる特性が見られることが示されている [1] ~ [15]。その中でも最も特徴的なものは、エージェントの状態を 1 と 0 に離散化した場合に、1 あるいは 0 の領域が分離され、クラスタが形成されることであり、インターネットコミュニティにおけるメンバーの集積・離散の現象の説明や、雇用・失業の地理的な発生（影響の拡大に対応しスピルオーバー効果と呼ばれる）などのモデルとして用いられている [4], [7] ~ [15]。これらの分析方法は一般的なスピルオーバー効果の分析にも応用できる可能性がある [16] ~ [19]。しかしながらこの場合に、エージェント状態が安定的であるかどうかを分析したものは少なく、ノイズが含まれる場合の性質や、クラスタの外周部分の不安定分析、および外部入力による変動の進行分析が示されるにとどまっている [7], [14], [15]。局所的交流により形成されるクラスタの変動を議論することは、状況を変化させることが可能であるかどうかを判断する材料にもなるため重要であるといえよう。本論文では、平面上に配置された局所的交流をするエージェントの状態により形成されるクラスタの変動分析について述べる [12] ~ [15]。

本論文では 2 つのモデルを用いることとし、まず Model S においては、平面上に配置されたエージェントが商品（産出物とも呼ぶ）を生産し、複数の状態により表現されると仮定する [7], [13] ~ [15]。この状態の中で、第 1 番目の状態は、産出物を生産するかどうかを 1 か 0 の離散値で示し、第 2 番目以降はこのエージェントの行動に関連する状態を表すと仮定する。格子点のエージェントは次の時刻における状態をどのように遷移させるかを、周辺のエージェントの状態を参照して決定するモデルを導入する。しかしながらこのモデルはエージェントの状態のクラスタ形成がなされることを説明するには分かりやすいが、さらにやや現実に近い設定を用いた Model P を導入する [13] ~ [15], [20] ~ [22]。この Model P においては、それぞれの格子点に企業エージェントと労働エージェントが存在し、労働エージェントだけが隣接する格子点に移動可能とする。このような局所的交流をするエージェントからなる 2 つのモデルにおいて、いずれのモデルにおいても時間の経過とともにエージェントの状態においてクラスタが形成され均衡状態にいたることが示される。しかしながら、一方ではある状態をランダムなものに戻したり、パラメータをランダムに変化させることにより、クラスタの形状が変動することが確認できる。応用例においては、シミュレーションをもとにして、このような条件をまとめるとともに、現実のデータについての考察を行う。

以下 2. および 3. では、局所的交流をするエージェントの 2 つのモデルの基本について述べる。4. では応用例としてモデルにおけるクラスタ形成の過程とその変動を与える変数のランダム性やパラメータとの関係をまとめ、現実のデータへの適用について考察する。

2 エージェントの活動度モデルとクラスタ形成

2.1 局所的交流をするエージェントの活動度モデル

最初に、本論文で取り扱う第 1 番目の局所的交流をするエージェントの活動度モデル (Model S) について述べる。このモデルは経済分野以外にも適用可能であるが、以下では説明を分かりやすくするために、生産活動のエージェントモデルを取り上げる [7], [13] ~ [15]。このモデルにおいては、原理的には企業エージェントと労働エージェントの挙動を別のものとして取り扱うこともできるが、より効率的に均衡解を求める方法として企業と労働者の双方の利益を全体して眺めることができる planner を導入する手順が示されている [7]。すなわち、平面上の格子点に企業エージェントと労働エージェントが配置されるが、これらの状態は独立ではなく、格子点 c の状態は $x^c(t)$ の一種類であると仮定する。この状態は企業の操業と、労働者が雇用されていることを同時に表現する。したがって $x^c(t)$ は操業・雇用 (操業休止・非雇用) とに応じて、1 か 0 の離散値をとる。

企業が稼動中であれば労働者は賃金を得ると同時に、これをこの格子点 (および周辺) において消費する。ある企業エージェントの売り上げは周辺 S_c の労働者からの消費支出の一部を含むと仮定し、周辺 S_c に含まれるエージェント数を N_c とする。また企業が稼動しない場合には、労働者は無条件に $\sigma_B (0 \leq \sigma_B \leq 1)$ である収入を得ると仮定する。この企業・労働エージェントの時刻 t における利益の期待値 $u^c(t)$ の最大化問題を planner から見て形式的に示すと、次のようになる。

$$\max_{x^c(t)} u^c(t) = \phi[(1 - x^c(t))\sigma_B + \min[x^c(t), \sum_{d \in S_c} p(d, c)x^d(t)]] \quad (1)$$

ここで $x^c(t)$, $x^d(t)$ は格子点 c, d におけるエージェントの状態, $p(d, c)$ は格子点 d のエージェントが稼動している場合に、格子点 c のエージェントが利益を得る割合 (確率) である。以下では簡単化のため、確率は同じで $p(d, c) = 1/N_c$ と仮定しておく。

なお、関数 $\phi(\cdot)$ は、単純に $\phi(z) = z$ としておく。関数 $\phi(\cdot)$ は文献 [7] において単調な増加関数 (monotonic increasing function) であれば特別な形状を仮定する必要は無いとして定義され、単純に $\phi(z) = z$ (identity function) とされていることを考慮して、この形状を用いることにする。この最大化問題を解く方法としては、稼動しない場合の利益と比較して稼動する場合の利益が多い場合には、稼動するという行動をとることを用いる。

原理的には、エージェントの最適な行動は式 (1) から得られる解によるもの (合理的期待による行動と呼ばれる) が望ましいものとなる。しかし、式 (1) におけるエージェントの状態は時刻 t における値であり、左辺に示す状態変数の時刻も t であり、連立方程式を解く問題に帰着され複雑なので、代替的な方法を用いる。いま、右辺に含まれるエージェントの時刻 t における状態は、近似的に時刻 $t - 1$ と同じであるとする期待を仮定した場合 (このような場合を適応的期待による行動と呼ぶ) には、式 (1) における左辺の値を求めることができる。具体的には、時刻 t において σ_B

を境界値として操業・雇用（操業休止・非雇用）を決めるエージェントの行動は、次の式で記述できる。

$$\mu(x^c(t)) = \sum_{d \in S_c} p(d, c)x^d \quad (2)$$

$$x^c(t) = \begin{cases} 0, & \text{if } \mu(x^c(t)) < \sigma_B; \\ 0 \text{ or } 1, & \text{if } \mu(x^c(t)) = \sigma_B; \\ 1, & \text{if } \mu(x^c(t)) > \sigma_B; \end{cases} \quad (3)$$

