

# 進化学習するマルチエージェントで構成される人工市場における株価からのエージェント行動の判別：粒子フィルタを用いたジャンプマルコフシステムの状態推定適用

時永, 祥三  
九州大学大学院経済学研究院 : 教授

岸川, 善紀  
宇部工業高等専門学校経営情報学科 : 准教授

<https://doi.org/10.15017/19152>

---

出版情報：経済学研究. 77 (4), pp.1-15, 2011-01-20. 九州大学経済学会  
バージョン：  
権利関係：

# 進化学習するマルチエージェントで構成される 人工市場における株価からのエージェント行動の判別

— 粒子フィルタを用いたジャンプマルコフシステムの状態推定適用

時 永 祥 三  
岸 川 善 紀

## 1 まえがき

近年、株式市場をマルチエージェントによりモデル化する方法を基礎として、株価の時系列解析に基づいて市場の動向を推定する方法論が提案され、投資への応用などが期待されている [1]-[11]。この場合、あらかじめモデルを仮定して生成される株価時系列の性質を分析する方法は提案されているが、この逆問題であるとも言える、観測された株価からエージェントの行動を推定する方法についての検討は、あまりなされていない [11]。また多くの場合、エージェントシステムのシミュレーションの結果を用いており、間接的な説明となっている。株価は一般にマルチフラクタルである性質をもつので、種々のマルチフラクタル解析の方法により、エージェント行動を推定することが可能であるが、信頼できるマルチフラクタル解析には、少なくとも数千個のサンプルが必要である制約がある [12]-[15]。このような制約を除くための 1 つの方法として、本論文では時間域における時系列データがマルコフ連鎖的にジャンプ状に複数の状態方程式 (これらをケースと呼ぶ) の間を遷移するシステムから生成されると仮定し、進化学習 (evolutionary learning) するマルチエージェントで構成される人工市場における株価からのエージェント行動の判別を議論するが、この場合、粒子フィルタ (Particle Filters:PF) を用いたジャンプマルコフシステムの状態推定を適用する [16]。

本論文ではまず、人工市場を記述するためのエージェントのモデルとして、従来から行われている 3 つの判断を行うエージェントによるシステムを導入し、エージェントが行う株価予測行動を記述する式を定義する [1]-[3][5][6]。具体的には、株価を生成するエージェント行動を状態方程式によりモデル化し、記述する。このモデル化において、基本となる状態方程式の形式やパラメータを変更することにより、複数の状態方程式 (これをケースと呼ぶ) を定義し、ケースごとの株価の性質に顕著な差異が見られることをマルチフラクタル解析により確認する [12]-[15]。また、このような複数のシステムの状態方程式 (ケース) の間をジャンプマルコフ過程により遷移することにより、連続的な人工株価が生成される仮定を導入する [16][17]。次に、このような時系列生成の問題の逆問題として観測された株価からエージェントの状態、すなわちジャンプマルコフ過程のどの段階 (ケース) にあるかを推定する方法を示す。この問題に関しては、時系列から内部状態を推定する 1 つの方法である PF を適用する [18]-[23]。更に、この PF 手法の拡張として、マルコフ過程にしたがって複数の状態方程式の間をジャンプ状に遷移するモデルにおける状態およびケースを推定する問題に適用

する [16][17]。応用例として、人工的に生成された株価からその期間におけるエージェント行動すなわちケースを判別する問題を考察し、推定精度を議論する。

## 2 マルチエージェントにより形成される市場の株価

### 2.1 問題の定式化

以下では、マルチエージェントにより構成される人工株式市場の株価からのエージェント行動推定を議論する前に、本論文における問題の定式化の概要について説明する。すでに述べたように本論文の目的は、観測された株価から、これを形成するメカニズムにおいて支配的な役割を果たしているエージェントの行動を特定することである。エージェントの行動は、具体的には市場の株価のデータをどのように用いるかにより区分されると仮定し、株価のやや長期的な特徴を用いるエージェント (Fundamentalist と呼ばれる) と、株価の短期的な変化を用いるエージェント (Chartist と呼ばれる)、およびこれらを併用するエージェントとの3つから成り立つと仮定する。この両者の比率は固定的なものではなく、市場の状況に応じてエージェントが有利と判断する側に移行すると仮定する [1]-[3][5][6]。

いま市場の条件をパラメータとして与える場合に、これらをいくつかの場合に応じて変化させることにより、複数の種類の人工株価を生成することができる (Case 1, Case 2 などとしておく)。ここで定義する Case 1, Case 2などはシステムの中のマルコフ的な遷移における状態に対応するが、システムを記述する状態変数と区別するためにケースと呼んでおく。更に、人工株式市場においては、時間経過に応じてこれらのケースの間をジャンプ状に遷移すると仮定しておき、観測される株価から PF を用いた状態推定を行うことにより、これらの遷移 (ケースの間の遷移) を推定することを課題として定義する。

なお、本論文で考察するジャンプマルコフ過程を含むシステム記述においては、通常の PF 適用の工学的な応用、例えば短時間に速度や位置を変える航空機の追跡問題などの問題とは異なり、次のような点を重視している。

#### (1) ケース判別を目的とする

一般の PF 適用においては、ジャンプマルコフ遷移のどの状態にあるかに加えて、状態推定も実施される。しかし、本論文においては、あらかじめ複数個のエージェント行動を仮定しており、現在の時点がこれらのどのケースにあるかを推定することを重視している。また、一般的な PF 適用においては、ジャンプマルコフ遷移の変化は短時間に起こることを仮定している (例えば文献 [9] においては、観測期間 120 の間に遷移が 20 回発生している) が、本論文では現実の株式市場を考慮して、やや緩やかに変化をすることを仮定している。

#### (2) 非線形モデルを含む

エージェントの挙動を記述するモデルの式には、非線形の部分が含まれており、線形モデルを用いる分析手法とは異なる状況が発生する可能性があり、これを検討する必要がある。

