九州大学学術情報リポジトリ Kyushu University Institutional Repository

一様等法制をもつ強制乱流の渦構造

跡部,隆 九州大学大学院総合理工学研究科

上野, 潤一郎 ^{富士通(株)}

蕪木, 英雄 日本原子力研究所

渡辺,正 日本原子力研究所

https://doi.org/10.15017/17403

出版情報:九州大学大学院総合理工学報告.18(1), pp.45-49, 1996-06-01.九州大学大学院総合理工学 研究科 バージョン:

権利関係:

一様等方性を持つ強制乱流の渦構造

跡 部 隆*・上 野 潤一郎** 蕪 木 英 雄[†]・渡 辺 正[†] (平成8年2月29日 受理)

The Vortex Structure in the Forced Homogeneous Isotropic Turbulence

Takashi ATOBE*, Junichiro UENO**, Hideo KABURAKI[†] and Tadashi WATANABE[†]

Three-dimensional forced homogeneous isotropic turbulence is investigated by a direct numerical simulation of the Navier-Stokes equations for an incompressible flow. Although homogeneous isotropic turbulence is an idealized model of turbulent phenomena, it is an excellent one for studying the energy cascade process and small scale turbulent structure. There are many experiments on turbulence, but it is difficult to collect spatial data from experiments. The recent development of supercomputers makes large scale direct simulations possible, and spatial structure of the turbulence can be examined through it. Thus we have developed a parallelized direct numerical simulation code for a forced homogeneous isotropic turbulence. Our objective is to investigate the structure of vorticity of the small scale turbulence. We employed the Fourier transform method with 256³ Fourier modes. The Taylor microscale Raynolds number, R_{λ} , is about 110 at statistically steady state. In this calculation, the worm-shaped structures appear by observing the contour surface of vorticity field, and we found that worms are combined to form a sheet-shaped structure, and then the sheet rolls into a worm as time progresses.

1 序

レイノルズの実験に始まり現在にいたるまで,乱流 現象の研究は実験的にも理論的にも多くの研究者によ ってなされてきた.なかでもコルモゴロフによって提 唱された理論は,現在の乱流理論の研究において今な お重要な位置を占めている.

コルモゴロフの仮説^{1,2)}によると,波数空間における 乱流のエネルギースペクトルはある普遍的な形をとる. また発達した乱流場には,速度などの変動成分の分布 がガウス分布からずれるという,わゆる間欠的な性質 が存在する.これらの性質は現実の乱流においても普 遍的に存在し得ることが実験的研究によって確認され た³⁾.しかし現在までに様々なモデルや理論によって これらの結果を説明する努力が続けられているが^{4,5}, 今だにはっきりとした結論を得るには至っていない.

近年における計算機性能の飛躍的な進歩は,これら の乱流現象の解明にも大きく貢献している.これまで には扱うことができなかった大規模でかつより精度の 高い計算を比較的短い時間で行なうことができるよう になったのである.その結果,ナビエ・ストークス方 程式そのものを数値計算によって解く,いわゆる直接 数値シミュレーション (DNS) と呼ばれる手法が確立 した⁶⁾.

最近,この DNS によるコルモゴロフの仮説の検証 が数多く行われ,数値計算によって得られた結果にお いても上記の性質が現れることが確認された.また DNS によると実験では得ることが困難な空間データ を容易に得ることができるため,速度場や温度場など の物理量の空間変動の様子が解析可能になった⁷⁻¹²⁾.

その結果,発達乱流における渦度場について比較的 強い渦度を持つ等渦度面を描くと、小さなチューブ状 の構造が現れることが明らかになった⁸. これはワー ム (worm)と呼ばれ,間欠性との関連も含めて現在 精力的に研究されているものの一つである.

しかしこれらの研究は、主としてワームの発生過程 に重点をおいているため、乱流場としては減衰乱流を 扱ったものが多い.また強制乱流を扱ったものもある が、いずれにしてもワームの挙動の時間発展を調べた ものはない.そこで我々は発達した乱流場における ワームの振舞いを調べるため、外力が常に加わる強制 乱流、すなわち定常乱流の DNS を行ない、渦度場の 時間発展を詳細に調べた.