なお $\mu = \sigma_B$ のケースが発生した場合には、ランダムに $x^c(t) = 0$ か $x^c(t) = 1$ かを選択する。以下ではこのような関数 $\mu(\cdot)$ を、エージェントの行動決定関数と呼んでおく。

エージェントが適合的期待による行動をとった場合に、十分な時間経過後に、すべてのエージェントが満足する均衡状態が達成できるかの厳密な証明はない。しかしながら、エージェントが情報を収集する範囲 S_c ，すなわちエージェントが存在する格子点からの円の半径 r が十分に大きい場合には、時間が経過したあとに、均衡状態が達成でき、エージェントの状態についてクラスタが形成されることが証明されている [10]。

2.2 行動決定関数の拡張とクラスタ変動

次に、ここに示すエージェントの行動決定関数において、決定手順にランダムさを導入する拡張を行う。具体的には、式 (1) における関係式において、 $\mu(\cdot) = \sigma_B$ となる範囲を一点ではなく、ある幅を持ったものへと拡張する。これを式で示すと以下ようになる。

$$\mu(x^c(t)) = \sum_{d \in S_c} p(d, c)x^d \quad (4)$$

$$x^c(t) = \begin{cases} 0, & \text{if } \mu(x^c(t)) \leq \sigma_B - B_b; \\ 0 \text{ or } 1, & \text{if } \sigma_B - B_b < \mu(x^c(t)) < \sigma_B + B_b; \\ 1, & \text{if } \mu(x^c(t)) \geq \sigma_B + B_b; \end{cases} \quad (5)$$

したがってエージェントが次の時刻の状態を決める場合に、 $\sigma_B - B_b < \mu(x^c(t)) < \sigma_B + B_b$ の範囲であれば 0 か 1 かをランダムに選択することになる（これ以外のケースでは 1 か 0 かに一意的に決まる）。

このような現象は、例えば企業をとりまく環境などが変化して、従来の行動決定にあいまいさが増大する場合などに対応するであろう。このような拡張によるエージェント状態のクラスタとその変動については、詳しくは応用例において述べるが、パラメータを $B_b > 0$ とした場合にはクラスタの形状に変動が発生し、場合によってはこの変動は収束しないこともある。

2.3 複数の状態の導入とクラスタ変動

次に、状態変数の数を増加させた、より一般的なエージェントモデルを導入する。まず格子点 c におけるエージェントの特性記述に用いる変数を、複数個 $x_i^c(t), i = 1, 2, \dots, 2M + 1$ に拡張する [14], [15]。このように複数の状態を導入する理由としては、エージェントの活動に影響する要因を

変数で表現することにある。例えば、企業が特定の地域に立地して周辺に新しい企業の集積を生むとするスピルオーバー効果分析のモデルにおいては、例えば文献 [16] ~ [18] において示されているように、その地域の大学が企業に協力をするかしないか ($x_2^c = 1, 0$ で表現する) や、自治体の補助金が企業に支給されるかされないか ($x_3^c = 1, 0$ で表現する) などが影響を与えている。したがって、生産 (操業) を示す状態変数 (これを $x_1^c(t)$ としておく) に加えて、これに副次的に影響する変数を導入する。

また、このように複数の状態を導入する直接的な目的は、クラスタ変動が発生する原因を推定することにある。Model S におけるシミュレーションにおいては、エージェントの状態はその初期値をランダムに設定して開始するが、第 1 番目の変数に関して安定したクラスタが形成されたあとでも、第 2 番目あるいは第 3 番目の変数をランダムな状態 (初期値) に戻した場合には、第 1 番目の状態のクラスタは変動を続ける現象を確認することにある。すなわち、企業が立地している状況でも大学や自治体の協力が瞬間的に変化した場合には、もはや企業は立地しない可能性が発生することに対応している。このような現象を確認する事例は、応用例において示す。この概要としては、状態変数 x_1 について形成された状態のクラスタは、変数 x_2, x_3 をランダムにすることにより、短い期間でランダムな状態になり、最終的には元のクラスタの形状とは異なるクラスタになることが分かる。

このような拡張モデルにおけるエージェントの行動決定関数は、以下ようになる。いま、ある格子点 c におけるエージェントについて状態変数 $x_i^c(t)$ の状態遷移は、周辺のエージェント $k, k \in S_c$ の状態の中で、 x_i^k だけではなく、前後 $2M+1$ 個の状態 $x_{i+j}^k, j = -M \sim M$ も入力変数として、期待値を計算するように拡張する。ただし、 $i+j, i-j$ 状態ベクトルの範囲 $n, 1$ を超えた場合には、それぞれ、 $i+j-n, i-j+n$ へと置き換えることとする (トーラス状の対応関係)。

このような、ある状態変数の前後の変数も推定に利用する場合のエージェントの状態遷移は、次のように記述される。なお、ここで示す状態変数を複数に拡張した場合においては複雑さを避けるため、前節に導入したような行動決定関数におけるランダム性 ($B_b > 0$) は用いない。

$$\mu(x_i^c(t)) = \sum_{j=-M}^M \sum_{d \in S_c} p(d, c) w_j x_{i+j}^d(t-1), \quad \sum_{j=-M}^M w_j = 1 \quad (6)$$

$$x_i^c(t) = \begin{cases} 0, & \text{if } \mu(x_i^c(t-1)) < \sigma; \\ 0 \text{ or } 1, & \text{if } \mu(x_i^c(t-1)) = \sigma; \\ 1, & \text{if } \mu(x_i^c(t-1)) > \sigma; \end{cases} \quad (7)$$

3 エージェントの協働モデルとクラスタ変動

3.1 局所的交流をするエージェントの協働関係

経済モデルにおける生産と消費の最適化問題 (すべての消費者が満足する数量と価格を決める問題) として、平面上に配置されたエージェントが生産において協力 (協働と呼ぶ) するモデルをとる。本論文では、文献 [20] において示されている 2 つの地域の間における企業エージェント

と労働エージェントの配置を取り扱うモデルを、平面において、これらエージェントを配置したモデルへと拡張したものをを用いる [13] ~ [15]。しかしながらモデルの導出などを詳細に述べることは適切ではないので、以下では、主要な関係式だけをまとめることとし、概要を付録に示すにとどめておく。

