

極細管における超流動ヘリウムの流動伝熱特性に関する研究

高松, 邦吉
九州大学大学院総合理工学研究科エネルギー変換工学専攻

饒, 燕飛
九州大学大学院総合理工学研究科エネルギー変換工学専攻

藤本, 登
九州大学大学院総合理工学研究科エネルギー変換工学専攻

福田, 研二
九州大学大学院総合理工学研究科エネルギー変換工学専攻

<https://doi.org/10.15017/17414>

出版情報 : 九州大学大学院総合理工学報告. 18 (3), pp.263-267, 1996-12-01. 九州大学大学院総合理工学研究科
バージョン :
権利関係 :

極細管における超流動ヘリウムの 流動伝熱特性に関する研究

高松邦吉*・饒燕飛**
藤本登**・福田研二**

(平成8年8月30日 受理)

Study of Heat Transfer of Helium II in Capillary Tubes

Kuniyoshi TAKAMATSU*, Yan F. RAO**, Noboru FUJIMOTO**
and Kenji FUKUDA**

The flow of superfluid helium through a tube with different temperatures at the ends differs considerably from that of a Newtonian fluid. The strong dependence of the thermodynamic properties on temperature, the internal convection mechanism and the structure of superfluid turbulence cause unusual flows. The equations for the flow of He II are integrated using a one-dimensional, two-fluid model to study the flow in a tube of small diameter. Variable properties of He II and energy dissipation due to mutual friction are fully taken into consideration. The occurrence of maxima of pressure and temperature suggests that the interpretation of some of the experimental data in the literature should be reconsidered.

1. 緒言

近年、超流動ヘリウムの工学的応用は宇宙開発の分野に及んでおり、それらは宇宙赤外線望遠鏡における背景熱雑音の除去と検出器の感度向上のための極低温冷却に使われている。また、He II 開放系冷却システムの低温寿命の延伸策として軌道上での冷媒再充填 (Space tanker 計画)¹⁾が提案された。無重力状態にあること、超流動ヘリウムの蒸気圧の低さに起因するキャビテーション発生可能性があること等のために、機械式ポンプの使用は不相当とされ、代わって熱機械効果を利用し、なんらの可動部分をも持たない Fountain Pump が提案された。これは、多孔質プラグよりもポア (pore) の小さな、スーパーリーク (超流動成分は通すが常流動成分は通さないほどの小さなポアを持つ多孔質構造) に近い多孔質物質をポンプエレメントとし、その下流側にヒータを取り付けただけの構造を持つ。ヒータで加熱するとエレメントを通して超流動成分は流出する一方で、常流動成分はポアが小さいので粘性により移動できず、結果的に一方向的な流れが生じポンプとして機能する。本研究では Fountain Effect Pump (FEP) に関するものとして極細管における He II の流動伝熱特性に関する数値解析を行った。

2. 解析手法

2.1 二流体モデルおよび基礎式

He II は、他の流体とは異なり超流動性や超熱伝導性といった興味深い性質を持っており、それらの性質を解釈するために二流体モデルが考案された。それによると He II は、エントロピーを持たず粘性のない超流体成分と全エントロピーを担い粘性のある常流体成分とから構成されており、この二流体は全く相互作用せず互いの中を流れあう。ただし、二流体間の相対速度がある臨界値を越えると、いわゆる相互摩擦が働くようになるが、これは運動方程式に適切な付加項を導入することで考慮することができる。

超流動ヘリウムに対する質量、全流体の運動量、超流体の運動量、エントロピーの保存式は各々次のように表される。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_s u_s + \rho_n u_n) = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_s u_s + \rho_n u_n) = & - \frac{\partial}{\partial z} (\rho_s u_s^2 + \rho_n u_n^2) \\ & - \frac{\partial p}{\partial z} - f \left(\frac{\xi}{2A} \right) \rho u_n^2 \\ & - \rho g \sin \theta \end{aligned} \quad (2)$$

*エネルギー変換工学専攻修士課程
**エネルギー変換工学

$$\frac{\partial u_s}{\partial t} = -u_s \frac{\partial u_s}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + S \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\rho_n}{2\rho} \frac{\partial}{\partial z} (u_s - u_n)^2 - A_{GM} \rho_n (u_s - u_n)^3 - g \sin \theta \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho S) = -\frac{\partial}{\partial z} (\rho S u_n) + \frac{A_{GM} \rho_s \rho_n (u_s - u_n)^4}{T} + \frac{\tau_w}{T} u_{ni} \quad (4)$$

