

# Arithmetic topology on braid and absolute Galois groups

小谷, 久寿

<https://doi.org/10.15017/1806826>

---

出版情報 : 九州大学, 2016, 博士 (数理学), 課程博士  
バージョン :  
権利関係 : 全文ファイル公表済

氏名	小谷 久寿			
論文名	Arithmetic topology on braid and absolute Galois groups (組紐群と絶対 Galois 群に関する数論的位相幾何学)			
論文調査委員	主査	九州大学	教授	森下昌紀
	副査	九州大学	教授	金子昌信
	副査	九州大学	准教授	高田敏恵
	副査	名古屋大学	准教授	古庄英和

### 論文審査の結果の要旨

小谷久寿氏の博士論文は、伊原理論における数論的位相幾何学に関するものである。

20世紀初頭、アルティンは、組み紐の数学的研究を創め、就中、組み紐群の自由群上への表現（今日、アルティン表現と呼ばれる）を見出した。その後、組み紐は、主に位相幾何学における研究対象として、特に、結び目・絡み目理論との関係において種々の研究が行われてきた。1980年代に創められた量子トポロジーにおいても、組み紐理論がその土壌を与えている。一方、伊原康隆氏は、1986年、アルティン表現の数論的類似と云うべき数体の絶対ガロア群の副 $l$ -組み紐表現（以下、伊原表現と呼ぶ。 $l$ は素数）を構成し、その豊かな数論的構造を示した。その後、伊原理論は、グロタンディーク-タイヒミュラー理論、多重ゼータ値など、数論的代数幾何学において発展を続けている。

小谷氏の研究は、伊原氏の元々のアイディアに立ち返り、組み紐群に関する位相幾何学的な諸理論の数論的な類似を追究しようというものである。

博士論文は、位相幾何学に関する準備的な部分とその数論的類似に関する主要部分からなる。位相幾何学的な部分は、組み紐に対するミルナー不変量、ジョンソン準同形およびガスナー表現とそれらの関係を群論的に記述したもので、数論的な類似を考える際、有益な指針、記述になっている。数論的な部分は、組み紐群を絶対ガロア群、アルティン表現を伊原表現に置き代えて、位相幾何的部分の副 $l$ -数論的類似を追究したものである。すなわち、数体の絶対ガロア群に対し、 $l$ -進ミルナー不変量、副 $l$ -ジョンソン準同形、副 $l$ -ガスナー表現を導入し、それらの性質や相互関係について調べている。また、ミルナー不変量を用いて、ヤコビ和や伊原べき級数の記述を与えている。これらは、伊原理論において、位相幾何学的な観点を推し進めたオリジナルな研究である。

従来、数論的位相幾何学の研究において、3次元多様体の基本群やホモロジー群などの代数的位相幾何学的な側面が主に扱われてきたが、小谷氏の研究は、組み紐理論に基づいており、数論と量子トポロジーとの関係への発展性を示唆する点でも興味深いものといえる。

また、小谷氏は、修士課程のとき、代数的数論におけるレダイ記号と保型形式の研究および多様体のべき零類体論の研究を行い、2編の共著論文を著し、出版されている。

以上の小谷久寿氏の研究成果は、数論的位相幾何学における価値ある業績と認められる。よって、本研究者は博士（数理学）の学位を受ける資格があるものと認める。