説明を分かりやすくするため最初に地理的に2つの地域 ($i = 1, 2$) を仮定し、これらのそれぞれの地域に、複数の企業エージェントと複数の労働エージェントが存在すると仮定する。すなわち、1つの地域の中に複数の企業・労働エージェントが存在すると仮定する。なお、以下の式の説明で用いる変数の意味については、次のようになる。

$p_i(t), w_i(t)$: 地域 i で生産される商品価格と労賃

$d_i(t)$: 地域 i で生産される商品の最適生産数量 (需要数量 q に等しい)

$Y_i(t)$: 地域 i における労働エージェントの使用予算 (収入に等しい)

$n_i(t), \lambda_i(t)$: 地域 i における企業立地数, 労働エージェント比率

F : 労働以外の定額の収入

$\mu (< 1)$: 労働エージェントの収入に占める商品への支出割合

労働エージェントのプールが地域1に存在し、このプールから離脱して労働エージェントは地域2へと移動できると仮定しておく。なお、このような労働エージェントが移動可能であることに対応して、商品の移動コストを導入する。いま $T (\geq 1)$ は商品の移動コストであり、ある地域から別の地域に商品を移動するとき、単位商品あたりに要する費用の割合である。この T を用いて商品の購入可能数を $1/T$ とすることもできるが、以下では別の地域 j の商品を購入するときの価格 p_j が、 p_j から $p_j T$ へと変化することで表現している。また、協調関係により生産される商品は1種類としておく。

このようなモデル化のもとで、企業エージェントは最適な生産を追求し、労働エージェントは自身の要求が充足 (効用が最大化) されるような行動を追求する。これらの双方の要求が満足される時点で、生産する商品の価格 (この価格は労賃にも等しい) が定まる (いわゆる均衡条件の存在)。地域における $\lambda_i(t)$ の遷移については、次のような過程をたどる [20] ~ [22]。

$$\lambda_j(t+1) = \lambda_j(t) + \prod_{i=1}^N \lambda_i(t) L \gamma \ln \frac{p_1(t)}{p_j(t)} \left(\frac{G_j(t)}{G_i(t)} \right)^\mu \quad (8)$$

ここで λ_i の初期値は乱数により与える。

一般には、このような均衡条件 (地域が2つの場合には $\lambda_1(t) = \lambda_2(t) = 0.5$ である) が容易に検出できて、時間が経過しても変化しない。しかしながら、商品の移動にコスト $T > 1$ が必要である場合には $\lambda_i(t)$ が時間的に変動し、しかもその変動はパラメータ T に依存して、カオス的な変動を示すことが分析されている [14], [20]。

次に、地域を2つと仮定してきたモデルを、平面上にエージェントが配置されるケースへと拡張する。基本的には、ある格子点におけるエージェント配置が周辺の格子点のエージェント配置と関連を持つことができると仮定している。別の格子点への産出物の移動のコストは T であると仮定しておく。

なお、エージェントを平面配置へと拡張したモデルである Model P にはおいては、地域間でエージェント移動が閉じているモデルとは異なり、それぞれの格子点 (i, j) におけるエージェント総数

を求め ($\Lambda_{i,j}$ としておく), これを地域間エージェント移動モデルにおける λ_i に代替する必要がある。式としては $\Lambda_{i,j} = \sum_{k \in K} \lambda_k$ として表現できる。ただし K は格子点 (i, j) に接続されている格子点 k の集合であり, λ_k はこの格子点 k から格子点 (i, j) へ流入するエージェントの割合である。すなわち, それぞれの格子点からエージェントが平面的に移動を行うため, 移動先の格子点 (i, j) においては, これらを合計した値 $\Lambda_{i,j}$ を用いる必要がある。これにともなって格子点におけるエージェントの満足度 $Y_{i,j}$ と産出物の価格 $p_{i,j}$ もあらためて定義される。

話を分かりやすくするために, 平面のある領域の中心の座標を $(0, 0)$ として, この周辺に配置されたエージェントの相互関係を式により示す。

$$d_{0,0} = \mu \left[\sum_{i=-1}^1 \sum_{j=-1}^1 Y_{i,j} \hat{G}_{i,j}^{\sigma-1} \right] p_{0,0}^{-\sigma} \quad (9)$$

$d_{0,0}, p_{0,0}$ は座標 $(0, 0)$ における産出物の需要と評価値であり, $Y_{i,j}$ は座標 (i, j) に移動してきたエージェントの満足度合計である。これ以外の座標, 例えば $(0, 1)$ における $d_{0,1}$ を与える式も同様に求めることができ, 右辺には $Y_{i,j+1}$ が含まれる。このように, 注目する $d_{i,j}$ の座標が $(0, 0)$ から 1 つずれた場合には, 右辺に加わる変数も $d_{0,0}$ を記述する変数とは異なるものになる。したがって, 式 (6) に示す均衡条件を与える評価値を計算するには, 全部の平面における評価値 $p_{i,j}$ を同時に求める必要がある。

このような均衡条件が成立するための評価値 $p_{i,j}$ を解析的に求めることはできないので, 本論文では逐次的な計算方法を用いている。すなわち, ある時刻には価格 $p_{i,j}$ 以外は既知であるとして $p_{i,j}$ を推定し, 次のステップではこの評価値以外のある評価値について, 同様な近似的な推定を行い, 推定値の変化が小さくなるまで繰り返し計算をする。

このようにして得られる格子点へと流入するエージェントの割合の合計 $\Lambda_{i,j}$ (表面データと呼ぶ) は分析結果により, マルチフラクタルとなっていることが分かる。ただし, 本論文では表面データが定常状態に達することだけを用いているので, マルチフラクタル分析の詳細は省略する [15], [16]。

3.2 Model P におけるパラメータとクラスタ変動

次に Model P においてパラメータを変化させた場合に, いったん形成されたクラスタが変化するかどうかを考察する。なお Model P においては多くのパラメータが含まれているが, その多くはクラスタ形成までの速度や形状の違いを生むものであり, 変動に寄与するものは少ない。これらを考慮し, さらにやや現実的な背景をともなうケースを想定し, 以下では定数として定義されていた F および σ を変化させる場合を考察する。具体的には, 最初の設定ではすべての格子点について F, σ の値は一定であると仮定しているが, これを格子点ごとに変化させるケースであり, しかもこの値の設定を, ランダムに行うことにする。このような F の設定は, 企業が立地する場所格子点において, 農業収入に代表される賃金以外の収入 (その中には自治体から労働エージェントへの直接的な援助を含めて考えることができる) が, 格子点ごとに異なることである。また σ を変化させる場合には, 地域ごとに消費者の行動が変化する場合に相当する。