なお式中における添字 s : 超流体, n : 常流体, 記号 ρ : 密度 ($\rho = \rho_s + \rho_n$), u : 速度, z : 位置, p : 圧力, S : エントロピー, T : 温度, g : 重力加速度, ξ : 濡れぶち長さ, A : 管路断面積, A_{GM} : Gorter-Mellink 係数, f : 摩擦係数, τ_w : 常流体の壁面剪断応力である。ここで Gorter-Mellink 係数 A_{GM} は,

$$A_{GM} = \frac{\rho_s^3 S^4 T^3}{\rho_n} K(T) \quad (5)$$

で与えられ²⁾, $K(T)$ は He II の熱伝達関数で Kashani ら²⁾ の近似式と Srinivasan ら⁴⁾ の実験データをもとに次式で与える。

$$K(T) = \frac{A_c}{\rho^2 S^4 T \lambda^3} \times \frac{1}{\{(T+x)/T_\lambda\}^{5.7} [1 - \{(T+x)/T_\lambda\}^{5.7}]^3} \quad (6)$$

ここで λ は λ 点における値であり, A_c および x の値は **Table 1** に示す。また τ_w は, 古典的な摩擦相関式,

$$\tau_w = -f \left(\frac{\xi}{2A} \right) \rho u_n^2 \quad (7)$$

で与えられる。ここで摩擦係数 f はレイノルズ数 Re が $5 \times 10^3 < Re < 1 \times 10^4$ の範囲において次式³⁾ で与えられ,

$$f = 0.0791 Re^{-0.25} \quad (8)$$

レイノルズ数 Re が $5 \times 10^4 < Re < 5 \times 10^6$ の範囲においては次式で与えられる。

$$f/2 = [2.236 \ln(Re_n) - 4.639]^{-2} \quad (9)$$

ここでレイノルズ数 Re は, 次のように表される。

$$Re_n = \frac{\rho u_n D}{\mu} \quad (10)$$

なお D : 水力等価直径, μ : 粘性係数である。

2.2 数値解析手順

二流体モデルによる基礎式 (1) ~ (4) にコントロー

ルボリュームによる有限差分法を適用し数値解析を行った。また対流項には風上差分, その他の項には中心差分を用いて陽的に時間積分を進めた。入力パラメータは入口温度, 入口圧力, 出口温度, 出口圧力である。

Table 1 Values of A_c and x

P (MPa)	A_c	x
(SVP)	1,150	0
0.1	1,297	0.01
0.25	1,471	0.02
0.5	1,806	0.04
0.7	2,020	0.06

