

生産ラインにおけるロット数変化と生産・輸送効率 の改善

峯村, 匠
東京大学工学部航空宇宙工学科

西成, 活裕
東京大学先端科学技術研究センター | 独立行政法人科学技術振興機構さきがけ

<https://doi.org/10.15017/18712>

出版情報：応用力学研究所研究集会報告. 21ME-S7 (22), 2010-03. 九州大学応用力学研究所
バージョン：
権利関係：

応用力学研究所研究集会報告 No.21ME-S7

「非線形波動研究の現状と将来 — 次の10年への展望」 (研究代表者 矢嶋 徹)

共催 九州大学グローバル COE プログラム

「マス・フォア・インダストリ教育研究拠点」

Reports of RIAM Symposium No.21ME-S7

*Current and Future Research on Nonlinear Waves —
Perspectives for the Next Decade*

Proceedings of a symposium held at Chikushi Campus, Kyushu University,
Kasuga, Fukuoka, Japan, November 19 - 21, 2009

Co-organized by

Kyushu University Global COE Program

Education and Research Hub for Mathematics - for - Industry

Article No. 22 (pp. 149-155)

生産ラインにおけるロット数変化と 生産・輸送効率の改善

峯村 匠 (MINEMURA Takumi), 西成 活裕 (NISHINARI
Katsuhiko)

(Received February 1, 2010)



Research Institute for Applied Mechanics
Kyushu University
March, 2010

生産ラインにおけるロット数変化と生産・輸送効率の改善

東京大学 工学部 航空宇宙工学科 4年 峯村 匠 (MINEMURA Takumi)

東京大学 先端科学技術研究センター

(独) 科学技術振興機構 さきがけ 西成 活裕 (NISHINARI Katsuhiko)

1 概論

生産現場などにおいて、ロット数（どれだけまとめて生産するかの単位）を適切に設定することは生産効率の向上には不可欠である。もちろん経営工学的なアプローチで最適ロット計算の手法は提案されているが、実際の生産現場で必ずしも最適なロットを計算することができていない。そこで本研究では、生産工場をモデル化し、ASEP（一次元非対称単純排他過程）を用いたシミュレーションと理論解析を行うことで、工学的な立場から生産・輸送効率を上げることのできるロット数を考える。また多種多様な製品を生産する工場をモデル化し、製品の送り順による生産効率の改善方法についても考察を行う。

2 ASEP

ASEP は一次元非対称単純排他過程 (asymmetric simple exclusion process) と呼ばれる非平衡統計力学モデルである。ASEP は 1 次元格子系を体積排除の相互作用の下に多数の粒子が拡散するという単純なモデルであり、境界条件による相転移や非等方的なスケーリングなど、非平衡系特有の興味深い現象を示すことが知られている。図 1

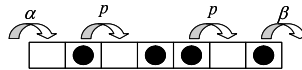


図 1 ASEP モデル

のように、境界条件を確率 α で粒子が左端から流入してきて確率 β で右端から流出するとした系を開放系 ASEP と呼ぶ。また $\alpha = \beta = p$ のときに定常状態において流量 Q は

$$Q = \frac{1 - \sqrt{1 - 4p\rho(1 - \rho)}}{2} \quad (1)$$

となることが分かっている。

3 ロット数の変化によるリードタイムの変化

3.1 生産工場のモデル化

生産工場を再現するモデルの構築を考える。一般の生産工場では多くの工程同士が分岐・合流するなどしてネットワーク構造になっているが、ここでは単純化のため分岐・合流は考えず、一次元のモデルで考える (図 2)。まず N 個の製品を生産すると考える。次にその N 個の製品をロット数 r で分割する。ここではすべての荷物の単一化のため r は N の約数の場合のみを考えることとする。つまり $X = \frac{N}{r}$ 個の荷物ができる。そして工程数を n とし、この X 個の荷物を ASEP 開放系のルールに従って下流工程へ流していく。また遷移確率、流入確率、流出確率はそれぞれ $p(r)$, $\alpha(r)$, $\beta(r)$ とロット数 r の関数と考えることで、 r による挙動を調べる。