このようにエージェント協働モデルにおいて、記述するパラメータを変化させた場合の詳細は後半の応用例において述べるが、その概要は以下ようになる。極端な場合として、 F および σ の値を初期値からランダムに 2 つの値のいずれかに変化させる。その結果、Model P における労働エージェントの格子点 (i, j) における合計数 Λ_{ij} を 3 次元データとして表現したものは、最大で 30% 程度変化する。このことから、エージェントをとりまく条件が変化することにより、データにより形成される 3 次元データ Λ_{ij} には変動が発生することが確認できる。しかしながら一方ではそれぞれの格子点における F および σ の大きさと $\Delta\Lambda_{ij}$ の間には相関が見られないため、やや複雑な影響が存在することが予測される。

4 応用例

4.1 Model S における状態変化によるクラスタ変動

以下では応用例として、まず Model S において状態変数 x_1 以外の変数をランダムな値に初期化することによって状態変数 x_1 のクラスタが変動する性質について述べる。シミュレーションの条件を以下に示す。

平面の大きさ： 200×200 , $\sigma_B = 0.5$

エージェントが情報収集する範囲：半径 $r = 1/\sqrt{2}, \sqrt{3}$ の円

エージェントを記述する状態変数の個数： $N_S = 1, 3, 5$

まず最初に、状態変数をランダムな値に戻すことをしない通常のケースについて、クラスタ形成の例を示しておく。図 1 には状態の初期値をランダムに与えた場合において時間の経過とともに、状態が 1 であるエージェントのクラスタが形成される例を示している ($r = 1$)。なお、図示の都合上、このような平面の一部 (50×50 の大きさの平面) だけを示している。この図から分かるように、経過時間 t とともにランダムな状態のパターンから、まとまったクラスタの形状へと変化していくことが分かる。

なお、局所的交流の半径が $r > 1$ である場合には、時間が経過するとクラスタが形成され、状態の変化は収束するが、 $r = 1$ の場合にはエージェント状態を詳しく調べると、クラスタ形状の外周部分においては時刻 $t, t+1$ において、1 から 0 (あるいは逆) に変化するエージェントがあり、クラスタ形状は細かな変化を継続する (外周部分の変動と呼んでおく)。その割合は格子点全体の 1% 程度である。しかしながら、本論文で示すクラスタ形状の変動は、このような外周部分の変動と比較して形状全体が変動するケースであるので、以下では $r = 1$ における外周変動については議論しない。

次に Model S において、エージェント状態の一部を変化させることによるクラスタの変動について述べる。状態変数の個数を $N_S = 3$ として、行動決定関数における変数の間の重みを $w_0 = 0.4$, $w_1 = w_2 = 0.3$ としておく。いま、エージェントを記述する状態変化が収束し、クラスタが形成された段階 (その時刻を T_1 とする) で第 1 番目以外の変数の値だけを、その初期値である乱数に戻す操作を行う。この例は、企業に対して大学が協力する関係を見直すことなどに相当するので、企業の立地にも影響を与える。図 2 は、このようなシミュレーション結果の例を示している。ただし、クラスタが時刻 T_1 において安定化したケースは図 1 と同じであるので省略し、時刻 T_1 以降に見

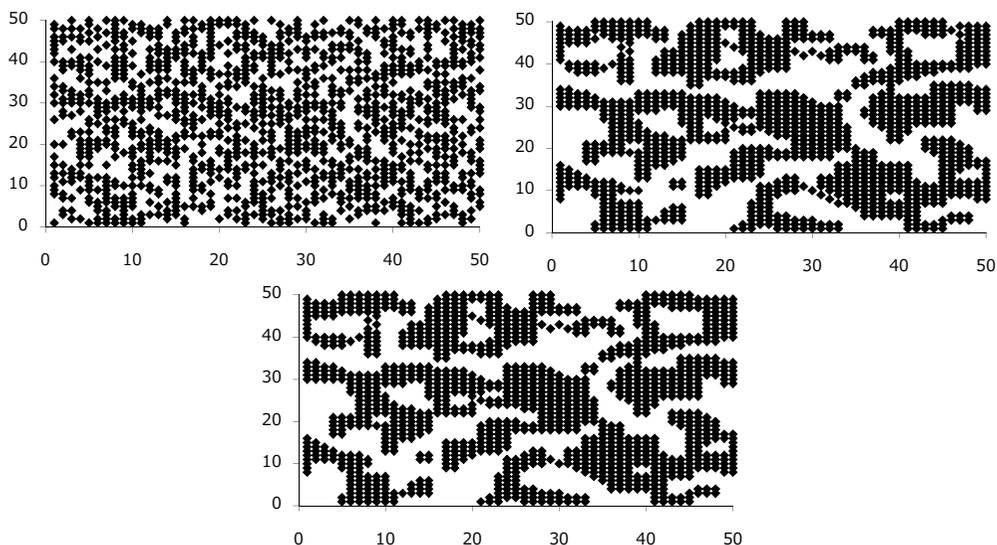


図 1: エージェントの状態のクラスタ形成の例 (Model S, $r = 1$, 左上: $t = 1$, 右上: $t = 8$, 下: $t = 20$)

られる状態の図のみを示す。図 2 における左図は、この時刻から時間が経過した $t = T_1 + 2$ の場合、右図はこの時刻からまた時間が経過して ($t = T_1 + 40$)、再び安定的なクラスタが形成されたときの様子である。このように時刻 T_1 において状態変数 x_1 以外の変数を乱数に戻すことにより、状態変数 x_1 のクラスタが変動を開始して、最終的に得られるクラスタは時刻 T_1 における形状とは異なっている。

なお、このように状態変数 (例えば x_1) 以外の変数 (例えば x_2, x_3) をランダムな状態に戻すことにより、状態変数について形成されたクラスタが変動し、最初のクラスタと異なる形状に収束する条件として、変数間の重みが関係している。いま、 $w_0 = 1$ とすれば明らかにクラスタ変動は発生しない。しかしながら、 $w_0 < 1$ である範囲では、多くのシミュレーション結果から、このクラスタ変動が発生することが確認できる。

4.2 行動決定関数変化によるクラスタ変動 (Model S)