第2章では本研究で行った DNS における基礎方程 式,また数値計算法を解説する.そしてこの数値計算 によって得られた結果を第3章にまとめ,また第4章

^{*}総合理工学研究科研究生

^{**}富士通株式会社

[†]日本原子力研究所

紹介者:及川正行 応用力学研究所,大気海洋環境シ ステム学専攻

において結論を述べる.

2 数 値 計 算 法

2.1 基礎方程式と離散化

直角座標系 $x = (x_1, x_2, x_3)$ における流体の運動は下 記に記すナビエ・ストークス方程式と連続の式によっ て記述されるものとする.

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + (\boldsymbol{u} \cdot \nabla) \boldsymbol{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla \boldsymbol{p} + \nu \nabla^2 \boldsymbol{u} + \boldsymbol{F}, \qquad (1)$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{u} = 0 \tag{2}$$

ただし

$$\nabla \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$$

ここで, t は時間, $u = (u_1(x, t), u_2(x, t), u_3(x, t))$ は流体の速度, p = p(x, t) は圧力, ρ は密度, ν は動 粘性係数である. ただし, 流れの場全体を通じて流体 の運動による密度変化は十分小さく, 無視できるもの とする. F = F(x, t) は外力で, 粘性によるエネル ギー散逸とこの項によるエネルギー注入がつりあった ところで定常乱流が実現される. ただしここでいう定 常状態とは, 総エネルギー等の統計量が一定値に漸近 した状態を指しており, 速度等の各物理量の大きさは 時間, 空間的に乱雑に変化している. また計算領域は 3 次元立方領域 $\Omega = [0, 2\pi] \times [0, 2\pi] \times [0, 2\pi]$ を考え, 速度場は周期境界条件を満足するものとする.

いま, (1), (2)式を渦度 $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \boldsymbol{u} = (\omega_1(\boldsymbol{x}, t), \omega_2(\boldsymbol{x}, t), \omega_3(\boldsymbol{x}, t))$ を用いて表現し, さらに速度, 渦度, そして外力についてそれぞれ 3 次元フーリエ展 開を行うと, フーリエ係数に関する次の発展方程式を 得る.

$$\frac{d}{dt}\widetilde{\omega}_{j} = \epsilon_{jkl}k_{k}k_{m}\widetilde{u_{l}u_{m}} - \nu k^{2}\widetilde{\omega}_{j} + \widetilde{F}_{j}, \ [j=1, 2, 3],$$
(3)

 $k_j \tilde{u}_j = 0 \tag{4}$

ただし

$$\tilde{\omega}_j = -\epsilon_{jkl} k_k \tilde{u}_l. \tag{5}$$

ここで、 $k = (k_1, k_2, k_3), k = |k|$ であり、 ε_{jkl} は交代テ ンソル、また式中2度現れる添字については和をとる ものとする. さらに $\tilde{u}_j = \tilde{u}_j(k, t), \tilde{\omega}_j = \tilde{\omega}_j(k, t), \tilde{F}_j =$ $\bar{F}_j(k, t)$ はそれぞれ速度 $u(x, t), と渦度 \omega(x, t), \mathcal{E}$ して $\nabla \times F(x, t),$ のフーリエ係数のj 成分であり、 これらは以下のように定義される.

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}, t) = i \sum_{k_1=-N}^{N-1} \sum_{k_2=-N}^{N-1} \sum_{k_3=-N}^{N-1} \tilde{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{k}, t) \exp[i\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{x}], \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}, t) = \sum_{k_1=-N}^{N-1} \sum_{k_2=-N}^{N-1} \sum_{k_3=-N}^{N-1} \widetilde{\boldsymbol{\omega}}(\boldsymbol{k}, t) \exp[i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{x}], \quad (7)$$

$$\nabla \times \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}, t) = \sum_{k_1=-N}^{N-1} \sum_{k_2=-N}^{N-1} \sum_{k_3=-N}^{N-1} \widetilde{\boldsymbol{F}}(\boldsymbol{k}, t) \exp[i\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{x}].$$
(8)