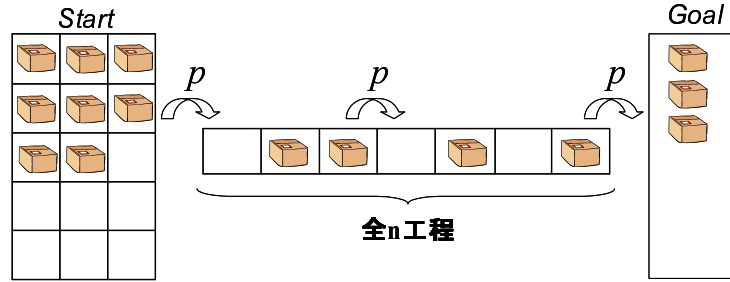


図2 生産工場モデル

3.2 遷移確率関数の設定

具体的な $p(r)$ の形についてはある程度の自由度があるが、現実的な状況を考えると以下のような条件を満たすことが必要となる.

- 1ロットあたりの各工程所要時間 t は小ロットのときほど小さい.(小ロットにすることの利点)
つまり $r_1 \leq r_2$ のとき $t(r_1) \leq t(r_2)$ より

$$p(r_1) \geq p(r_2) \quad (2)$$

- 製品1個あたりの各工程所要時間は大ロットのときほど小さい.(大ロットにすることの利点)
つまり $r_1 \leq r_2$ のとき $\frac{t(r_1)}{r_1} \geq \frac{t(r_2)}{r_2}$ より

$$r_1 p(r_1) \leq r_2 p(r_2) \quad (3)$$

上記の条件を満たす遷移確率関数として以下のように $p(r)$ を設定する.

$$p(r) = r^{-\gamma} \quad (0 < \gamma \leq 1) \quad (4)$$

このとき γ が小さいときは r を大きくすることで製品1個あたりの平均所要時間が大きく下がるが、 γ が大きいときには r を大きくしても平均所要時間の変化が小さいことから、 γ は大量生産による効率をあらわす指標としてみなすことができる.(γ が小さいほど効率は大きい)

3.3 シミュレーション

上記のように遷移確率関数を $p(r) = r^{-\gamma}$ と設定した場合のシミュレーションを行った. このシミュレーションではロット数の変化によるリードタイム T (X 個の製品がすべて Goal に達するまでの総所要時間) の変化を調べた. シミュレーション条件は以下の通りである.(表 3.3) 図 3 にシミュレーション結果を示す. 図の縦軸はリードタイム T の平均値, 横軸はロットサイズ r であり, 両対数グラフとなっている.

このシミュレーション結果から得られる重要な結果は以下の通りである.

- γ が小さいときリードタイム T は単調減少.
- γ が大きいときリードタイム T は単調増加.
- γ の値によりリードタイム T は極大・極小値をもつ.

表 1 シミュレーション条件 1

全荷物数	$N = 4320$
工程数	$n = 50$
遷移確率	$p(r) = r^{-\gamma}$
流入確率	$\alpha(r) = p(r)$
流出確率	$\beta(r) = p(r)$
シミュレーション回数	100 回

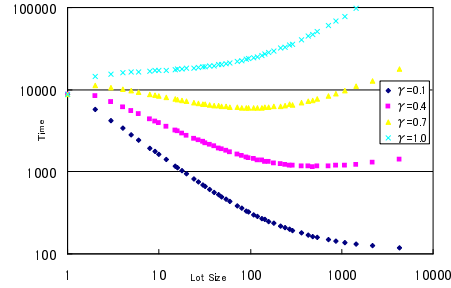


図 3 ロットサイズによるリードタイムの変化

3.4 理論解析

シミュレーション条件から遷移確率 $p(r)$ ，流入確率 $\alpha(r)$ ，流出確率 $\beta(r)$ について $p(r) = \alpha(r) = \beta(r)$ であるので，定常状態における流量 Q は

$$Q = \frac{1 - \sqrt{1 - p(r)}}{2} \quad (5)$$

であたえられる．流量 Q は単位時間当たりある地点を通過する荷物の数を表すので，すべての工程が定常状態にあるとき， X 個の荷物が Goal に入るのに要する時間を T_1 とすると