次に Model S において形成されたクラスタが変動する原因を、エージェントの行動決定関数の変化から調べることにする。

これまでの議論では、行動決定関数の形状においては $B_b = 0$ と仮定しており、ほとんどのケースで $\mu(\cdot) = 0.5$ となるようなことが発生しないことから、クラスタが形成される過程も円滑に行われている。しかしながら、行動決定関数において $B_b > 0$ として設定した場合には、乱数により行動を決定するケースが相対的に多く発生することになるので、いったん形成されたエージェントの状態のクラスタが、再び変動することも予想される。しかし一方では、パラメータを $B_b > 0$ として設定したままであれば、クラスタ形状の変動が継続され、変化を引き起こす要因の推定には適切

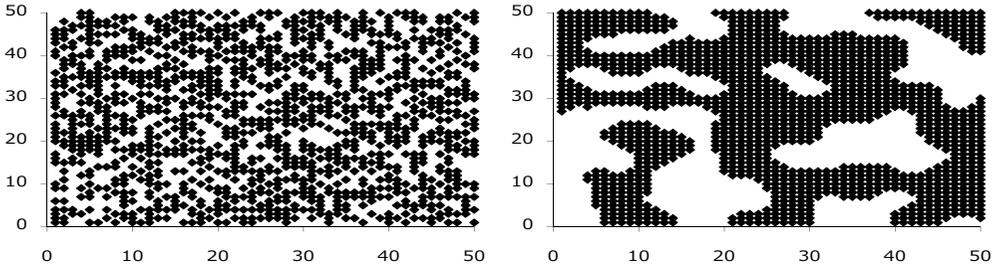


図 2: エージェントの状態のクラスタ変動の例 (Model S, $r = 1$, 左: $t = T_1 + 2$, 右: $t = T_1 + 40$)

表 1: クラスタが形成される境界 B_b^U

N_S	$r = 1$	$r = \sqrt{2}$	$r = \sqrt{3}$
1	0.31	0.31	0.32
3	0.30	0.31	0.32
5	0.30	0.31	0.31

ではない。したがって以下では、ある時間の幅 $T_B = 40$ でパラメータの設定の開始と終了を行った場合のクラスタ形状の変動を考察する。これを図式的に示すと、次のようになる。

Stage I: $B_b = 0$, Stage II: $B_b > 0$, Stage III: $B_b = 0$

まず $B_b = 0$ としてシミュレーションを開始し、前節で述べたようにエージェントの状態のクラスタが形成された時刻 $t = T_B$ から時刻 $t = 2T_B$ まで $B_b > 0$ として設定し、これ以降 $t = 2T_B \sim 3T_B$ は再びパラメータを $B_b = 0$ に戻すことにする。図 3 には、 $r = 1, B_b = 0.2$ とした場合について、このようなシミュレーション結果の例を示している。なお、クラスタが時刻 T_B において安定化したケース (Stage I) は図 1 と同様であるので省略する。図 3 には Stage II と Stage III におけるクラスタの例を示している。

この図から分かるように、Stage I, III においてはクラスタが形成され、その形状も安定しているが、Stage II においては、クラスタの形状はやや大きくなり Stage I, III とは異なっている。さらに、この図においては示していないが Stage II においては、クラスタの外周部分において 1 から 0 (あるいは逆) の状態変化が生じているため、クラスタ形状は不安定である (外周部分の変動)。また B_b をさらに大きくした場合には、Stage II におけるクラスタは明確には見られなくなり、状態は外周部分の変動ではなく、全体がランダムに変動するようになる。

このようにクラスタ形状が不安定でありながらも形成されるケースとランダムな状態に戻るケースとの境界を与える B_b の値には制限があり、多数のシミュレーションをもとにして、この限界の値 (上限値) B_b^U を推定したところ、その結果は表 1 のようになる。この場合、エージェントの局所的交流の半径 r 、状態変数の個数 N_S を変えながら B_b の限界値 B_b^U を推定しているが、これら間に大きな差異は見られない。

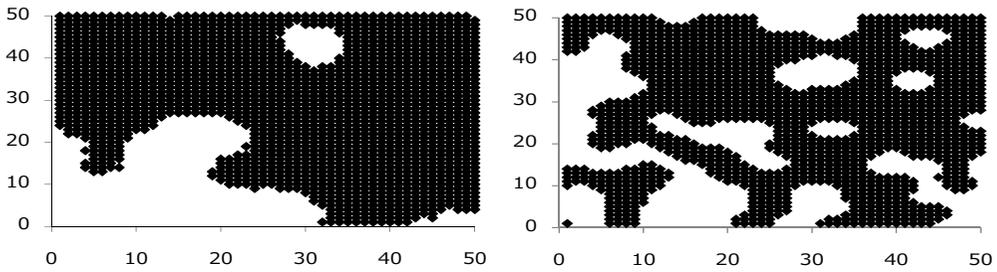


図 3: エージェントの状態のクラスタの例 (Model S, $r = 1$, 左: Stage II, 右: Stage III)

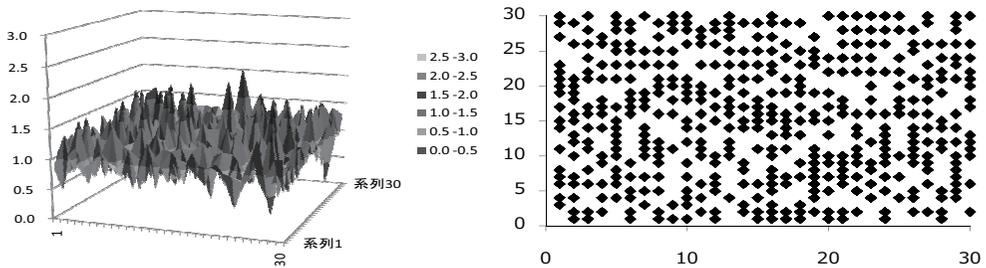


図 4: 格子点における Λ_{ij} の例 (左: 連続値の図, 右: 離散値の図)

4.3 Model P におけるクラスタ形成

以下では、局所的交流により協働するエージェントからなるモデル Model P におけるクラスタの形成について、シミュレーション結果をもとに議論する。シミュレーションの条件を以下にまとめておく。

平面の大きさ: 100×100

エージェントが情報収集する範囲: 半径 $r = 1$ の円

$L = 20$ $\mu = 0.4$ $\rho = \beta = 1$ $\sigma = 7.5$ $\gamma = 0.4$, $T = 2.8$, $F = 50$