ここで 2N は各方向のフーリエモード数を表す.また(3)式右辺第1項,第2項はそれぞれナビエ・ストークス方程式の移流項と拡散項に対応し, $u_1u_m(k, t)$ は, $u_1(x, t)u_m(x, t)$ のフーリエ係数を表す.

$$u_{l}(\boldsymbol{x}, t)u_{m}(\boldsymbol{x}, t) =$$

$$\sum_{k_{1}=-N}^{N-1}\sum_{k_{2}=-N}^{N-1}\sum_{k_{3}=-N}^{N-1}\widetilde{u_{l}u_{m}}(\boldsymbol{k}, t)\exp[i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{x}]$$
(9)

(3)式の時間積分については、4段4次のルンゲ・ クッタ法を用いる.また計算手法に伴うエイリアジン グエラーを除去するため、3/2則と呼ばれる方法を併 用している.

2.2 乱流場のエネルギーと時間スケール

乱流場のエネルギーは波数空間で評価するものとし, 各波数についてのエネルギーの大きさを表すエネル ギースペクトル関数 *E*(*k*, *t*)を次のように定義する.

$$E(k, t) = \frac{1}{2} \sum_{|k|=k} |\tilde{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{k}, t)|^2.$$
(10)

これは波数空間における原点を中心とする半径 kの 球殻内(単位厚さ)に含まれるエネルギーの量を表す. さらにこの E(k, t)を用いると、渦の転回時間 (eddy-turnover time) $T_{E}(t)$ は次のように定義される.

$$T_E(t) \equiv L(t)/U(t). \tag{11}$$

ここで, U(t), L(t) はそれぞれ

$$U(t) = \sqrt{\frac{2}{3} \int E(k, t) dk},$$
 (12)

$$L(t) = \frac{\pi}{2U(t)^2} \int k^{-1} E(k, t) dk,$$
 (13)

であり、L(t) は積分スケールと呼ばれるものである. この $T_{B}(t)$ は乱流場における代表的な渦が一回転す るのに要する時間に相当するもので、系の時間発展を 考える上で必要な時間スケールの一つである.

2.3 計 算 条 件

本研究における数値計算ではフーリエスペクトル法 を用いているが、そのときの格子点(フーリエモー ド)数 2*N*,時間きざみ *Δt*,また動粘性係数 *ν* はそ れぞれ 2N = 256,

 $\Delta t = 0.001$,

 $\nu = 0.002$,

とする.また初期速度場におけるエネルギースペクト ルは以下に示す典型的な exp 型に合わせる.

 $E(k, 0) = Ck^4 \exp[-2k^2], (C: 任意定数)$ (14)

ここで,(10)式右辺の和の部分の組合わせは乱数により正規分布で与える.

乱流場を励起する外力 $\tilde{F}(k, t)$ は、初期速度場に おけるエネルギースペクトル E(k, 0) の各成分のう ち、k=1 の低波数成分を固定した形、すなわち、

$$E(1, t) = E(1, 0) = C_0, \quad (C_0 : \pm 2), \quad (15)$$

を満足するように与える. またそれ以外の $E(k, t)|_{k\neq 1}$ は, ナビエ・ストークス方程式にしたがって時間発展する.

本計算におけるレイノルズ数は代表波数,代表速度 をそれぞれ k₀, U₀ とすると,次のように定義される.

$$R \equiv \frac{U_0}{\nu k_0} \tag{16}$$

ここで(14)式で与えられる初期スペクトルは k=1 で 最大値を持つもので,代表波数 k₀ は1とする.また 代表速度 U₀ を

$$U_0 \equiv \sqrt{2 \int E(k, 0)}, \qquad (17)$$

と定義し、かつ $\sqrt{2\int E(k, 0)} = 1$ となるように E(k, 0) を正規化すると、初期レイノルズ数は

$$R = 1/\nu = 500$$
 (18)

となる.