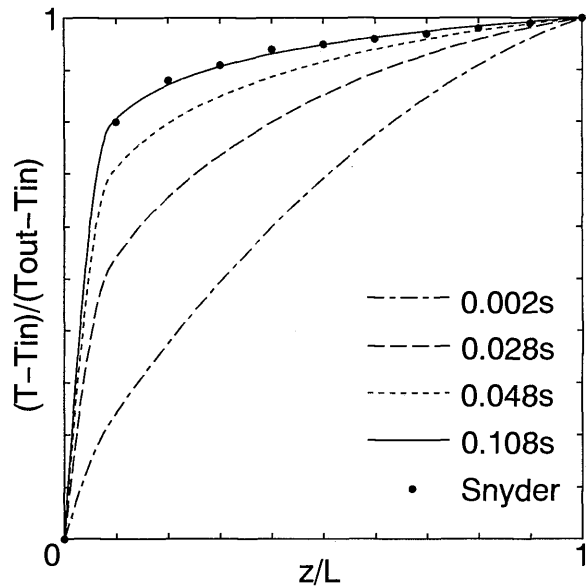


Fig. 1 Temperature profiles for $D=96\mu\text{m}$

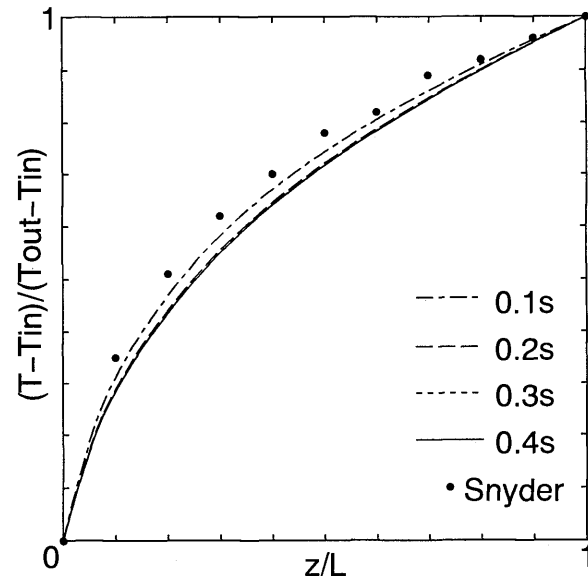


Fig. 2 Temperature profiles for $D=24\mu\text{m}$

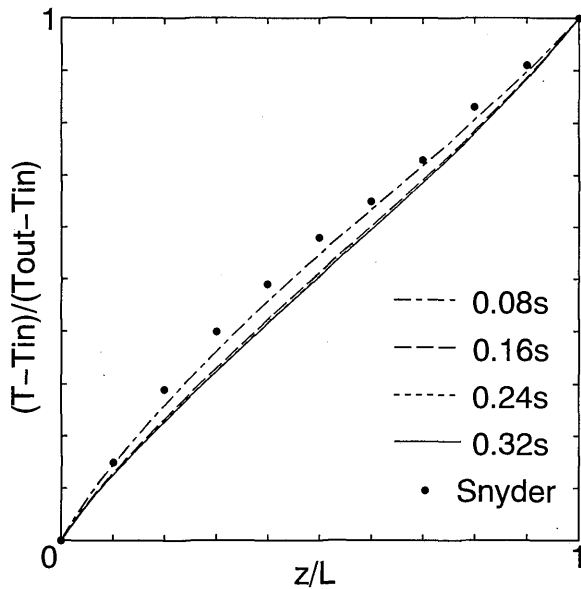


Fig. 3 Temperature profiles for $D=14\mu\text{m}$

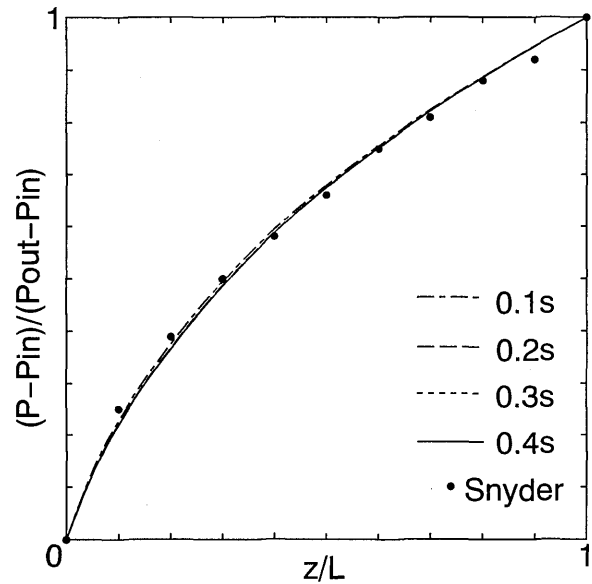


Fig. 5 Pressure profiles for $D=24\mu\text{m}$

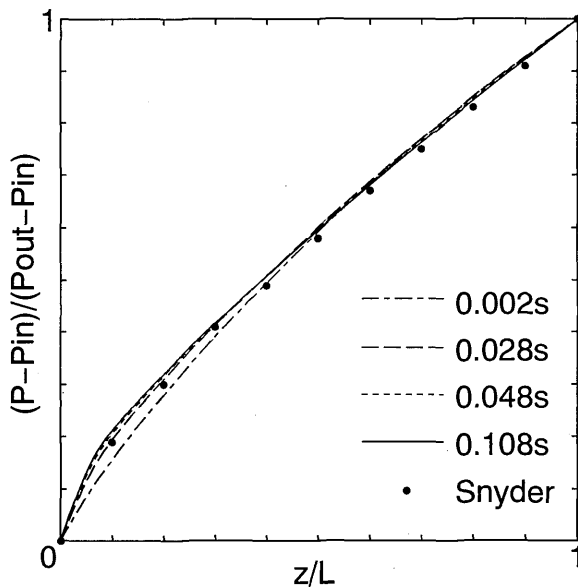


Fig. 4 Pressure profiles for $D=96\mu\text{m}$

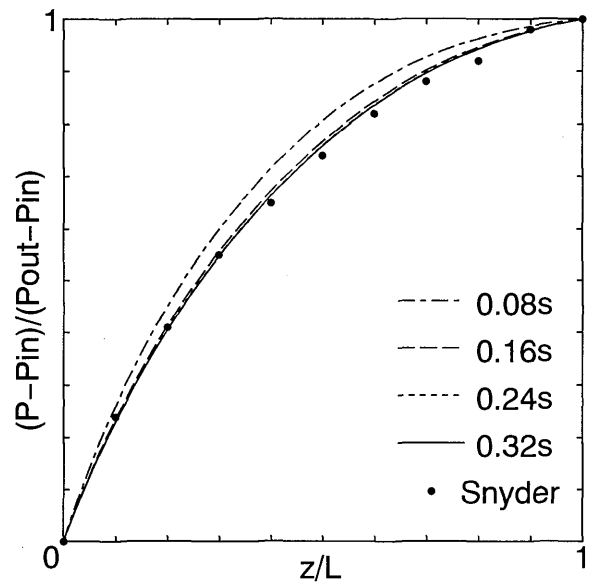


Fig. 6 Pressure profiles for $D=14\mu\text{m}$

境界条件については入口温度，入口圧力，出口温度，出口圧力を一定にし，初期条件についてはより大きい管径における定常値を用いて計算している。その理由は後に詳しく述べるが，管径が小さい場合の計算は非常に収束しづらく，適当な初期値は与えにくいからである。なお，物性値に関しては，主として Maynard⁵⁾ によるデータをもとに，それぞれの温度について圧力の9次式の形で物性値の近似式を作成し，計算で使用したが，物性値の計算誤差は最大±1%以内であった。

3. 解析結果

長さ $L=5\text{cm}$ の1次元管内に飽和 He II を流動させ，