Model P についても Model S と同様に、エージェントの状態は時間の経過とともに一定のクラスタが形成される方向に収束する。まず、図 4 の左図には格子点における労働エージェントの合計である Λ_{ij} を、そのまま連続値として示している。図では分かりやすくするために、 30×30 平面の上におけるデータだけ表示している。一方、図 4 の右図にはこの連続値 Λ_{ij} の平均 $\bar{\Lambda}$ を求め、格子点の Λ_{ij} の値が、この平均値 $\bar{\Lambda}$ より大きいか小さいかで、1 か 0 の 2 値を与え、1 の状態だけを平面上に表したものを示している。この図 4 の右図から分かるように、Model P においても、状態の連続値をある閾値で区分した場合のエージェントの (2 値化された) 状態は、クラスタを形成することが見てとれる。しかしながら Model S とは異なり、クラスタの範囲やその連結された大きさは、相対的に小さなものとなっている。

表 2: パラメータ F σ と $\Delta\Lambda_{ij}$ の統計量の関係

cases	L-mean	L-min	L-max
Case 1	0.24	0	0.042
Case 2	0.19	0	0.040

4.4 パラメータ変化によるクラスタ変動 (Model P)

次に Model P において、パラメータである F および σ を変化させた場合の、クラスタ変動について議論する。いま F σ を、次のように初期値から格子点ごとランダムに変化させることを仮定し、それぞれを Case 1, Case 2 と呼んでおく。

Case 1 : $F = 50 \rightarrow F = 5, 500$

Case 2 : $\sigma = 7.5 \rightarrow \sigma = 2.5, 7.5$

このようにパラメータを変化させたあとでは、3次元データ Λ_{ij} は変動を続けるが、時間の経過とともに、再び収束に向かう。すでに述べたように、格子点におけるパラメータの変化の大きさ ΔF $\Delta\sigma$ と格子点のデータの変化分 $\Delta\Lambda_{ij}$ との間には相関は見られない。この理由から、 $\Delta\Lambda_{ij}$ について図示することは省略する。表 2 には Case 1, Case 2 における $\Delta\Lambda_{ij}$ の値の、絶対値の平均値 L-mean と最小値 L-min および最大値 L-max を示している。なお表面データ Λ_{ij} の平均値は 1 である。このことから、パラメータ F σ を初期値から変化させることによる格子点における 3次元データの変動が観測されることが確認できる。しかしながら Model P そのものが均衡モデルに基づいているために、Model S と比較した場合にはクラスタの形状を大幅に変えるものとはなっていない。

4.5 現実のデータ分析と考察

次に、本論文で提案するクラスタ変動のモデル分析の手法を、現実のデータに適用した場合の結果について考察する。具体的には、日本と米国の経済社会的なデータを平面的なクラスタとして表現した場合に、この時間的な変動を説明するような要因を推定する。ただし、これまで述べてきた人工データによるシミュレーションとは異なり、実際のデータへ直接的に本論文のモデル分析手法を適用しても、精度の高い結果が得られることは期待できないので、以下のような課題に限定している。

Model S の場合

(1) クラスタの時間変化抽出

まず、Model S の適用に関してはある時刻 (年度) における平面上の格子点の状態に関して平均値より大きい小さいかにより 2 値に離散化して、このクラスタ形状に時間変化が見られるかどうかを抽出する。クラスタ形状の変動の尺度として格子点における 2 値化された値が 1 から 0 (あるいは逆方向) に変化する割合を採用する。この場合、観測期間全体を通じて変動 (全期間変動と呼ぶ) が大きいケースと、それぞれの年度におけるクラスタ形状の変動が大きくしかも全期間変動が

相対的に小さい場合（単年度変動と呼ぶ）が大きいケースをそれぞれ抽出する。単年度変動は状態がランダムに変動するケースに相当する。

（2）状態変数の間の影響分析

このような変数の挙動が特定された場合に、次の2つの種類の状態変数の間の影響分析を行う。すなわち（a）単年度変動から全期間変動への影響（b）全期間変動それ自身における影響である。ここで（a）に示す影響はランダムに変動する状態変数によるクラスタ変動誘起の例であり（b）は、エージェントの行動決定関数の記述における閾値 B_b が変化することにより、自身の形状が大きく変動するケースに相当する。

Model P の場合

Model P における人工データを用いた分析の結果において示したように、Model S におけるクラスタ変動のような顕著な変動は見られないので、以下では別の方法による分析を試みる。具体的には、変数の間における相関係数を求めて、大きな相関が存在するケースについて、影響が存在すると判断する。特に単年度変動と全期間変動の相関を分析することにより、単年度におけるパラメータの変化の影響を分析する。例えば、ある変数 x_1 について計算した単年度変動とある変数 x_2 の全期間変動との間に相関関係が見出された場合には、パラメータの瞬間的な切り替えに相当する変数 x_1 の影響が、その時刻以降の変数 x_2 の変動に影響を与えていると判断する。

以下では、経済活動や住民の移動などに関する日本および米国のデータを収集し、国土平面上における状態変化を抽出して、これまで述べた Model S, Model P の適用可能性を考察する。用いるデータはすべて公開されているものであり、提供団体は日本については総務省統計局、国土地理院、国税庁であり、米国では Census Bureau, Bureau of Economic Analysis である。データの収集時期は日本・米国どちらも、1960年から2005年まで5年ごとの観測値である。

収集の単位は日本では都道府県ごと、米国では州ごとである。すなわち、日本（米国）では自治体（州）が1つの格子点とみなされ、住民はここに存在するエージェントとみなされる。ただし、実際の自治体（州）の配置をそのまま2次元平面に置き換えると、格子点の間の距離が必要以上に離れたり、格子点が存在しないケースが発生する問題がある。このため、あくまでも格子点の配置における隣接関係だけを取り出して、2次元平面上での、相互の位置関係を決定している。この場合、配置する都合から同じ自治体（州）を意味するダミーの格子点を用いているが、シミュレーションにおいては、同じ格子点とみなして処理している。国土の周辺を形成する自治体（州）の一方は存在しないため、もう片方の自治体（州）をダミーとして配置する。ただし、このダミーの自治体（州）についての処理は行わない。

表3には格子点におけるエージェントの特徴を記述する観測データを変数としてまとめたものを示している（移転所得とは、自治体から住民への生活保護などの支給をさす）。変数の数値はすべて住民あたりなど相対的な数値に変換し、相互比較が可能なものになっている。なお変数によっては、複数の時系列を総合して整合性を保ち、エージェントの状態の値域をそろえるため、対数をとったり、傾向線で割るなどの若干の補正を施している。