## 2.2 エージェントモデルと状態方程式表現

以下ではエージェントが進化学習により実施する株価の予測と、これに基づく投資行動のモデルを整理し、この結果として得られる市場の株価変動を説明する。これまで多くの人工株式市場の研究において、複数のエージェントを仮定してそれぞれに異なる株価予測の特性を与える方法が示されている。以下では、文献 [3][5][6] などをもとにして、これらのエージェント行動を整理しておく。なお以下では人工市場のエージェントモデルを用いるが、既存のモデルを拡張して、カバーできる範囲をより広くとれるようにしている。

すでに述べたようにこれまでの多くの研究では、経済情報など株価の背景にある要因を用いて予測するエージェント (Fundamentalist) と、現実の株価そのものの変動を用いて予測するエージェント (Chartist) との、2種類が定義されており、更に、この両方の予測を折衷的に用いるエージェントが定義される [6]。エージェントは、これらの3種類 (タイプ1, 2, 3のエージェントと呼んでおく) だけであると仮定する。この場合、エージェントは市場の状況に応じてタイプを変えることができると仮定し、多数のエージェント集合中の比率が変化して株価を形成すると解釈することができる。

以下では市場を記述するパラメータが時間的に変化 (遷移) することを前提にモデル化を行ない、複数の状態方程式の間のマルコフ遷移として与えられると仮定し、このマルコフ連鎖を示す変数を  $r_t$  としておく。この  $r_t$  はシステムを記述する状態方程式がどのマルコフ遷移の状態であるかを示すが、状態変数と区別する意味でケースと呼んでおく。以下で4つのケースの間のマルコフ遷移を仮定するので、 $r_t$  の値は1, 2, 3, 4のいずれかである。すなわち、状態遷移を示す方程式は、 $r_t$  をシステムのケースを示す離散値とし、状態変数  $x_{k,t}$  のベクトルを  $x_t = (x_{1,t}, x_{2,t}, \dots, x_{n,t})$  とすると、非線形関数  $A(\cdot), B(\cdot)$  を用いて次のように記述できると仮定する。

$$x_{t+1} = A(r_t, x_t) + B(r_t)u_t \quad (1)$$

ここで  $u_t$  は、平均がゼロで分散が  $\sigma_u^2$  である正規乱数である。また、時刻  $t (t = 1, 2, \dots, T)$  における観測データ  $y_t$  を与える式は、非線形関数  $C(\cdot), D(\cdot)$  を用いて次のように記述できると仮定する。

$$y_t = C(r_t, x_t) + D(r_t)v_t \quad (2)$$

エージェントは投資により得られた利益をもとに行動、すなわちタイプを変更すると仮定する。具体的には、同じタイプにとどまるほか、他のタイプへの移行を行う。

本論文で用いるモデルにおける状態変数は、時刻  $t$  について次のように定義される。

$\pi_{i,t}$ : タイプ  $i$  エージェントのペイオフ

$f_{i,t}$ : 時刻  $t$  におけるタイプ  $i$  エージェントが予測する株価

$y_t, d_t$ : 時刻  $t$  における株価, 配当

それぞれのタイプ  $i, i = 1, 2, 3$  のエージェントの行う株価予測  $f_{i,t}$  やペイオフ  $\pi_{i,t}$  のダイナミクスは、次のようになる。まず効率的 (efficient) な市場の必要条件である martingale として次を与える。

$$m_{t+1} = m_t + \eta_t \quad (3)$$

ここで  $\eta_t$  は平均がゼロで、分散が  $\sigma_\eta^2$  である正規乱数である。 $f_{i,t+1}, \pi_{i,t}$  のプロセスは、次のようになる。

$$f_{i,t+1} = f_{i,t} + J(r_t)u_{i,t}^f \quad (4)$$

$$\pi_{i,t+1} = \pi_{i,t} + I(r_t)u_{i,t}^\pi \quad (5)$$

$I(r_t), J(r_t)$  は  $r_t$  の値によって、1 あるいはゼロとなる変数であり、 $u_{i,t}^\pi, u_{i,t}^f$  は平均がゼロで分散が  $\sigma_\pi^2, \sigma_f^2$  である正規乱数である。これらの式に現れる  $\pi_{i,t}, f_{i,t}$  は、以下のように定義される。まず、第  $i$  番目のエージェントの比率  $\lambda_{i,t}$  のプロセスは、以下ようになる。

$$\lambda_{i,t+1} = \lambda_{i,t} \exp(\beta\pi_{i,t}) / W_s, W_s = \sum_{i=1}^3 \exp(\beta\pi_{i,t}) \quad (6)$$

定義式として以下が与えられる。ここで、 $n_t = \lambda_{2,t} / (\lambda_{1,t} + \lambda_{2,t})$ 、 $F_t$  は平均がゼロで分散が  $\sigma_F^2$  である正規乱数である。

$$U_t = F_t + G_t, G_t = \alpha^{-t}(n_t m_t - n_{t-1} m_{t-1}) \quad (7)$$

$$\pi_{1,t} = -U_t^2 \quad (8)$$

$$\pi_{2,t} = -U_t^2 - 2n_{t-1} A_{t-1} U_t - n_{t-1}^2 A_{t-1}^2 \quad (9)$$

$$\pi_{3,t} = -U_t^2 + 2(1 - n_{t-1}) A_{t-1} U_t - (1 - n_{t-1})^2 A_{t-1}^2 \quad (10)$$

ここで、 $R$  を無リスク資産の利益率として  $\alpha = 1/R < 1$  により定義される。

次にタイプ  $i$  のエージェントが行う株価予測  $f_{i,t}$  は、次のように記述できる。

$$f_{1,t} = y^*, f_{2,t} = \alpha^{-t-1} m_t, f_{3,t} = y^* + \alpha^{-t-1} n_t m_t \quad (11)$$

ここで  $y^*$  は長期的な株式のリターンである。また、以上のような変数を用いて生成（観測）される株価は、次により与えられる。

$$y_t = \alpha \sum_{i=1}^3 \lambda_{i,t} f_{i,t} + E_t(d_t) + K(r_t)[a_0 + a_1 s_{t-1} + u_t^s] + v_t^y \quad (12)$$