$$T_1 = \frac{X}{Q} = \frac{2N}{r(1 - \sqrt{1 - p(r)})} \quad (6)$$

また最初の荷物の下流工程は常に空いているので，最初の荷物が最後 (n 番目) の工程に入るまでの時間を T_2 とすると

$$T_2 = \frac{n}{p(r)} \quad (7)$$

最初の荷物が n 番目の工程に入ったとき，すべての工程が定常状態に達すると仮定すると，リードタイム T (すべての荷物が Goal に達する時間) は

$$T = T_1 + T_2 = \frac{2N}{r(1 - \sqrt{1 - p(r)})} + \frac{n}{p(r)} \quad (8)$$

と考えることができる． $p(r) = r^{-\gamma}$ のとき

$$T = \frac{2N}{r(1 - \sqrt{1 - r^{-\gamma}})} + nr^{\gamma} \quad (9)$$

図 4 にシミュレーション結果を点，この理論解を線として示す．これを見ると，理論解とシミュレーション結果はほぼ一致することが分かる．

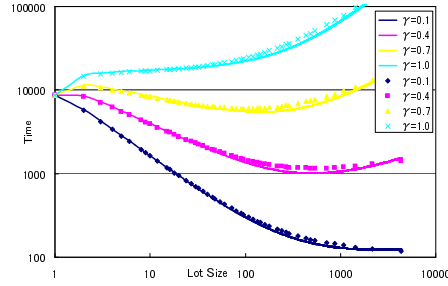


図4 シミュレーション結果と理論解の比較

3.5 他の遷移確率関数

前節の理論解析で求めた理論解は式(8)であるので遷移確率関数 $p(r)$ に関して任意である。したがって他の遷移確率関数を用いてもシミュレーション結果と理論解は一致するはずである。以下の図5は遷移確率 $p(r) = 1 - (\frac{r}{N})^\gamma$ の場合、図6は遷移確率 $p(r) = e^{-\gamma r}$ の場合についてシミュレーション結果を点、理論解を線として示したものである。この結果から確かに式(8)は様々な遷移確率関数 $p(r)$ についてよい近似となることが確認できた。

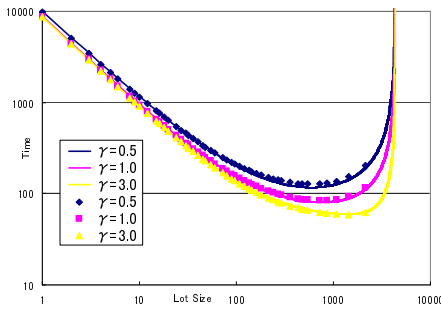


図5 $p(r) = 1 - (\frac{r}{N})^\gamma$ の場合

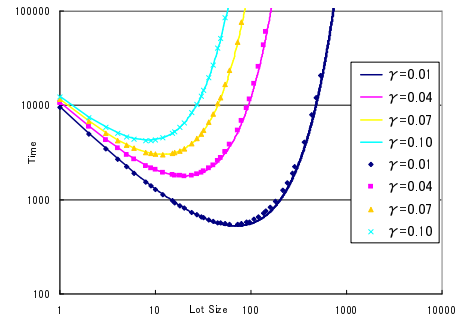


図6 遷移確率 $p(r) = e^{-\gamma r}$ の場合

3.6 リードタイム最小値を与えるロット数の分析

理論解からリードタイム T の最小値を与えるロット数 r 、つまり最適ロットを計算する。ここでは再び遷移確率関数 $p(r) = r^{-\gamma}$ の場合を考える。理論解は式(8)であったので、これを r で微分すると

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{2N}{r^2(1-\sqrt{1-p(r)})} - \frac{Np'(r)}{r(1-\sqrt{1-p(r)})^2\sqrt{1-p(r)}} - \frac{np'(r)}{p(r)^2} \quad (10)$$

