造波機によって誘起される定常循環流について

経塚, 雄策
九州大学大学院総合理工学研究科大気海洋環境システム学専攻

山口, 健太郎
九州大学大学院総合理工学研究科大気海洋環境システム学専攻 : 九州電力（株）

長町, 健治
九州大学大学院総合理工学研究科大気海洋環境システム学専攻 : 川崎重工（株）

https://doi.org/10.15017/17340

出版情報：九州大学大学院総合理工学報告. 16 (2), pp.217-229, 1994-09-01. 九州大学大学院総合理工学研究科
バージョン：

九州大学大学院総合理工学研究科報告
第16巻 第2号 217-229頁 平成6年9月

Engineering Sciences Reports, Kyushu University
(KYUSHU DAIGAKU SOGORIKOGAKU KENKYUKA HOKOKU)
Vol. 16, No. 2 pp. 217 - 229 SEPT 1996

造波機によって誘起される定常循環流について

経塚雄策*・山口健太郎**・長町健治***

(平成6年5月31日 受理)

On the Steady Current Induced by a Wave Maker

Yusaku KYOZUKA, Kentaro YAMAGUCHI and Kenji NAGAMACHI

Mass transport in water waves is a nonlinear phenomenon and it plays important role in the environmental problems in the ocean such as the propagation of oil spills and the diffusion of contaminated materials. Mass transport induced by a wave maker in the shallow wave tank is theoretically and experimentally studied. Viscous effects on free-surface and water bottom are considered by the boundary layer theory on the basis of Longuet-Higgins' thoery. Contributions by local waves in front of a wave maker are exactly taken into account by the eigen function expansions. Stream lines and velocity vectors are presented graphically and they are validated in comparison with measurements in a wave flume.

1. はじめに

波浪に伴う定常流は Stokes Drift として一般にも良く知られているが，物質の移流・拡散問題では重要な役割を果たすことから近年関心が高まっている．ただし，その鉛直方向の速度分布については不明なことも多い．Stokes Drift は波の進行方向の定常流のみを与えるので連続の条件を満たすためには戻り流れを考えなければならないが，ポテンシャル理論では一定値を与えるのみで実験事実をうまく説明できないことが知られている．Longuet-Higgins[1] は，一定水深域の規則波による質量輸送速度を底面における粘性条件を考慮した解析解を示し，ポテンシャル理論から求められる解に較べ実験事実を良く説明できることを明らかにした．

この問題は海岸変形と海浜流への関心から土木分野で多くの研究があるが，定常流の鉛直速度分布については主として汀線付近の砕波帯における定常流に関するものが多い[2]．一方，海洋構造物と波の干渉問題では多くが浅掘に関するもので，構造物周りの定常流に関するものとしては Chaplin[3]，高木[4]，加藤ら[5]，Arai[6] の報告があるに過ぎない．著者ら[7]は先に，一定水深域の矩形潜堤周りの定常流について Longuet-Higgins と同様の理論解析と実験を行いいくつかの知見を得たが，矩形潜堤では角の部分から大きな渦が発生しており理論で仮定した層流境界層理論の適用は無理であるとの結論を得た（付録B参照）．ここではこれに関連して造波機周りの定常流について考えた．この問題については極端な渦の発生は見られないはずで，従って理論の妥当性を検証する上で適当な問題であると思われる．Hudspeth and Sulisz[8] は，この問題をポテンシャル理論による2次の解析によって解いているが，粘性影響を無視した解は造波機から遠方で既に知られている実験事実とは異なっているのであまり魅力を感じない。

本研究では，理論解析は Longuet-Higgins の理論を適用して粘性影響を考慮すると共に，構造物周りの局部波が含まれる場合にも拡張を行った．また，二次元水槽で実験を行い理論計算との比較を行った．

2. 理論解析

2.1 質量輸送速度の定義

Fig. 1 のような一定水深域 $z=h$ における有限振幅規則波の問題を考える．$\boldsymbol{u}(\mathbf{x}, t)$ を $\mathbf{x}=(x, z, t)$ における速度と定義すれば，微小パラメータ ϵ を使って $\boldsymbol{u}$ を次の式にように展開できる．