ここで  $K(r_t)$  は  $r_t$  の値によって、1 あるいはゼロとなる変数であり、 $u_t^s, v_t^y$  は平均がゼロで分散が  $\sigma_s^2, \sigma_y^2$  である正規乱数である。

### 2.3 エージェント行動のケース分類と株価

次に、前節で述べたマルチエージェントシステムにより生成される株価の基本的性質を用いて、本論文で用いるエージェント行動のケース分類の定義を示す。すべてのケースに共通するパラメータを、次のように与えておく。

$$\beta = 1, \alpha = 0.99$$

$$\sigma_\eta = 1, \sigma_F = 1, \sigma_\pi = 0.1, \sigma_f = 0.5$$

$$a_1 = 5, a_2 = 0.5, \sigma_s = 0.9, \sigma_y = 0.3$$

$$\lambda_{1,min} = 0.05, \lambda_{2,min} = 0.05, \lambda_{3,min} = 0.0001$$

ここで  $\lambda_{i,min}$  はエージェント構成比率  $\lambda_i$  における最小値である。これらの共通するパラメータに加えて、 $I(\cdot), J(\cdot), K(\cdot)$  を変化させることにより、エージェント行動を記述する4つのケースを定義する。なおカッコ内には、含まれる内部状態を示す。

Case 1:  $I = J = K = 0(m_t)$

Case 2:  $I = 1, J = K = 0(m_t, \pi_{i,t})$

Case 3:  $J = 1, I = K = 0(m_t, f_{i,t})$

Case 4:  $K = 1, I = J = 0(m_t, s_t)$

それぞれのケースは、Case 1 においてはあるタイプのエージェントの間の意思決定の差異はないが、Case 2 および Case 3 においてはペイオフと株価予測において差異が発生するケースに相当するという意味を持っている（例えば投機的な行動を考慮するなど）。また Case 4 は、新しい株式の発行などの外部要因が時間的に加わるケースに相当する。

これらのケースごとの株価の性質に顕著な差異が見られることをウェーブレット変換によるマルチフラクタル解析 (Wavelet-Transform Maxima Modulus: WTMM) により確認する。この WTMM による株価分類の概要は付録に示している [12]-[15]。

次に、前節で述べたマルチエージェントシステムにより生成される株価の基本的性質を用いて、本論文で用いるエージェント行動のケース分類の定義を示す。すでに述べた市場を特徴付けるパラメータの違いにより、性質の異なる株価が生成できることがある。なお、本論文では基本的に文献 [6] などに示されている従来からの人工市場のモデルを用いているが、生成される株価時系列の違いをヘルダー指数  $D(h)$  に基づいて行うことが、大きな差異となっている（ヘルダー指数  $D(h)$  の定義は付録に示している）。従来手法では、株価の分散 (volatility) の時間的な変化を用いた分類がなされているが、本論文ではより直接的な尺度を用いた分類を行っている。シミュレーションの条件を以下にまとめている。

図 1 には、エージェントシステムにより生成されたケースごとの株価時系列の例を示している。また図 2 には、これらのケースごとの生成された株価から計算した  $D(h)$  の形状の例を示している。この場合、 $D(h)$  を安定的に推定するためそれぞれの人工株価のサンプル数  $N$  は十分に大きくする必要があり、ここでは  $N = 20000$  個としている。なお、形状  $D(h)$  から得られる特徴量と、これを用いた判別分析、すなわち観測されたの形状からもとの時系列がどのケースに属するかを識別する手法に、ついては、付録の後半にまとめている。この間の操作を簡単に整理すると、形状  $D(h)$  がマルチフラクタルとして取り扱うことができる株価時系列の特徴を与えるので、この形状から得られる特徴量を変数として用いた場合に、それぞれのケースが、どの程度区別できるかを検証していることになる。この手法を判別分析と呼ぶ。ここで用いている判別分析の詳細については、文献 [11][15] などに示しているので、ここでは説明を省略する。この判別分析による結果が良好であるならば、ケースを区分する方法が妥当であったことを裏付けることになる。シミュレーションによりそれぞれのケースごとに 100 系列の時系列を生成し、判別分析を行った結果から判別が正しい場合の比率を求めると、平均値は 1.00 となり、誤判別は無いことが確認できる。

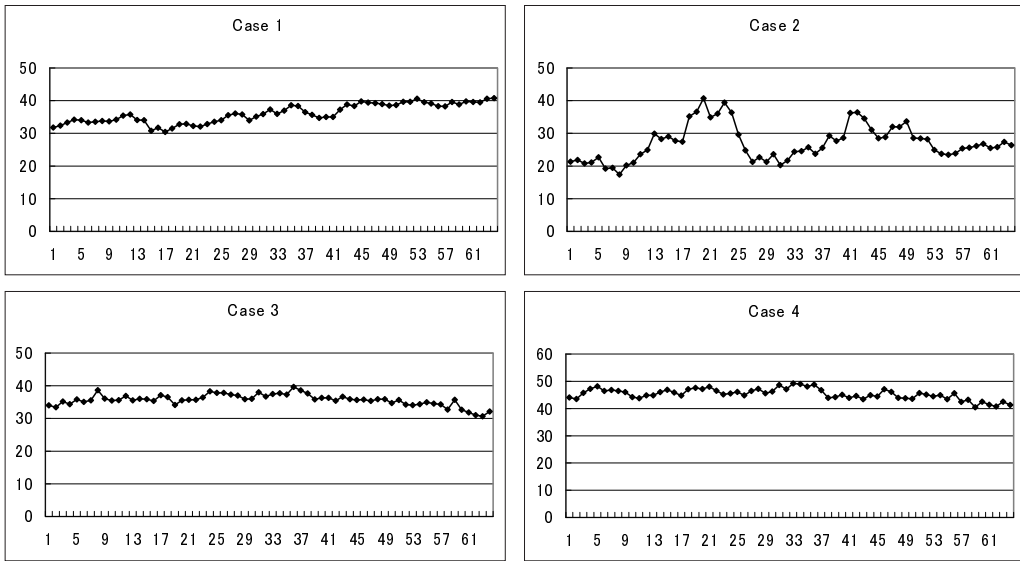


図1. 生成された株価時系列の例 (Case 1 ~ Case 4)