ここに $p(r) = r^{-\gamma}$ を代入すると

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{2N}{r^2(1-\sqrt{1-r^{-\gamma}})} + \frac{Nr^{-\gamma}\gamma}{r^2\sqrt{1-r^{-\gamma}}(1-\sqrt{1-r^{-\gamma}})^2} + nr^{-1+\gamma} \quad (11)$$

となるが、このとき $\frac{dT}{dr} = 0$ は超越方程式となり解析的に解くことは不可能である。しかし、パラメータ γ, N, n の3つを与えることで Mathematica で数値的に解くことは可能であるので、それぞれのパラメータに関して最適ロット r の挙動を分析した。以下の図7は工程数を $n = 50$ に固定して全製品数 N を変化させた場合、図8は全製品数を $N = 4320$ に固定して工程数 n を変化させた場合について、縦軸に理論解に基づいた最適ロットをとった

ものである。図 7, 8 より, リードタイムが最小となる最適ロット r は, 全製品数 N に比例して増加, 工程数 n に関して単調減少となる。

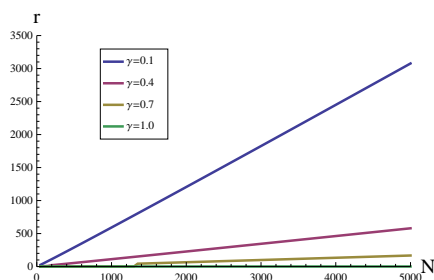


図 7 全製品数 N による最適ロットの変化

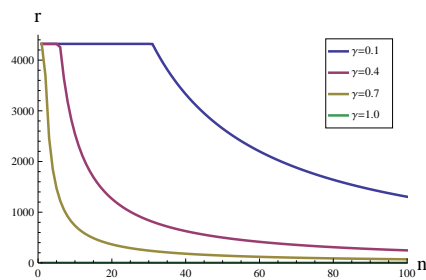


図 8 工程数 n による最適ロットの変化

4 送り順の相違による生産効率の変化

4.1 多種の製品を扱う生産工場のモデル化

次に多種の製品を同一ラインで製造する生産工場を考える。前章と同様に簡単のため, 分岐・合流は考えず, 一次元のモデルとして扱う。まずこの生産工場扱う製品を次の 3 種類とする。最も数が多いが 1 個あたりの各工程所要時間は最も短い製品 A, 最も数が少ないが 1 個あたりの各工程所要時間は最も長い製品 C, その中間の製品 B の 3 種である。次にセットという言葉で「1 セットを全製品をそれぞれの製品の数の最大公約数で割ったもの」として定義する。また 1 セット内での送り順を以下の 6 パターンに分類する (左から順に送る)。

Pattern1...{ A,B,C} , Pattern2...{ A,C,B} , Pattern3...{ B,A,C}
 Pattern4...{ B,C,A} , Pattern5...{ C,A,B} , Pattern6...{ C,B,A}

例えば全製品が 12 個, 内製品 A が 6 個, 製品 B が 4 個, 製品 C が 2 個のとき送り順は以下のようにする (左から順に送る)

1 セット Pattern1 のとき...{ A,A,A,B,B,C,A,A,A,B,B,C}

2 セット Pattern3 のとき...{ B,B,B,B,A,A,A,A,A,A,C,C}

また Goal を倉庫 (Stockyard) と考えることとし, 倉庫でのルールは「倉庫に 1 セット分の製品が揃うごとに倉庫から 1 セット分の製品を取り除く」とする。このとき倉庫代 S を,

$$S = (\text{倉庫にある製品の数}) \times (\text{倉庫にある時間})$$

で定義し, また工程内にある製品を仕掛け品在庫とみなし, 仕掛け品在庫代 (C) を,

$$C = (\text{工程内にある製品の数}) \times (\text{工程内にある時間})$$

で定義する。そしてトータルコスト (TC) を倉庫代 (S) と仕掛け品在庫代 (C) の和と考える。このとき, リードタイム T (すべての製品が倉庫に達するまでの時間), またそのときのトータルコスト TC などの挙動を, セットサイズ s , Pattern1 ~ Pattern6 を変化させることで調べる。