3 計 算 結 果

3.1 エネルギースペクル

Fig.1はエネルギースペクル関数,すなわち各波数 についてエネルギーの大きさをプロットしたものであ る.ただし両軸とも対数で表している.図中左側の一 点鎖線は初期スペクトル E(k, 0)の形を表している. このように初期速度場のエネルギーは、k=1で最大 値を持つように与えられる.右側の破線が十分時間発 展した後、 $t=t_0 \simeq 5T_E(0)$ におけるスペクトルの様子 である.これを見ると初期において低波数側にのみ局 在していたエネルギーが、時間発展ともに高波数側に 輸送されていることかわかる.この現象は、大きな渦 構造のより小さな渦構造への遷移過程に付随するもの であり、エネルギーカスケード呼ばれるものである. このエネルギーカスケードは、ナビエ・ストークス方 程式の非線形性によるもので、低波数領域のエネル ギーはこのカスケードによって非常に小さなスケール の渦にまで達し、最終的には粘性によって散逸される ものと考えられている. 図中の直線は $k^{-5/3}$ に対応し ており、この図を見る十分発達した乱流のエネルギー スペクトルが慣性小領域においてこの直線にのるとい う、いわゆるコルモゴロフの-5/3乗則の性質がよく 表われていることがわかる.

また(19)式によって定義されるテイラーのマイクロ スケール λ は約0.3で,これに基づくレイノルズ数 R_{λ} は約110である.

$$\lambda \equiv \sqrt{\frac{5\int E(k,t)dk}{\int k^2 E(k,t)dk}}.$$
(19)

これまでに報告されているフーリエモード数256³の計 算の中でこの *R*¹ の値はやや大きめになっているが, これは外力によるエネルギー注入に起因していると思 われる.

3.2 渦度場の幾何学的構造

以下に示す図は、定常状態以降の物理空間における 渦度場の様子を、等渦度面を用いて表したものである. このときの渦度の大きさは全体の渦度の自乗平均の約 4倍としており、比較的強い渦度を持つ領域を表して いる.また本研究の興味は渦度場の微細構造にあるの で、ここに示す図は全領域の中心部1/8だけを拡大し て表している.

Fig. 2は *t*=0 における等渦度面で, 渦度場の初期 状態を表している. ただし, 初期渦度場が強渦度領域 を持たないため, この図のみ閾値をかなり小さな値に 設定している. またこの図のみ, 計算領域全体を表し ている. これを見ると等渦度面がシート状になってお り, また空間全域に一様に分布していることがわかる. このことは, 初期渦度場を正規分布によって与えてい ることに起因している.

Fig. 3 は $t=t_0$, すなわち十分時間発展した後の等 渦度面を表す. 図中に,中央にみえる一本の直線は物 理空間に注入した色素に相当しており,この動きを見 ると速度場の変化の様子を知ることができる. (しか しながら今回の一連の計算では,この色素を構成して いる粒子数の不足から,速度場に関してはあまり有意 義な結果を得ることができなかった.)

この図の等渦度面を注意深く観察すると、チューブ 状の構造とそれをつぶしたようなシート状の構造を見 ることができる.またこれらの構造は空間的に一様に 分布しているようには見えない.

これまでの結果では、乱流場の発達過程においては 等渦度面はまず薄いシート状になっており、それが時 間発展にともなって徐々に巻きあがってチューブ状に 変化していくと考えられている.(これはケルビン・



Fig. 1 The energy spectrum. The dash-dotted line (\Box) and dashed line (\bigcirc) represent the energy spectrum at t=0 and $t=t_0$, respectively. The straight line corresponds to the Kolmogorov spectrum $E(k) \propto k^{-5/3}$.



Fig. 2 The contour surface of the vorticity at t=0.

ヘルムホルツ型不安定によるものと考えられているが, まだ確証は得られていない.)このチューブ状の渦構. 造がワームと呼ばれるものである.そして十分発達し た乱流場においてシート状の構造はみられずワームの みが存在し,このワームも最終的には粘性によって消 滅していくものと理解されている.ところが Fig.3で 見たように我々のシミュレーションでは定常状態に達 した後の渦度場においてもシート状の構造が存在して いる.このことは、本研究における乱流が常に外力が 加わる強制乱流であることから、この外力の影響が現 れているものと思われる.



Fig. 3 The contour surface of the vorticity at $t=t_0\simeq 5T_E(0)$.



Fig. 4 The contour surface of the vorticity at $t = t_0 + 0.1 T_E(t_0)$.



