九州大学学術情報リポジトリ Kyushu University Institutional Repository

極細管における超流動ヘリウムの流動伝熱特性に関 する研究

高松,邦吉 九州大学大学院総合理工学研究科エネルギー変換工学専攻

饒, 燕飛 九州大学大学院総合理工学研究科エネルギー変換工学専攻

藤本,登 九州大学大学院総合理工学研究科エネルギー変換工学専攻

福田, 研二 九州大学大学院総合理工学研究科エネルギー変換工学専攻

https://doi.org/10.15017/17414

出版情報:九州大学大学院総合理工学報告. 18(3), pp.263-267, 1996-12-01. 九州大学大学院総合理工 学研究科 バージョン:

権利関係:

極細管における超流動ヘリウムの 流動伝熱特性に関する研究

高松邦 吉*・饒 燕飛** 藤本 登**・福田研二** (平成8年8月30日 受理)

Study of Heat Transfer of Helium I in Capillary Tubes

Kuniyoshi TAKAMATSU*, Yan F. RAO**, Noboru FUJIMOTO** and Kenji FUKUDA**

The flow of superfluid helium through a tube with different temperatures at the ends differs considerably from that of a Newtonian fluid. The strong dependence of the thermodynamic properties on temperature, the internal convection mechanism and the structure of superfluid turbulence cause unusual flows. The equations for the flow of He II are integrated using a one-dimensional, two-fluid model to study the flow in a tube of small diameter. Variable properties of He II and energy dissipation due to mutual friction are fully taken into consideration. The occurrence of maxima of pressure and temperature suggests that the interpretation of some of the experimental data in the literature should be reconsidered.

1. 緒

言

近年,超流動ヘリウムの工学的応用は宇宙開発の分 野に及んでおり、それらは宇宙赤外線望遠鏡における 背景熱雑音の除去と検出器の感度向上のための極低温 冷却に使われている。また, HeⅡ 開放系冷却システ ムの低温寿命の延伸策として軌道上での冷媒再充填 (Space tanker 計画)¹⁾が提案された。無重力状態にあ ること、超流動ヘリウムの蒸気圧の低さに起因するキ ャビテーション発生の可能性があること等のために、 機械式ポンプの使用は不適当とされ、代わって熱機械 効果を利用し、なんらの可動部分をも持たないファウ ンテンポンプが提案された。これは、多孔質プラグよ りもポア (pore) の小さな, スーパーリーク (超流動 成分は通すが常流動成分は通さないほどの小さなポア を持つ多孔質構造)に近い多孔質物質をポンプエレメ ントとし、その下流側にヒータを取り付けただけの構 造を持つ。ヒータで加熱するとエレメントを通して超 流動成分は流出する一方で、常流動成分はポアが小さ いので粘性により移動できず、結果的に一方向的な流 れが生じポンプとして機能する。本研究では Fountain Effect Pump (FEP) に関するものとして極細管に おける He II の流動伝熱特性に関する数値解析を行っ た。

2. 解析手法

2.1 二流体モデルおよび基礎式

He II は,他の流体とは異なり超流動性や超熱伝導 性といった興味深い性質を持っており,それらの性質 を解釈するために二流体モデルが考案された。それに よると He II は,エントロピーを持たず粘性のない超 流体成分と全エントロピーを担い粘性のある常流体成 分とから構成されており,この二流体は全く相互作用 せずに互いの中を流れあう。ただし,二流体間の相対 速度がある臨界値を越えると,いわゆる相互摩擦が働 くようになるが,これは運動方程式に適切な付加項を 導入することで考慮することができる。

超流動ヘリウムに対する質量,全流体の運動量,超 流体の運動量,エントロピの保存式は各々次のように 表される。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_s u_s + \rho_n u_n) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_s u_s + \rho_n u_n) = -\frac{\partial}{\partial z}(\rho_s u_s^2 + \rho_n u_n^2)$$
$$-\frac{\partial p}{\partial z} - f\left(\frac{\xi}{2A}\right)\rho u_n^2$$
$$-\rho g \sin\theta$$

(2)

^{*}エネルギー変換工学専攻修士課程 **エネルギー変換工学

$$\frac{\partial u_s}{\partial t} = -u_s \frac{\partial u_s}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + S \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\rho_n}{2\rho} \frac{\partial}{\partial z} (u_s - u_n)^2$$