4.2 シミュレーション

上記のように生産ラインをモデル化し, シミュレーションを行う。シミュレーション条件を表 4.2 に示す。

4.2.1 リードタイムの変化

セットサイズ s , 送り順のパターンの変化による, リードタイム T の変化を調べた。図 9, 10 がその結果である。この結果からリードタイム T はセットサイズ r に関して単調減少 (γ が大きいほど変化が大きい) で, パターンによる変化はほとんど無いことが分かる。

表 2 シミュレーション条件 2

全荷物数	$N = 720$ 個
製品 A,B,C の数	$N_A = 504$ 個 (70%), $N_B = 144$ 個 (20%), $N_C = 72$ 個 (10%)
1 セット	製品 A=7 個, 製品 B=2 個, 製品 C=1 個
工程数	$n = 50$
製品 A,B,C の遷移確率	$p_A = 2^{-\gamma}, p_B = 5^{-\gamma}, p_C = 10^{-\gamma}$
シミュレーション回数	100 回

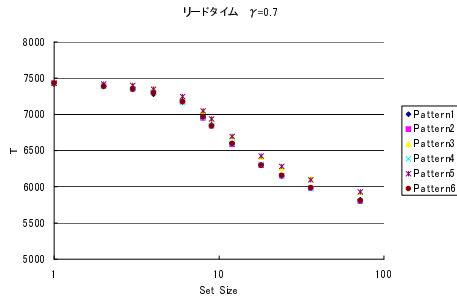


図 9 送り順の相違によるリードタイムの変化

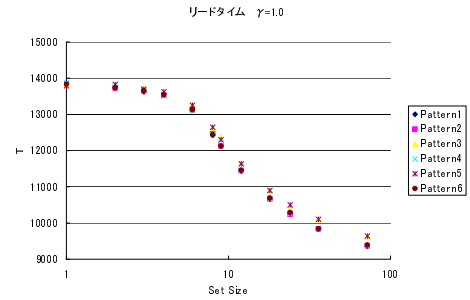


図 10 送り順の相違によるリードタイムの変化

4.2.2 コストの変化

セットサイズ s , 送り順のパターンの変化による, 倉庫代 S , 仕掛け品在庫代 C , トータルコスト TC の変化を調べた. 図 11, 12 がその結果である. この結果から, 仕掛け品在庫代 C はセットサイズの増加に対して若干減少するが, 倉庫代 S が大きく増加するためトータルコスト TC はセットサイズに対して増大する. 仕掛け品在庫代 C は Pattern6 で最大, Pattern1 で最小となるが, 倉庫代 S とトータルコスト TC は Pattern1 で最大, Pattern6 で最小となる.

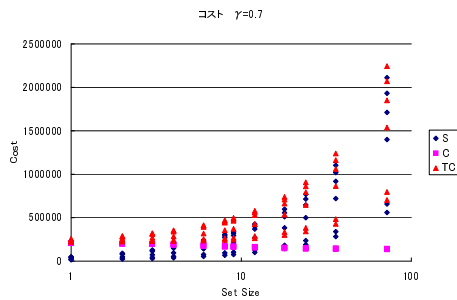


図 11 送り順の相違によるコストの変化

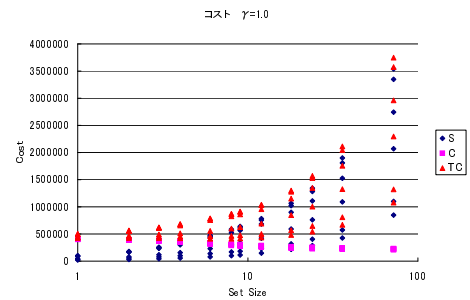


図 12 送り順の相違によるコストの変化

4.3 生産性指標

企業において生産効率の向上のためにはリードタイム T は短いほど, トータルコスト TC は小さいほどよい. これらはトレードオフの関係にあるが, 企業はこの制約条件の下で, 最適な生産活動を行わなければならない. そこでどれだけ効率よく生産活動を行っているかの指標として「生産性指標」 η というものを定義する. η の具体的な形は以下の通りである.