*大気海洋環境システム学専攻
**大気海洋環境システム学専攻修士課程（現在 九州電力(株)）
***大気海洋環境システム学専攻修士課程（現在 川崎重工業(株)）

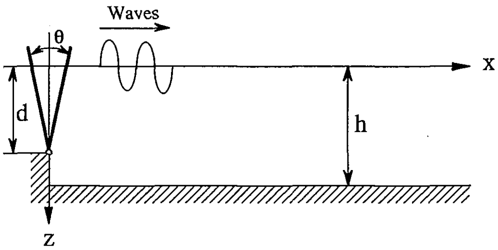

Fig. 1　Coordinate system

$$\boldsymbol{u} = \varepsilon \boldsymbol{u}_1 + \varepsilon^2 \boldsymbol{u}_2 + \cdots \tag{1}$$

ここで，代表長さとして波長 λ をとれば $\boldsymbol{u}_1$, $\boldsymbol{u}_2$ は λ/T の関数である．波振幅を a とすれば $\varepsilon = a/\lambda$ として ε は波傾斜となる．時間平均値を上棒 $^-$ で表現すれば

$$\overline{\boldsymbol{u}_1} = 0 \tag{2}$$

である．流体粒子の変位量については $t=0$ のとき $\boldsymbol{x}_0$ であったとすれば

$$\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_0 = \int_0^t \boldsymbol{u}\, dt \tag{3}$$

で与えられる．この流体粒子の速度を $\boldsymbol{U}$ で表わすことにすれば

$$\begin{aligned}\boldsymbol{U} &= \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}_0 + \int_0^t \boldsymbol{u}\, dt, t) \\ &= \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}_0, t) + \int_0^t \boldsymbol{u}\, dt \cdot \mathrm{grad}\, \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}_0, t) + \cdots \end{aligned} \tag{4}$$

(1) と同様にして

$$\boldsymbol{U} = \varepsilon \boldsymbol{U}_1 + \varepsilon^2 \boldsymbol{U}_2 + \cdots \tag{5}$$

とすれば

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{U}_1 &= \boldsymbol{u}_1 \\ \boldsymbol{U}_2 &= \boldsymbol{u}_2 + \int_0^t \boldsymbol{u}_1 dt \cdot \mathrm{grad}\, \boldsymbol{u}_1\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

(6) の時間平均値は

$$\left.\begin{aligned}\overline{\boldsymbol{U}_1} &= \overline{\boldsymbol{u}_1} = 0 \\ \overline{\boldsymbol{U}_2} &= \overline{\boldsymbol{u}_2} + \overline{\int_0^t \boldsymbol{u} dt \cdot \mathrm{grad}\, \boldsymbol{u}_1}\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

従って，ε の 2 次までとった質量輸送速度は

$$\overline{\boldsymbol{U}} = \varepsilon^2 \overline{\boldsymbol{U}_2} = \varepsilon^2 (\overline{\boldsymbol{u}_2} + \overline{\int_0^t \boldsymbol{u}_1 dt \cdot \mathrm{grad}\, \boldsymbol{u}_1}) \tag{8}$$

で与えられる．

これを流れ関数 ψ を使って表現してみよう．(1), (5) と同様にして摂動展開すると

$$\left.\begin{aligned}(u, w) &= \varepsilon (u_1, w_1) + \varepsilon^2 (u_2, w_2) + \cdots \\ \psi &= \varepsilon \psi_1 + \varepsilon^2 \psi_2 + \cdots\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

とおけば定義から

$$(u_i, w_i) = (\frac{\partial \psi_i}{\partial z}, -\frac{\partial \psi_i}{\partial x}) \quad \text{for } i = 1, 2, \cdots \tag{10}$$