 $-A_{GM}\rho_n(u_s-u_n)^3-g\sin\theta \tag{3}$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho S) = -\frac{\partial}{\partial z}(\rho S u_n) + \frac{A_{GM}\rho_s\rho_n(u_s - u_n)^4}{T} + \frac{\tau_w}{T}u_{ni}$$
(4)

なお式中における添字 s: 超流体, n: 常流体, 記号 ρ :密度($\rho = \rho_s + \rho_n$), u:速度, z:位置, p:圧力, S :エントロピー, T:温度, g:重力加速度, ξ :濡れ ぶち長さ, A:管路断面積, A_{GM} : Gorter-Mellink 係 数, f:摩擦係数, τ_W :常流体の壁面剪断応力である。 ここで Grter-Mellink 係数 A_{GM} は,

$$A_{GM} = \frac{\rho_s^3 S^4 T^3}{\rho_n} K(T) \tag{5}$$

で与えられ^a, *K*(*T*) は He Ⅱの熱伝達関数で Kashani ら^a の近似式とSrinivasanら^a の実験データをもとに 次式で与える。

$$K(T) = \frac{A_c}{\rho^2 S_{\lambda}^4 T_{\lambda}^3} \times \frac{1}{\{[(T+x)/T_{\lambda}]^{5.7} [1 - ((T+x)/T_{\lambda})^{5.7}]\}^3}$$
(6)

ここで λ は λ 点における値であり, A_c およびxの値 は Table 1 に示す。また τ_w は,古典的な摩擦相関式,

$$\tau_w = -f\left(\frac{\xi}{2A}\right)\rho u_n^2 \tag{7}$$

で与えられる。ここで摩擦係数fはレイノルズ数Reが2×10³<Re<1×10⁴の範囲において次式³で与えられ,

$$f=0.0791Re^{-0.25} \tag{8}$$

レイノルズ数 *Re* が10⁴ < *Re* <5×10⁶の範囲において は次式で与えられる。

$$f/2 = [2.236 ln (Re_n) - 4.639]^{-2}$$
(9)

ここでレイノルズ数 Re は, 次のように表される。

$$Re_n = \frac{\rho u_n D}{u_n} \tag{10}$$

なお D:水力等価直径, μ:粘性係数である。

2.2 数值解析手順

二流体モデルによる基礎式(1)~(4) にコントロー

ルボリュームによる有限差分法を適用し数値解析を行 った。また対流項には風上差分,その他の項には中心 差分を用いて陽的に時間積分を進めた。入力パラメー タは入口温度,入口圧力,出口温度,出口圧力である。

Table 1Values of A_c and x

P(MPa)	Ac	x
(SVP	1,150	0)
0.1	1,297	0.01
0.25	1,471	0.02
0.5	1,806	0.04
0.7	2,020	0.06



Fig. 1 Temperature profiles for $D=96\mu$ m



Fig. 2 Temperature profiles for $D=24\mu$ m



境界条件については入口温度,入口圧力,出口温度, 出口圧力を一定にし,初期条件についてはより大きい 管径における定常値を用いて計算している。その理由 は後に詳しく述べるが,管径が小さい場合の計算は非 常に収束しづらく,適当な初期値は与えにくいからで ある。なお,物性値に関しては,主として Maynard⁵ によるデータをもとに,それぞれの温度について圧力 の9次式の形で物性値の近似式を作成し,計算で使用 したが,物性値の計算誤差は最大±1%以内であった。

3. 解析結果

長さ L=5cm の1 次元管内に飽和 HeⅡ を流動させ,

非定常温度分布を求め、Snyder ら⁶⁰の解析値と比較し た。Snyder らの解析は定常計算なので、非定常計算 である本コードを用いて定常に至るまで計算し、 Snyder らの結果と比較してみた。それらの結果を **Figs. 1~3** に示している。これらのグラフでは x 軸 は流路入口からの無次元距離 z/L であり、y 軸は無 次元温度 $(T - T_{in})/(T_{out} - T_{in})$ である。ここで流路の 左端では温度 T_{in} は1.4K、圧力 P_{in} は280Pa、一方流 路の右端では温度 T_{out} は1.8K、圧力 P_{out} は1600Pa である。また各々の場合の内径は **Fig. 1** は96 μ m、 **Fig. 2** は24 μ m、**Fig. 3**は14 μ m である。両解析による 結果はほとんど一致しており、それらの誤差は物性値