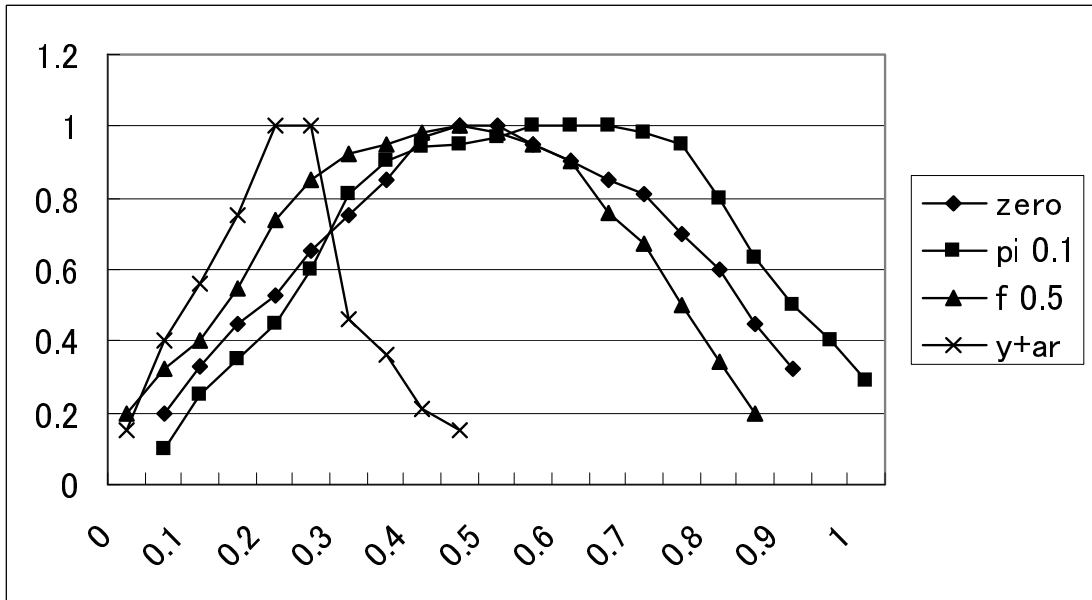


図2. それぞれのケースの  $D(h)$  の例

### 3 PF による状態推定

#### 3.1 PF による状態推定の基本

式 (1) ~ (12) に示すエージェントによる株価生成のモデルを仮定して、観測された株価からエージェント行動のケース  $r_t$  を推定するために PF を適用する概要は、以下のようにまとめられる。いま、観測データとして時系列  $y_t$  が与えられた場合に、 $r_t, x_t = (x_{1,t}, x_{2,t}, \dots, x_{n,t})$  を推定する。記号として、 $r_t, x_{k,t}$  のそれぞれの  $i$  番目の粒子を  $r_t^{(i)}, x_{k,t}^{(i)}$  としておく。

(1) ステップ 1: 粒子の初期値の生成

時刻 0 における変数  $r_t^{(i)}, x_{k,t}^{(i)}$  の初期値  $r_0^{(i)}, x_{k,0}^{(i)}, j = 1, 2, \dots, M$  について、あらかじめ定めた確率分布に従う乱数により  $N$  セットの粒子の集合として生成する。

(2) ステップ 2: システムノイズの生成

それぞれの粒子について、システムノイズである  $u_t^{(i)}, v_t^{(i)}, j = 1, 2, \dots, M$  について、あらかじめ与えた確率分布に従って乱数として生成する。

(3) ステップ 3:  $x_{k,t}^{(i)}$  の 1 時刻先予測

$x_{k,t}^{(i)}$  の 1 時刻先予測が次によりえられる。

$$x_{k,t+1}^{(i)} = A(r_t^{(i)}, x_t^{(i)}) + B(r_t^{(i)})u_t^{(i)} \quad (13)$$

ただし上の式はベクトル  $x_{t+1}^{(i)}$  のそれぞれの要素  $x_{k,t+1}^{(i)}$  について計算することを意味する。

(4) ステップ 4: 重みの計算

次に、それぞれ粒子  $i$  の重み  $w_t^{(i)}$  を計算する。

$$w_t^{(i)} = R_t(y_{t+1}|x_{t+1}^{(i)}) \quad (14)$$

ここで  $R_t(\cdot)$  は  $x_{t+1}^{(i)}$  が与えられた場合の  $y_{t+1}$  の条件付分布である。これらの重みを、集計しておく。

$$W_t = \sum_{i=1}^N w_t^{(i)} \quad (15)$$

(5) ステップ 5: 粒子のリサンプリング

それぞれの粒子を、重みに従ってリサンプリングする。すなわち粒子の集合  $X_{t+1} = (r_{t+1}^1, x_{t+1}^{(1)}, r_{t+1}^{(2)}, x_{t+1}^{(2)}, \dots, r_{t+1}^{(N)}, x_{t+1}^{(N)})$  から粒子を  $w_t^{(i)}/W_t$  の確率に従って復元抽出して、生成する。この場合、次の節で述べるように識別変数  $r_t^{(i)}$  の離散値に注目して復元を行う。この結果として、変数  $r_t, x_t$  の確率分布を推定することができる。時刻  $t$  における状態の推定値は、集合  $X_t$  の平均として与えられる。