表4には Model S におけるクラスタ変動を推定した結果として、全期間変動の大きさの平均値（p.Aとして表示）および単年度変動の大きさの平均値（p.Sとして表示）を示している。この結果が示すように、全期間変動の大きな状態変数は、次のようにまとめられる。

日本の場合： x_3, x_6, x_7 、米国の場合： y_2, y_3, y_5, y_6

表 3: 日本と米国の自治体基本データ (変数)

Jpn.	内容	US.	内容
x_1	人口密度 (人/平方 km)	y_1	人口密度 (人/平方 km)
x_2	老齢率 (1000 人当り)	y_2	企業所得 (ドル/社)
x_3	企業所得 (円)	y_3	住民所得 (ドル/人)
x_4	企業数 (社)	y_4	犯罪発生率 (10 万人当り)
x_5	住民所得 (円)	y_5	移転所得 (ドル/人)
x_6	勤労者数 (人)	y_6	実質移転所得 (ドル/人)
x_7	第 1 次産業数 (企業数)	y_7	年金生活者数 (1000 人当り)
x_8	第 2 次産業数 (企業数)	y_8	白人比率 (1000 人当り)
x_9	第 3 次産業数 (企業数)	-	-
x_{10}	高速道路の通過数 (本数)	-	-

表 4: 日本と米国のクラスタ変動の指標

var.	p.A	p.S	var.	p.A	p.S
x_1	0.4	2.1	y_1	8.4	3.2
x_2	8.8	7.2	y_2	43.6	13.2
x_3	18.8	7.3	y_3	23.1	6.2
x_4	4.6	4.2	y_4	2.2	3.1
x_5	9.8	10.2	y_5	35.8	10.1
x_6	13.7	10.1	y_6	21.7	7.1
x_7	13.1	4.0	y_7	9.4	5.2
x_8	10.8	6.1	y_8	5.9	24.3
x_9	7.3	8.2	-	-	-
x_{10}	6.1	19.1	-	-	-

一方、単年度変動が大きな状態変数は、次のようにまとめられる。

日本の場合： x_{10} ，米国の場合： y_8

この結果から分かるように、全期間変動が大きなものは経済行動に関連するものであり、一方、単年度変動が大きな変数は、米国では白人の居住比率、日本では高速道路の通過本数などの生活環境に関するものである。したがって、経済行動に関する状態変数におけるクラスタ変動は、この状態変数を用いて行動を決定する住民の行動決定関数の変動により、大きなクラスタ変動が引き起こされていると同時に、これに副次的な影響を与える生活環境の変数のランダムな変動が、影響を与えていることが推測される。

次に Model P による分析のデータとして、変数の単年度変動（離散値ではなく連続値の変化）の相関係数を求めて、分析を行う。具体的には状態変数の期間全体の変化（全期間変動）の大きさと、単年度の変化の大きさ（単年度変動）を求め、この数値の変数どうしの相関係数を計算している（結果のデータは大きな表になるので、ここではその詳細は省略する）。特に注目するのは、単年度変動と全期間変動との間における相関であり、Model P の人工データ分析において示したように、パラメータ F の切り替えに相当する状態変数の単年度変動が、全期間変動に与える影響を見出すことができる。このような単年度変動が全期間変動の間において大きな相関係数が存在す

るケースは、以下のようになる。なお、以下に示す式の矢印 \rightarrow の左側（右側）は、変数を単年度変動（全期間変動）として見た場合をそれぞれ意味している。例えば $x_2 \rightarrow x_8$ は、変数 x_2 の単年度変動と変数 x_8 の全期間変動の相関が大きいことを意味している。

日本： $x_2 \rightarrow x_8, x_{10} \rightarrow x_7, x_7 \rightarrow x_9, x_9 \rightarrow x_5$

米国： $y_1 \rightarrow y_2(y_3), y_2 \rightarrow y_1(y_3, y_5, y_6), y_2 \rightarrow y_8$

しかしながら、一般に経済活動を示す状態変数の間の相関は大きいと考えられるので、このような対を除外して考察する必要がある。これらを考慮した結果、直接的な経済活動により得られる相関関係ではないものとして、日本では $x_2 \rightarrow x_8, x_{10} \rightarrow x_7$ 、米国では $y_1 \rightarrow y_2(y_3), y_2 \rightarrow x_8$ が見出される。

5 むすび

本論文では、平面上に配置された局所的交流をするエージェントの状態により形成されるクラスタの変動分析について述べた。2つのモデルを導入することにより、時間の経過とともにエージェントの状態においてクラスタが形成され均衡することを示し、さらにある状態やパラメータをランダムに変化させることにより、クラスタの形状が変動することを確認し、その条件を整理した。

今後の課題として現実のデータへの適用範囲を拡大すると同時に、エージェント行動の推定について検討を進める予定である。

参考文献

- [1] K. J. Arrow and G. Debreu, "Existence of an equilibrium for a competitive economy," *Econometrica*, vol.22, pp.265–290, 1954.
- [2] O. Williamson, *The Economic Institutions of Capitalism*, The Free Press, Macmillan, New York, 1985.
- [3] R. Kranton, "Reciprocal exchange: a self-sustaining systems," *American Economic Review*, vol.86, no.4, pp.830–851, 1996.
- [4] W. Oh and S. Jeon, "Membership herding and network stability in the open source community: The Ising perspective," *Management Science*, vol.53, no.7, pp.1086–1101, 2007.
- [5] B. Bulter, "Membership size, communication activity, and sustainability: A resource-based model of online social structures," *Information System Research*, vol.12, no.4, pp.346–362, 2001.
- [6] E. von Hippel and G. von Krogh, "Open source software and the private-collective innovation model: Issues for organization science," *Organization Science*, vol.14, no.2, pp.209–223, 2003.
- [7] N. Oomes, "Local trade networks and spatially persistent unemployment," *Journal of Economic Dynamics & Control*, vol.27, pp.2115–2149, 2003.