非定常温度分布を求め，Snyder ら⁶⁾の解析値と比較した。Snyder らの解析は定常計算なので，非定常計算である本コードを用いて定常に至るまで計算し，Snyder らの結果と比較してみた。それらの結果を **Fig. 1~3** に示している。これらのグラフでは x 軸は流路入口からの無次元距離 z/L であり，y 軸は無次元温度 $(T-T_{in})/(T_{out}-T_{in})$ である。ここで流路の左端では温度 T_{in} は1.4K，圧力 P_{in} は280Pa，一方流路の右端では温度 T_{out} は1.8K，圧力 P_{out} は1600Pa である。また各々の場合の内径は **Fig. 1** は $96\mu\text{m}$ ，**Fig. 2** は $24\mu\text{m}$ ，**Fig. 3** は $14\mu\text{m}$ である。両解析による結果はほとんど一致しており，それらの誤差は物性値

の近似値の違いによるものと思われる。

次に非定常圧力分布を求め、Snyder らの⁹⁾解析値と比較した。それらの結果を Figs. 4~6 に示している。これらのグラフでは x 軸は流路入口からの無次元距離 z/L であり、 y 軸は無次元圧力 $(P-P_{in})/(P_{out}-P_{in})$ である。境界条件および初期条件は Figs. 1~3 の場合と同じである。両者は全く一致しており本解析コードの妥当性が証明された。

さらに定常で、超流動成分速度を Fig. 7、常流動成分速度を Fig. 8 に示す。これらのグラフでは x 軸は流路入口からの距離 z であり、 y 軸はそれぞれ超流動成分速度 u_s 、常流動成分速度 u_n である。境界条件および初期条件は Fig. 1~3 の場合と同じである。管径