(6) ステップ 6: 時刻  $t = 2, 3, \dots, T$  について繰り返し

ステップ 2 ~ ステップ 5 の操作を、時刻  $t = 2, 3, \dots, T$  について繰り返す。この結果として、時刻  $t = 2, 3, \dots, T$  についても状態変数  $r_t, x_t$  の確率分布を推定することができる。最終的に得られるモデルの対数ゆう度は、次により与えられる。

$$l_m = \sum_{t=1}^T \log W_t - T \log N \quad (16)$$



### 3.2 ケース間の遷移の推定

本論文でとりあげる問題では、通常の PF 適用事例とは異なり、複数の状態方程式の間をマルコフジャンプにより遷移することを仮定している。したがって、PF による状態推定の手順において、このケースを識別する変数  $r_t$  によりケースを区別している。本論文では、この  $r_t$  を含む PF による状態推定について、基本的には粒子のリサンプリングの方法を拡張することにより対応している。すなわち、式 (16) にしたがって、次の時刻における状態変数 (粒子) の構成を決めることになるが、この場合、単に状態変数の複製を作るのではなく、ケースの区分にしたがって複製を行うことにする。例えば、いまケース 1, 2 に対応する状態方程式を用いて得られた状態推定と、これに基づく重みの値をそれぞれ  $w_1, w_2$  とすると、次の時刻に用いる粒子の割合は、 $w_1, w_2$  に比例させる。したがって、次の時刻の状態推定において適用される状態方程式の割合も、この比率に比例する。ケース識別変数  $r_t$  を含む状態推定の手順をまとめると、拡張される部分は以下ようになる。

#### (1) 初期値

時刻  $t = 1$  において、状態推定を行うための粒子の個数を 4 つのケースについて同数 ( $N/4$ ) としておく。状態推定を行い、それぞれの粒子の重みを計算する。なお粒子にはケース識別変数  $r_t$  が含まれている。

#### (2) ケース識別変数に基づく粒子のリサンプリング

時刻  $t + 1$  における状態推定のために行う粒子のリサンプリングにおいては、ケース識別変数も含めて行う。したがって、複製される粒子の表す状態変数の個数も、粒子ごとに異なっており、これらをケース識別変数により区別する。このような処理方法により、当然ではあるが、ケースごとに粒子をやりとりする必要はなくなる。

#### (3) 状態遷移確率の組み入れ

マルコフジャンプの確率を示す状態遷移確率を取り扱う方法にはいくつかのものが考えられるが、本論文では、粒子のリサンプリングにおいて処理を行う、やや簡単な方法を用いている。複製される粒子の重みを  $w_t^{(i)}$  として、この粒子を状態方程式に含むケース識別変数の値とした場合に、遷移確率  $p_{kl}$  を用いて次のように修正する。

$$\sum_{l=1}^4 p_{kl} w_t^{(i)} \rightarrow w_t^{(i)} \quad (17)$$

## 4 応用例

### 4.1 株価のケース判別 I(緩やかな時間変化)

以下では、本論文で提案するマルチエージェントシステムによる人工株式市場の形成と、その人工株価からの PF を用いたジャンプマルコフシステム推定をもとにしたケース判別 (支配要因識別) について、シミュレーションをもとに検討する。最初の事例として、マルコフジャンプによるケースの時間変化が、やや緩やかである場合を考察する。すなわち、ケース  $i$  からケース  $j$  への状態遷移を与える確率  $P_{ij}$  において、対角要素がこれ以外の要素よりも相対的に大きな値をもつ場合である。

具体的には、次のように  $P_{kl}$  を与えておく。

$$P_{kl} = \begin{pmatrix} 0.85 & 0.05 & 0.05 & 0.05 \\ 0.05 & 0.85 & 0.05 & 0.05 \\ 0.05 & 0.05 & 0.85 & 0.05 \\ 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.85 \end{pmatrix} \quad (18)$$

ここで、実際にこのような確率分布にしたがう時系列を生成するため、以下のように人工株価の生成におけるケースに切り替えを行う。まず、あるケース  $i$  の状態方程式にしたがって株価の生成を開始し、長さ  $T$  時間が経過して状態遷移確率に長さ  $T$  をかけた数値  $p_{ij}T$  が 1 に近くなる時点で、次のケース  $j$  の状態方程式に切り替える。この場合、マルコフジャンプにより遷移するケースは複数あるので、乱数をもとにして選択する。このようなケースの切り替えを行いながら、すべてのケースがほぼ均等に発生するようにデータを収集する。以下ではデータの総数を 50 個とした場合を考察する。これらの時系列からエージェント行動、すなわちケースの推定結果を分析する。遷移確率の対角要素が相対的に大きいので、ケース間の遷移は頻繁には起こらない。また時系列生成の方法から明らかのように、それぞれの時刻におけるケース識別変数の値は既知であるので、PF 手法によりケース識別変数の推定結果の正しさの検証を、容易に行うことができる。

以上のような手順で生成された時系列を用いたケース判別（支配要因の推定）の結果を、シミュレーションにより生成した人工的な株価を分析することにより求める。分析の方法において、計算は次のように行っている。まず PF による状態推定においては状態変数と同時に、それぞれのケースに対応する粒子が現れるので、これらのケースごとの粒子の重みの和を、ケースの存在確率  $Prob(r_t = k)$  とする。この存在確率が最大となるケースが、推定された所属ケースすなわち、支配的なケースであると判断する。図 3 には、このようにケースを推定に用いた存在確率  $Prob(r_t = k)$  の時間的変化の例を示している。（図では  $Prob(r_t = 2)$  の例を示す）。この図 3 では時間軸方向の最初の 1/4 だけが Case 2 に応じて株価が生成され、これ以降はこの Case 2 以外のケースにより株価が生成されている。図 3 より分かるように、時間軸方向の最初の 1/4 だけが確率  $Prob(r_t = 2)$  が大きくなっている。

このようなサンプルを多数生成しておいて、結果を整理したものが表 1 である。この表 1 において、行方向が時系列のそれぞれの時点において状態方程式が実際に所属するケースであり、列方向が PF により推定された所属ケースの推定である。この表における判別性能である、判別が正しい場合の比率を求めると平均値は 0.80 となり、誤判別は 0.2 となっている。特に、Case 1(Case 2) における判別分析結果の特徴として、誤判別される先のグループのほとんどが Case 2(Case 1) であることがあげられる。しかしながら Case 3, 4 においては判別結果は良好である。