- [8] A. V. Outkin, "Corporation and local interactions in the prisoners' dilemma game," *Journal of Economic Behavior & Organization*, vol.52, pp.481–503, 2003.
- [9] L. Tesfatsion, "Structure, behavior and market power in an evolutionary labor market with adaptive search," *Journal of Economic Dynamics & Control*, vol.25, pp.419–457, 2001.
- [10] G. Topa, "Social interactions, local spillovers and unemployment," *Review of Economic Studies*, vol.68, pp.261–295, 2001.
- [11] G. Caruso, D. Peeters, J. Cavailles and M. Rounsevell, "Spatial configurations in a peri-urban city: A cellular automata-based microeconomic model," *Regional Science and Urban Economics*, vol.37, pp.542–567, 2007.
- [12] 池田欽一, 時永祥三, "格子点に配置されたエージェントの交互作用により生成されるマルチフラクタル表面特性を用いた生成過程推定," 電子情報通信学会論文誌 (A), vol.J92-A, no.12, pp.964–979, 2009.
- [13] 時永祥三, 高木昇, "スケールフリーネットワーク上に配置された局所的交流を行うエージェントの行動分析—エージェント特性のマルチフラクタル分析を中心として," 電子情報通信学会論文誌 (A), vol.J94-A, no.5, pp.323–335, 2011.
- [14] 時永祥三, 池田欽一, "局所的交流をする平面上のエージェント特性で生成される信号のカオス・マルチフラクタル分析," 電子情報通信学会論文誌 (A), vol.J94-A, no.6, pp.389–404, 2011.
- [15] 時永祥三, 池田欽一, "局所的交流による行動決定と状態遷移を行うマルチエージェントからなる平面上のエージェント・クラスタ形成分析," 情報処理学会論文誌採録決定済, 2011.
- [16] Z. Cheng and B. Nault, "Industry level supplier-driven IT spillovers," *Management Science*, vol.53, no.8, pp.1199–1216, 2007.
- [17] S. Grima and K. Wakelin, "Local productivity spillovers from foreign direct investment in the U.K. electronic industry," *Regional Science and Urban Economics*, vol.37, pp.399–412, 2007.
- [18] J. Alcacer and W. Chung, "Location strategies and knowledge spillovers," *Management Science*, vol.53, no.5, pp.760–776, 2007.
- [19] J. P. Cohen, J. Catherine and P. Morrison, "Agglomeration economies and industry location decisions: The impacts of spatial and industrial spillovers," *Regional Science and Urban Economics*, vol.35, pp.215–237, 2005.
- [20] M. Currie and I. Kubin, "Chaos in the core-periphery model," *Journal of Economic Behavior & Organization*, vol.60, pp.252–275, 2006.
- [21] D. Puga, "Urbanization patterns: European versus less developed countries," *Journal of Regional Science*, vol.38, pp.231–252, 1998.

- [22] P. R. Krugman, "Increasing returns and economic geography," *Journal of Political Economy*, vol.99, pp.483-499, 1991.
- [23] J. B. Shoven and J. Whalley, *Applying General Equilibrium*, Cambridge University Press, Cambridge, 1992.

付 録

それぞれの企業エージェントは一定数量 q の商品を生産し、その費用 c は固定部分と、製造数量 q に比例する部分から成り立ち、式 $c = \alpha + \beta q$ で与えられると仮定する。地域 i における労働の賃金を $w_i(t)$ としておく。なお、以下では生産のモデルを時間 t の関数として議論するので、変数は t の関数として与えられる。このような前提のもとで地域における最適な生産のためには、商品の価格 $p_i(t)$ は、 $p_i(t) = \beta \alpha w_i(t) / (\sigma - 1)$ のように設定することが必要となることが示されている [20]。ここで $\sigma (\sigma > 1)$ は生産における弾性値である。労働エージェントについて 2 地域を合計した総数を L とし、地域 i における割合を $\lambda_i(t)$ とする。

いま、地域数を N とし、労働（消費）エージェントの効用関数（同一とする）を、 $U = [\sum_{i=1}^N (\delta_i)^{1/\sigma} (X_i)^\rho]^{1/\rho}$, $\rho = (\sigma - 1)/\sigma$ のような形であると仮定する [20], [23]。ここで、 X_i は地域 i における商品購入量であり、 δ_i は地域 i の商品への支出割合（シェアパラメータ）、 σ は商品に対する価格弾力性（一定値であると仮定）である。地域 i における労働エージェントの使用できる予算（収入に等しい）を $Y_i(t)$ とすると、 $Y_i(t) = F/N + w_i(t)\lambda_i(t)L$ のような関係になる。ただし、 F は労働以外の定額の収入を意味する。総収入における労働とこれ以外の収入の関係は、次のように整理される。

$$\left[\sum_{i=1}^N w_i(t)\lambda_i(t) \right] L / F = \mu / (1 - \mu) \quad (A1)$$

ここで $\mu (< 1)$ は、労働エージェントの収入に占める商品への支出割合である。

労働エージェントの効用 U を最大化する 1 階の条件から、地域 i で生産される商品への最適な生産数量（これは需要数量にも等しい） $d_i(t)$ が得られる [20], [23]。

$$d_i(t) = \mu \left[\sum_{j=1}^N Y_j(t) \hat{G}_i(t)^{\sigma-1} \right] p_i^{-\sigma} \quad (A2)$$

$$G_i(t)^{1-\sigma} = \sum_{j=1}^N n_j(t) \hat{p}_j^{1-\sigma} \quad (A3)$$

$$n_i(t)c = \lambda_i(t)L, (i=1 \sim N), \sum_{i=1}^N \lambda_i(t) = 1 \quad (A4)$$

ここで右辺に含まれる \hat{p}_j は次のように変換する。

$$\hat{p}_j(t) = \begin{cases} p_j(t), & i = j; \\ p_j(t)T, & i \neq j \end{cases} \quad (A5)$$

次に、地域 i における商品の需要 $d_i(t)$ は以下で与えられる。

$$d_i(t) = \mu \left[\sum_{j=1}^N Y_j(t) \hat{G}_j(t)^{\sigma-1} \right] p_i^{-\sigma} \quad (A6)$$

この式の右辺に含まれる $\hat{G}_j(t)$ に対しては $i = j$ ならば $\hat{G}_j(t) = G_j(t)$ および $i \neq j$ ならば $\hat{G}_j(t) = G_j(t)/T$ という変換が行われる。ここで $Y_i(t)$ は地域 i における労働エージェントの収入である。

$$Y_i(t) = F/N + w_i(t)\lambda_i(t)L \quad (A7)$$

F は固定収入であり式の中の変数は $l = \alpha\sigma$ により与えられ、 μ は F および L から決まる。どの地域においても企業エージェントの生産する商品の数量は同じであることが要求され（商品価格と賃金が比例することによる）、式 $d_i(t) = q$ が価格が満足すべき方程式になる。

さらに、地域における $\lambda_i(t)$ の遷移については、本文の式 (8) に示すような過程をたどる [20] ~ [22]。

時永 祥三 [九州大学大学院経済学研究院 教授]
松野 成悟 [宇部工業高等専門学校経営情報学科 准教授]