$$\eta = \frac{\alpha}{T} + \frac{\beta}{TC} \quad (12)$$

α, β は正の定数である。したがってリードタイム T が短いほど、トータルコスト TC が小さいほど生産性指標 η の値が大きくなる。また α, β は企業がリードタイム、トータルコストのどちらを優先して考えるかの指標となる。生産コストが大きくなってもリードタイムの短縮を求めるのであれば α の値を大きく、逆にリードタイムを犠牲にしても生産コストを抑えることを求めるのであれば β の値を大きくとればよい。ここではリードタイムと生産コストを同等のものとするために $\alpha = \bar{T}, \beta = \overline{TC}$ を以下のように決定する。 \bar{T}, \overline{TC} はそれぞれリードタイム T 、トータルコスト TC の平均を表す。この場合生産性指標 η は以下の図 13~14 で表される。今回の条件化では γ が小さいとき (各工程所要時間の差が小さいとき) には、セットサイズ $s = 1$ 、Pattern6 で η は最大となり、 γ が大きいとき (各工程所要時間の差が大きいとき) には、 η に極大値が生じた。

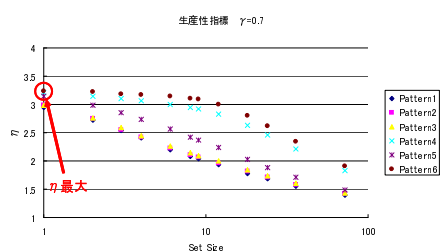


図 13 送り順の相違による生産性指標の変化

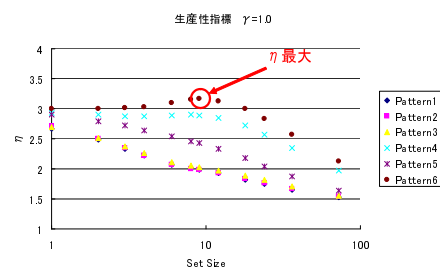


図 14 送り順の相違による生産性指標の変化

5 結論

ロット数変化によるリードタイムの変化

リードタイムはロット数変化に応じて変化するが、その変化は確率遷移関数 $p(r)$ の形によって単調減少、単調増加、極大・極小値をもつなど様々である。しかしその挙動は確率遷移関数 $p(r)$ の形によらず、式 (8) で見積もることができる。 $p(r) = r^{-\gamma}$ のとき、リードタイムが最小となる最適ロットは、全荷物数 N が小さいほど、工程数 n が大きいほど小さくなる。またこのモデルは、リードタイムや最適ロットの定性的な増減だけでなく、定量的な値も求めることが可能であるため、現実の生産ラインの設計に大いに応用できると考えられる。

送り順の相違による生産効率の変化

多種の製品を同一ラインで製造する生産工場では、送り順の相違により生産効率に変化が生じる。リードタイムはパターンによる変化はほとんど無いが、セットサイズに対して単調増加となり、トータルコストはセットサイズに対しては単調減少、送り順のパターンは Pattern1 で最大、Pattern6 で最小となる。生産活動の効率の指標として生産性指標 η を式 (12) で定義すると、生産性指標 η は基本的に「最も小さなセットにまとめ、各工程所要時間は長いですが数が少ないものから送る」ことで最大化できる。しかし、それぞれの製品の各工程所要時間の差が大きい場合はセットサイズ s の変化により η に極大値が生じる。

参考文献

- [1] 藤本隆宏：“生産マネジメント入門 生産システム編”，日本経済新聞社
- [2] Jan de Gier and Bernard Nienhuis：“Exact stationary state for an asymmetric exclusion process with fully parallel dynamics”，PHYSICAL REVIEW E, VOLUME59,NUMBER5,MAY 1999
- [3] Kurt Johansson：“Shape Fluctuations and Random Matrices”，Commun.Math.Phys.209,437-476(2000)
- [4] N.Rajewsky,L.Santen,A.Schadschneider,and M.Schreckenberg：“The Asymmetric Exclusion Process:Comparison of Update Procedures”，Journal of Statistical Physics,Vol.92,Nos.1/2,1998