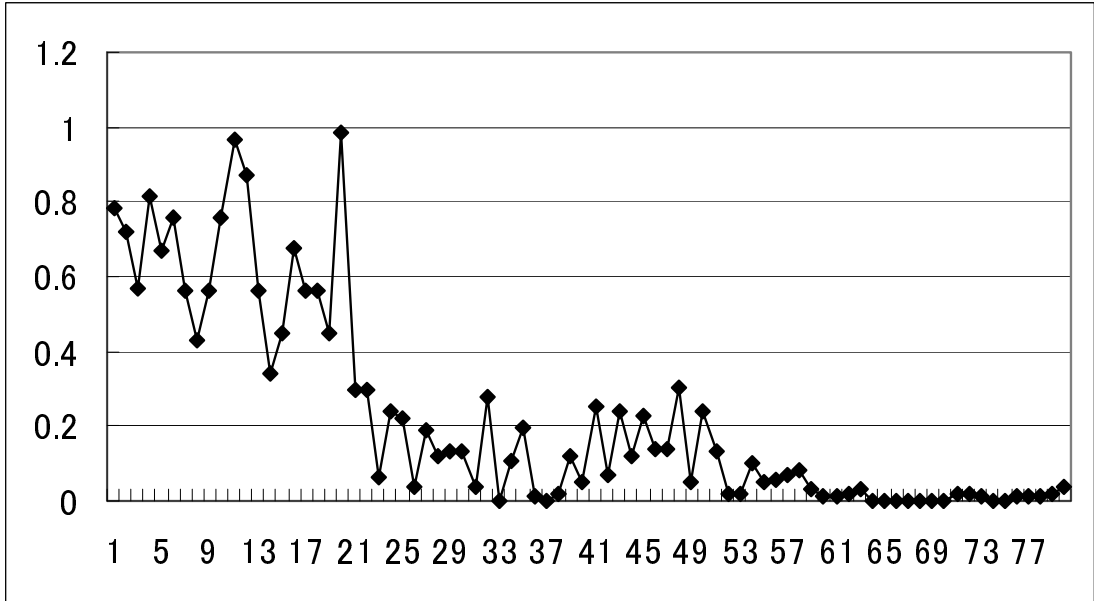


図 3. ケース存在確率  $Prob(r_t = 2)$  の時間変化の例

表 1. Case 1 ~ Case 4 におけるケース判別の結果

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
Case 1	0.70	0.22	0.03	0.05
Case 2	0.24	0.68	0.04	0.04
Case 3	0.02	0.02	0.90	0.06
Case 4	0.03	0.05	0.04	0.88

#### 4.2 株価のケース判別 II(やや頻繁な時間変化)

次にエージェント行動を判別 (区別) するケースが、やや頻繁に時間変化する場合のケース推定を、シミュレーションをもとに考察する。ケースがやや頻繁に時間変化する場合とは、ケースの間の状態遷移確率  $P_{ij}$  において、対角要素がこれ以外の要素と比較して、それほど大きくは無い場合に相当する。具体的には、次のような条件のもとで人工株価を生成する

$$P_{kl} = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.4 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.4 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.4 \end{pmatrix} \quad (19)$$

なお、このように状態遷移の確率の形状を変化させることを除いては、シミュレーションの条件は、前節の応用例と同じである。遷移確率の対角要素が相対的に大きくはないので、ケース間の遷移はやや頻繁に起こる。

次に、生成された時系列を用いた支配要因の判別分析の結果を表 4 に示している。図 4 にはこのようなケースの判別の基礎となる存在確率  $Prob(r_t = k)$  の時間的変化の例を示している (図では  $Prob(r_t = 3)$  の例を示す)。この図 4 では時間軸方向の最初の 1/4 だけが Case 3 に応じて株価が生成され、これ以降はこの Case 2 以外のケースにより株価が生成されている。図 4 より分かるように、時間軸方向の最初の 1/4 だけが確率  $Prob(r_t = 3)$  が大きくなっている。このようなサンプルを多数生成しておいて、結果を整理したものが表 2 である。この表において、行方向がサンプルの所属する実際のグループ (ケース) であり、列方向が推定された所属グループの予測である。この表における判別性能である、判別が正しい場合の比率を求めると 0.67 となり、誤判別は 0.33 となっている。この結果から分かるように、観測された株価からケースを判別する問題において、いくつかのケースに応じて生成されるサンプル数の平均が 5 である場合には、前節で述べたこのサンプル数の平均が 20 である場合よりかなりケース判別の性能が低下し、平均して 65%程度になっている。

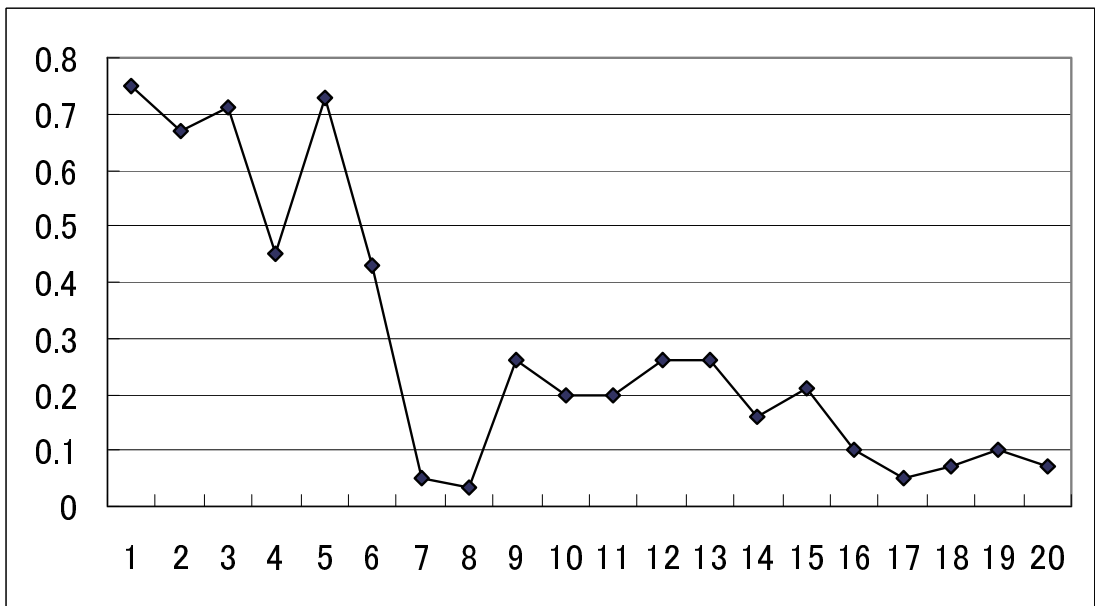


図 4. ケース存在確率  $Prob(r_t = 3)$  の時間変化の例

表 2. Case 1 ~ Case 4 におけるケース判別の結果

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
Case 1	0.61	0.25	0.08	0.06
Case 2	0.31	0.57	0.08	0.04
Case 3	0.08	0.09	0.75	0.08
Case 4	0.09	0.06	0.09	0.76