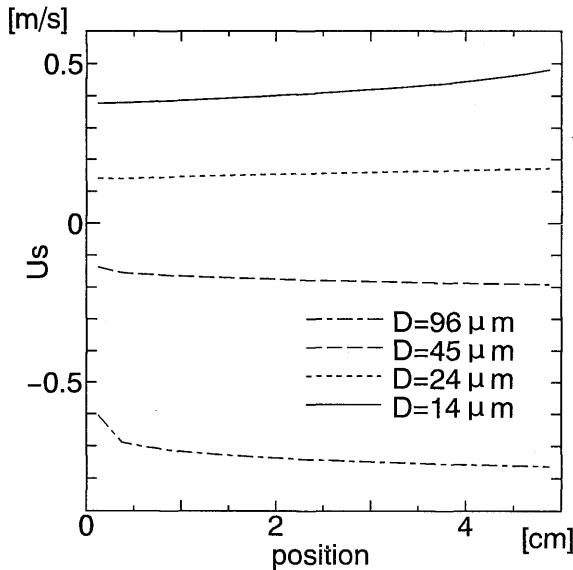


Fig. 7 U_s profiles

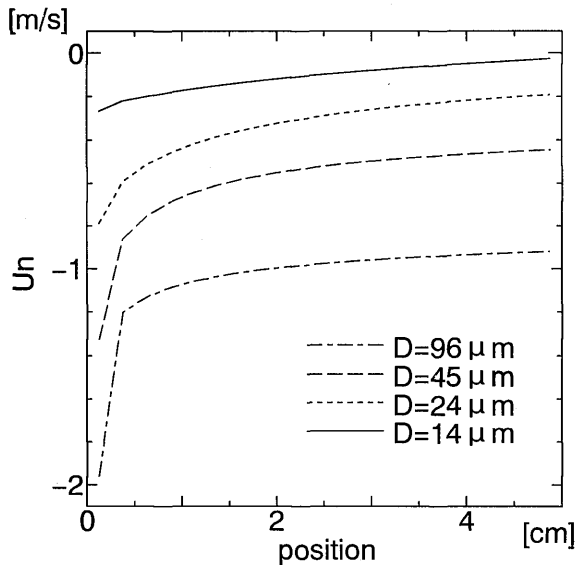


Fig. 8 U_n profiles

が大きい場合、両成分とも強制対流によって負の方向(左)へ流れる。また、管径が小さくなるにつれて常流体成分速度は零に近づく。これは多孔質プラグ内での常流体成分の流動現象を良く表していると言える。一方管径が小さくなるにつれて超流体成分速度は正の方向へ流れ始める。これは多孔質プラグ内での内部対流を表していると言える。つまり速度分布からも本解析コードは極細管内での流動現象を良く表していることがわかった。

しかし、これまでの解析において幾つかの問題点があった。数値計算の場合、初期条件が解の収束性に作用することがしばしばある。本研究のように管径が非常に小さい場合、圧力や温度の分布は特異なものとなり、初期値を与えずらく、計算は収束不可能となることが多々あった。また、管径を小さくすればするほど式中の管径 D を含む項、すなわち摩擦項は他の項に比べ非常に大きくなる。これは管径のオーダーが $10^{-6}m$ であることによる。これにより各々の項の間のバランスが悪化し非常に不安定の起こりやすい計算となった。さらに He II の物性値において、詳細な温度刻みのもの (0.05K) はあったが、圧力は 1atm 刻みのものしかなく今後の物性値に関する研究の進展が期待される。

3.1 Snyder らのモデルとの比較

Snyder らによる超流動ヘリウムの基礎式は以下のようになる。

$$\frac{dp}{dz} = -f\left(\frac{\xi}{2A}\right)\rho u_n^2 \quad (11)$$

$$A_{GM}\rho_n(u_s - u_n)^3 = -\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dz} + S\frac{dT}{dz} \quad (12)$$

$$\rho u \frac{dh}{dz} + \frac{d}{dz}[\rho_s S T (u_n - u_s)] = 0 \quad (13)$$

また、本解析モデルの基礎式(1)~(4)よりエネルギー式を導くと、次式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho e) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u h) + \rho_s \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{2} u_s^2 \right) \\ & + \rho_n \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{2} u_n^2 \right) + \rho u g \\ & + \frac{\partial}{\partial z}[\rho_s S T (u_n - u_s)] + F_{rel}(u_n - u_s) = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

ここで記号 e : 内部エネルギーであり、 F_{rel} は次式で与えられる。

$$F_{rel} = \frac{\rho_s \rho_n}{2\rho} \frac{\partial}{\partial z} (u_s - u_n)^2 \quad (15)$$

Snyder のエネルギー式(13)と本研究でのエネルギー

式(14)とを比較すると、式(15)に $(u_s - u_n)$ を掛けた項、すなわち化学ポテンシャルによる項が大きな違いとなる。本研究の管径において、化学ポテンシャルからの寄与はそれほど大きくなかったが、超流体速度 u_s と常流体速度 u_n との差が大きくなる場合、式(15)が計算に与える影響は大きくなるものと思われる。また非定常計算をする場合、式(14)における非定常項、対流による項は考慮する必要がある。

4. 結 論

極細管における He II の流動伝熱特性を調べるために二流体モデルにもとづく解析コードを開発し、それを用いた解析を行い次の結果を得た。定常温度分布お

よび定常圧力分布について Snyder らの解析値と比較を行った結果、良い一致が見られ、本解析コードは極細管における He II の熱輸送に関する現象を定量的にとらえることができることがわかった。

参 考 文 献

- 1) A. Richard, et al. : Adv. Cryo. Eng. A35 (1990) 321
- 2) A. Kashani, S. W. Van Sciver, et al. : Numer. Heat Trans. A16 (1989) 213
- 3) B. S. Petukhov : Adv. Heat Trans. 6 (1970) 503
- 4) R. Srinivasan and A. Hofmann : Cryogenics 25 (1985) 652
- 5) J. Maynard : Phys. Rev. B14 (9) (1976) 3868
- 6) H. A. Snyder : Adv. Cryo. Eng. 86 (1992) 177