Fig. 5 The contour surface of the vorticity at $t = t_0 + 0.3T_E(t_0)$.

また、初期において渦度を一様に分布させているに もかかわらず、時間発展後ワームの非一様分布が観測 されることは、ワーム状の渦構造の存在が乱流場に間 欠性をもたらす原因になっていると考えられる.

Fig. 4 は **Fig. 3**の状態から $0.1T_E(t_0)$ 秒後の様子 であるが、ここでは図中左上の部分に比較的大きな シート状の構造をみることができる. 中間の時間発展 の様子を詳細に調べると、このシートは複数のワーム の融合によって形成されていることがわかった. 減衰 乱流の DNS では、シートからワームへの遷移は報告 されているが、この図の示すようにワームからシート への遷移過程はこれまでには見られていない. 更に時 間発展させた後、 $t=t_0+0.3T_E(t_0)$ における渦度場の 様子を Fig. 5 に示す. ここでは先ほどのシートが再 度巻きあがって新たなワームを形成していることがわ かる.このように強制乱流における渦構造の時間発展 においては、減衰乱流にみられるような単純な遷移過 程ではなく、シートからワーム、ワームからシートへ とより複雑な発達過程が存在することが明らかになっ た. これらの結果は、強制乱流における外力のかけ方 に大きく依存しているものと思われ、ワームの生成過 程と密接に関わるものとして興味深い現象である.

4 結 論

本研究では、常に外力が加わる3次元一様等方乱流 の直接数値シミュレーションを行い、渦度場の幾何学 的構造の時間発展の様子を定性的に調べたものである. 数値計算はフーリエスペクトル法を用い、その際の フーリエモード数は256³である.初期速度場のレイノ ルズ数は500で、また十分時間発展した後のテイラー のマイクロスケールに基づくレイノルズ数は約110で ある.

その結果,十分時間発展した後の強制乱流の渦度場 においては,比較的強い渦度での等渦度面がチューブ 状になるワームと呼ばれる構造と,シート状の構造が 共存することがわかった.また渦度場の時間発展にお いては,複数のワームの融合によるシートの形成と, 更にそのシートによるワームの形成がみられた.この 一連の乱流渦度場の時間発展の様子は,ワームの生成, 発達過程に関連して興味深いものである.またこれら の結果は,本研究における乱流場が常に強制力によっ て励起されていることに起因していると思われる.し かしここで用いた外力は数値計算上便宜的に設定した ものであり,何らかの物理現象を直接モデル化したも のではない.このことから,今後は乱流場の時間発展 の強制力依存性を詳細に調べる必要があると考えてい る.

謝 辞

本研究における数値計算は日本原子力研究所の富士 通 VPP500 を用いて行なわれた.また,計算コード の開発においては,日本原子力研究所横川三津夫氏よ り多大なるご助言を頂きましたこと,深く感謝いたし ます。

参考文献

- 1) A. N. Kolmogorov: C. R. Acad. Sci. U. R. S. S. **30** (1941) 299.
- A. N. Kolmogorov: C. R. Acad. Sci. U. R. S. S. 31 (1941)
 99.
- S. G. Saddoughi and S. V. Veeravalli: J. Fluid Mech. 268 (1994) 333.
- 4) R. H. Kraichnan: Phys. Rev. Lett. 65 (1990) 575.
- 5) I. Hosokawa: Phys. Rev. Lett. 66 (1991) 1054.
- 6) S. A. Orszag and G. S. Patterson: Phys. Rev. Lett. 28 (1972) 76.
- 7) R. M. Kerr: J Fluid Mech. 153 (1985) 31.
- K. Yamamoto and I. Hosokawa: J. Phys. Soc. Japan. 57 (1988) 1532.
- 9) A. Vincent and M. Meneguzzi: J. Fluid Mech. **225** (1991) 1.
- 10) Z.-S. She: Phy. Rev. Lett. 66 (1991) 600.
- S. Chen, G. Doolen, R. H. Kraichnan and Z.-S. She: Phys. Fluid A5 (1993) 458.
- 12) J. Jiménez, A. A. Wray, P. G. Saffman and R. S. Rogallo: J. Fluid Mech. 255 (1993) 65.