## 5 むすび

本論文では、進化学習するマルチエージェントで構成される人工市場における株価からのエージェント行動の判別において PF を用いたジャンプマルコフシステムの状態推定の適用について述べた。この場合 PF による推定において、ケースを判別する変数を導入し拡張した。応用例として、人工株価からのエージェント行動判別の可能性を議論した。

今後の課題としては、本論文で示した手法を現実の株価からのエージェント行動判別、これを利用する分析があり、今後検討を進める予定である。

## 参考文献

- [1] B.LeBaron, “ Agent-based computational finance : suggested readings and early research,” *Journal of Economic Dynamics & Control*, vol.24, pp.679-702, 2002.
- [2] J.D.Farmer and S.Doshi, “ The price dynamics of common trading strategies,” *Journal of Economic Behavior & Organization*, vol.49,no.2,pp.149-171, 2002.
- [3] W.A.Brock and C.H.Hommes, “ Heterogeneous beliefs and routes to chaos in a simple asset pricing model,” *Journal of Economic Dynamics & Control*, vol.22,pp.1235-1274, 1998.
- [4] S.H.Chen and C.H.Yeh, “ Evolving traders and the business school with genetic programming:A new architecture of the agent-based artificial stock market,” *Journal of Economic Dynamics & Control*, vol.25,pp.363-393, 2001.
- [5] A.Gaunersdorfer,C.H.Hommes and F.O.O.Wagener, “ Bifurcation routes to evolutionary clustering under evolutionary learning,” *Journal of Economic Behavior & Organization*, vol.67, pp.27-47, 2008.
- [6] W.R.Parke and G.A.Waters, “ An evolutionary game theory explanation of ARCH effects,” *Journal of Economic Dynamics & Control*, vol.31,pp.2234-2262, 2007.
- [7] E.Barcy,J.Delour and J.F.Muzy, “ Modeling financial time series using multifractal random walks,” *Physica A*,vol.299,pp.84-92, 2001.
- [8] 陳 暁栄,時永祥三,“ 共進化 GP を用いたマルチエージェントシステムの構成とその人工市場分析への応用,”*信学論* volJ86-A, no.10,pp.1038-1048, 2003.
- [9] Y.Ikeda and S.Tokinaga, “ Chaoticity and fractality analysis of an artificial stock market by the multi-agent systems based on the co-evolutionary Genetic Programming,” *IEICE Trans.Fundamentals*,vol.E87-A,no.9,pp.2387-2394, 2004.
- [10] Y.Ikeda and S.Tokinaga, “ Multi-fractality Analysis of time series in artificial stock market generated by multi-agent systems based on the Genetic Programming and its applications,” *IEICE Trans.Fundamentals*, vol.E90-A,no.9,pp.2212-2222, 2007.

- [11] Y.Ikada and S.Tokinaga, “ Discriminant analyses of stock prices by using multifractality of time series generated via multi- agent systems and interpolation based on wavelet transforms,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol.E93-N,no.10,pp.12-29,Oct. 2010.
- [12] J.F.Muzy,E.Barcy and A. Arneodo, “ Multifractal formalism for fractal signals:The structure- function approach versus the wavelet-transform modulus-maxima method,” *Physical Review E*,vol.47,no.2, pp.875-884, 1993.
- [13] R.H.Riedi,M.S.Crouse,V.J.Ribeiro and R.G.Baraniuk, “ A multifractal wavelet model with application to network traffic,” *IEEE Trans. Information Theory*,vol.45,no.3,pp.992-1018, 1999.
- [14] P.Arby,R.Baraniuk,P.Flandrin,R.Riedi and D.Veitch, “ Multiscale nature of network traffic,” *IEEE Signal Processing Magazine*,vol.19,no.3,pp.28-46, 2002.
- [15] 池田欽一,時永祥三, “ 格子点に配置されたエージェントの交互作用により生成されるマルチフラクタル表面特性を用いた生成過程推定,” 電子情報通信学会論文誌,vol.J92-A,no.12,pp.964-979, 2009.
- [16] 時永祥三,岸川善紀, “ 進化学習するマルチエージェントで構成される人工市場における株価からのエージェント行動の判別- 粒子フィルタを用いたジャンプマルコフシステム推定の適用,” 信学技報,SIS2009-48,vol.109,no.447,pp.1-6, 2010.
- [17] A.Doucet,N.J.Gordon and V.Krishnamurthy, “ Particle filters for state estimation of jump Markov linear systems,” *IEEE Trans.Signal Processing*, vol.49,no.3, pp.613-624, 2001.
- [18] G.Kitagawa, “ Monte Carlo filter and smoother for non-gaussian nonlinear state space models,” *J.Computational and Graphical Statistics*, vol.5, no.1,pp.1-25, 1996.
- [19] W.Gersch and G.Kitagawa,“ General state space modeling,” pp.37-81, in (eds)T.Katayama and S.Sugimoto, *Statistical Methods and Signal Processing*,Dekker, 1997,
- [20] A.Logothesis and V.Krishnamurthy, “ Expectation-maximization algorithm for MAP estimation of jump Markov linear systems,” *IEEE Trans.Signal Processing*, vol.47,no.8,pp.2139-2156, 1999.
- [21] F.Gustafsson,F.Gunnarsson, N.Bergman,U.Forsell,J.Jansson, R.Karlsson and P.Nordlund, “ Particle filters for positioning, navigation, and tracking,” *IEEE Trans. Signal Processing*, vol.50,no.2,pp.425-437, 2002.
- [22] J.H.Kotecha and P.M.Djuric, “ Gaussian sum particle filtering,” *IEEE Trans. Signal Processing*, vol.51,no.10,pp.2602-2612, 2003.
- [23] M.W.Korolkiewicz and R.J.Elliott, “ A hidden Markov model of credit quality,” *Journal of Economic Dynamics & Control*, vol.32,pp.3807-3819, 2008.