の近似値の違いによるものと思われる。

次に非定常圧力分布を求め, Snyder ら⁶の解析値と 比較した。それらの結果を Figs. 4~6 に示している。 これらのグラフでは x 軸は流路入口からの無次元距 離 z/L であり, y 軸は無次元圧力($P-P_{in}$)/($P_{out}-P_{in}$) である。境界条件および初期条件は Figs. 1~3の場合 と同じである。両者は全く一致しており本解析コード の妥当性が証明された。

さらに定常で、超流動成分速度を Fig. 7、常流動成 分速度を Fig. 8 に示す。これらのグラフでは x 軸は 流路入口からの距離 z であり, y 軸はそれぞれ超流動 成分速度 us, 常流動成分速度 un である。境界条件お よび初期条件は Fig. 1~3 の場合と同じである。管径



Un profiles

が大きい場合、両成分とも強制対流によって負の方向 (左) へ流れる。また、管径が小さくなるにつれて常 流体成分速度は零に近づく。これは多孔質プラグ内で の常流体成分の流動現象を良く表していると言える。 一方管径が小さくなるにつれて超流体成分速度は正の 方向へ流れ始める。これは多孔質プラグ内での内部対 流を表していると言える。つまり速度分布からも本解 析コードは極細管内での流動現象を良く表しているこ とがわかった。

しかし、これまでの解析において幾つかの問題点が あった。数値計算の場合、初期条件が解の収束性に作 用することがしばしばある。本研究のように管径が非 常に小さい場合、圧力や温度の分布は特異なものとな り、初期値を与えづらく、計算は収束不可能となるこ とが多々あった。また、管径を小さくすればするほど 式中の管径 Dを含む項, すなわち摩擦項は他の項に 比べ非常に大きくなる。これは管径のオーダーが 10⁻⁶m であることによる。これにより各々の項の間の バランスが悪化し非常に不安定の起こりやすい計算と なった。さらにHeⅡ の物性値において,詳細な温度 刻みのもの(0.05K)はあったが、圧力は1atm刻みの ものしかなく今後の物性値に関する研究の進展が期待 される。

3.1 Snyder らのモデルとの比較

Snyder らによる超流動ヘリウムの基礎式は以下の ようになる。

$$\frac{dp}{dz} = -f\left(\frac{\xi}{2A}\right)\rho u_n^2 \tag{11}$$

$$A_{GM}\rho_n(u_s-u_n)^3 = -\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dz} + S\frac{dT}{dz}$$
(12)

$$\rho u \frac{dh}{dz} + \frac{d}{dz} [\rho_s ST(u_n - u_s)] = 0$$
(13)

また、本解析モデルの基礎式(1)~(4)よりエネルギー 式を導くと,次式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u h) + \rho_s \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{2}u_s^2\right) + \rho_n \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{2}u_n^2\right) + \rho ug + \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho_s ST(u_n - u_s)\right] + F_{rel}(u_n - u_s) = 0$$
(14)

ここで記号 e: 内部エネルギーであり, Frel は次式で 与えられる。

$$F_{rel} = \frac{\rho_s \rho_n}{2\rho} \frac{\partial}{\partial z} (u_s - u_n)^2 \tag{15}$$

Snyderのエネルギー式(13)と本研究でのエネルギー

式(14)とを比較すると,式(15)に(*us*-*u_n*)を掛けた項, すなわち化学ポテンシャルによる項が大きな違いとな る。本研究の管径において,化学ポテンシャルからの 寄与はそれほど大きくなかったが,超流体速度 *us* と 常流体速度 *u_n* との差が大きくなる場合、式(15)が計 算に与える影響は大きくなるものと思われる。また非 定常計算をする場合、式(14)における非定常項、対流 による項は考慮する必要がある。

4. 結 論

極細管における He II の流動伝熱特性を調べるため に二流体モデルにもとづく解析コードを開発し,それ を用いた解析を行い次の結果を得た。定常温度分布お よび定常圧力分布について Snyder らの解析値と比較 を行った結果,良い一致が見られ,本解析コードは極 細管における He II の熱輸送に関する現象を定量的に とらえることができることがわかった。

参考文献

- 1) A.Richard, et al. : Adv. Cryo. Eng. A35 (1990) 321
- 2) A.Kashani, S. W. Van Sciver, et al. : Numer. Heat
- Trans. A16 (1989) 213 3) B. S. Petukhov : Adv. Heat Trans. 6 (1970) 503
- 4) R. Srinivasan and A. Hofmann : Cryogenics 25 (1985) 652
- 5) J. Maynard : Phys. Rev. B14 (9) (1976) 3868
- 6) H. A. Snyder : Adv. Cryo. Eng. 86 (1992) 177