[24] I.Daubechies, "Orthonormal bases of compactly supported wavetlets," *Commun.Pure Appl.Math.*, vol.41,no.7,pp.909-996, 1988.

付録. ウェーブレット変換による特異性の定義

以下では,Arneodo, Bacry and Muzy らにより提案されている時系列のウェーブレット変換の局所最大値 (WTMM) による定義を用いる [1][2]。与えられた時系列  $x(t)$  に対してウェーブレット変換を適用し, ウェーブレット係数  $x_n^m$  を計算する。

$$x(t) = \sum_n \sum_m x_n^m \psi_n^m(t), x_n^m = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi_n^m(t) dt \quad (20)$$

関数  $\psi_n^m(t)$  はウェーブレット基本関数  $\psi(t)$  に対する次のスケール, シフト変換とにより構成される [24]。

$$\psi_n^m(t) = 2^{-m/2} \psi(2^{-m}t - n) \quad (21)$$

ここで,  $m, n$  は, スケール変換, シフト変換のインデックス (dilation and translation index) である。次に, 以下に示すようなウェーブレット係数の絶対値の  $q$  次モーメントの和を計算する。時系列全体の長さサンプル数を  $N$  とする

$$S_m(q) = \sum_{n=1}^{N((m))} |2^{-m/2} x_n^m|^q, N(m) = N/2^m \quad (22)$$

この量は, 伝統的な partition function の定義との比較を行うことにより, 次に関係にあることが示されている。

$$\log_2 S_m(q) \geq \inf_q [m(qh - D(h))] \quad (23)$$

$D(h)$  はヘルダー指数  $H(x)$  が固定された  $h$  であるとした場合の Hausdorff 次元である。この曲線に回帰直線を当てはめて, この傾斜から求めた量である  $\tau(q)$  を用いて, 次のような計算を行う。

$$D(h) = \inf_q [qh - \tau(q)] \quad (24)$$

$D(h)$  は指数  $h$  の特異性を持つ時間の分布の Hausdorff 次元で,  $D(h)$  はホルダー指数  $h$  を持つ時間の分布の台のフラクタル次元なので, 時系列全体に  $h$  が分布していれば 1 になる。一方  $h$  の特異性が全体でなくて, ところどころに見られる場合には  $D(h)$  は 1 より小さくなる。したがって,  $D(h)$  の最大値が 1 である場合, その  $h$  の特異性が時系列全体に含まれることを表している。時系列がモノフラクタルに近い場合には  $D(h)$  のグラフにおいて広がり小さくなる。時系列がブラウン運動である場合  $D(h)$  は  $h = 0.5$  の一点のみで 1 となる。

以下では,  $D(h)$  を用いて株価時系列を区別 (判別) する手法の概要についてまとめておく。なお手法の妥当性については文献 [10][11][15] などに示しているの, 詳細は省略する。判別では図 A に示すような指標  $D(h)$  の広がりだけを用いている。まず  $D(h) = 1$  となる点  $h = h_0$  を求めて, 次に  $D(h) = 0.5$  となる 2 点  $h = h_1, h = h_2$  を特定, これらの  $h_0$  との差を  $d_1 = h_0 - h_1, d_2 = h_2 - h_0$  とする。ケースへの所属が分かっている株価データを多数準備する。  $i$  番目のケース (判別分析ではカテゴリと呼ばれ, ケースへの所属は外的基準と呼ばれる) ごとの株価データを収集し, これらの

データから得られたマルチフラクタル性の特徴データである  $D(h)$  の 3 つの数値を入力変数 (判別変数)  $x = (h_0, d_1, d_2)$  の数値を求め、判別分析の処理手順に投入する。すなわち、カテゴリ  $i$  ごとに判別関数  $f_i(x)$  が形成され (いわゆるフィッシャーの判別関数)、カテゴリ  $i$  に属するサンプルの判別変数  $x$  の数値を判別関数  $f_i(x)$  に代入したときの値が、他の判別関数  $f_j(x), j \neq i$  に変数  $x$  の数値を代入したときの値より常に大きくなるように設定されている。次に判別しようとする時系列データに対して  $x = (h_0, d_1, d_2)$  を求め、判別変数の値とする。この判別変数の数値をそれぞれのカテゴリ  $i$  に対応する判別関数  $f_i(x)$  に代入し、その値が最大となるカテゴリに所属すると判断する。

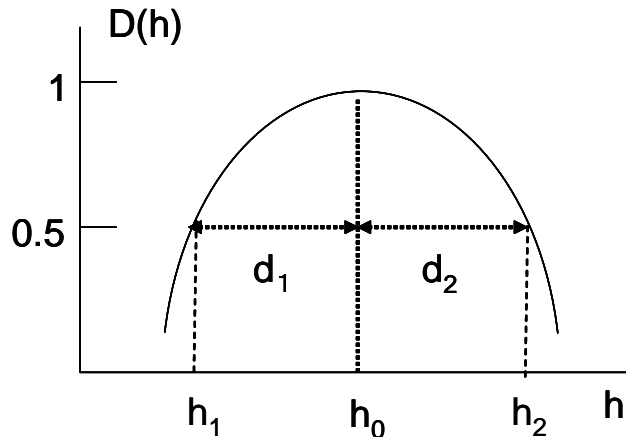


図 A.  $D(h)$  を用いた株価の判別の概要

時永 祥三 [九州大学大学院経済学研究院 教授]  
 岸川 善紀 [宇部工業高等専門学校経営情報学科 准教授]