であり，質量輸送速度（$\varepsilon^2 \overline{\boldsymbol{U}_2}$, $\varepsilon^2 \overline{\boldsymbol{W}_2}$）は (8) から

$$\left.\begin{aligned}\overline{\boldsymbol{U}_2} &= \overline{u_2} + \overline{\int \frac{\partial \psi_1}{\partial z} dt \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x \partial z}} \\ &\quad - \overline{\int \frac{\partial \psi_1}{\partial x} dt \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z^2}} = \frac{\partial \Psi}{\partial z} \\ \overline{\boldsymbol{W}_2} &= \overline{w_2} - \overline{\int \frac{\partial \psi_1}{\partial z} dt \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2}} \\ &\quad + \overline{\int \frac{\partial \psi_1}{\partial x} dt \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x \partial z}} = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

ただし

$$\Psi = \overline{\psi_2} + \overline{\int \frac{\partial \psi_1}{\partial z} dt \frac{\partial \psi_1}{\partial x}} \tag{12}$$

となって，Ψ は質量輸送速度 $\overline{\boldsymbol{U}}$ の流れ関数である．(12) の右辺第 2 項は Stokes Drift を表しており，一定水深域の規則波の場合

$$\left.\begin{aligned}&\varepsilon\eta_1(x,t)\\&\quad=a\cos(kx-\omega t)=Re\{ae^{-ikx}\cdot e^{i\omega t}\}\\&\varepsilon\psi_1(x,z,t)\\&\quad=Re\{-\frac{\omega}{k}\frac{\sin\mathrm{h}\,k(z-h)}{\sin\mathrm{h}\,kh}ae^{-ikx}\cdot e^{i\omega t}\}\end{aligned}\right\}\tag{13}$$

ただし

$$\omega^2/g=k\tanh kh \tag{14}$$

として計算すると

$$\varepsilon^2\overline{U_{st}}=\frac{a^2\omega\ k\cosh 2k(z-h)}{2\sinh^2 kh} \tag{15}$$

となる．この結果から解るように Stokes Drift は波の進行方向に正値となっているので，連続条件式を満足していない．

2.2　運動方程式と境界層近似

非圧縮性の粘性流体の運動方程式は

$$\begin{aligned}&\left(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial x}+w\frac{\partial}{\partial z}-\nu\nabla^2\right)(u,w)\\&\quad=-\left(\frac{\partial}{\partial x},\frac{\partial}{\partial z}\right)\left(\frac{P}{\rho}-gz\right)\end{aligned}\tag{16}$$

で与えられるが，上式において圧力 P を消去すれば

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial x}+w\frac{\partial}{\partial z}-\nu\nabla^2\right)\nabla^2\psi=0 \tag{17}$$

のように渦度方程式を得る．(17) の時間平均値をとると

$$\overline{\left(u\frac{\partial}{\partial x}+w\frac{\partial}{\partial z}-\nu\nabla^2\right)\nabla^2\psi}=0 \tag{18}$$

(9) を使って ε の１次の項だけをとれば

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}-\nu\nabla^2\right)\nabla^2\psi_1=0 \tag{19}$$

よって

$$\nabla^2\psi_1=\nu\int\nabla^4\psi_1dt \tag{20}$$

となる．また，(18) において ε の２次の項は

$$\overline{\left(u_1\frac{\partial}{\partial x}+w_1\frac{\partial}{\partial z}\right)\nabla^2\psi_1}=\nu\nabla^4\overline{\psi_2} \tag{21}$$

であるが (20) を代入すれば次式を得る．

$$\nabla^4\overline{\psi_2}=\overline{\left(u_1\frac{\partial}{\partial x}+w_1\frac{\partial}{\partial z}\right)\int\nabla^4\psi_1dt} \tag{22}$$

従って，(12) から Ψ の支配方程式は

$$\begin{aligned}\nabla^4\Psi=&\overline{\left(u_1\frac{\partial}{\partial x}+w_1\frac{\partial}{\partial z}\right)\int\nabla^4\psi_1dt}\\&+\nabla^4\overline{\int\frac{\partial\psi_1}{\partial z}dt\frac{\partial\psi_1}{\partial x}}\end{aligned}\tag{23}$$

となるが，これを境界層理論によって取り扱うことを考える．境界層の外側では

$$\nabla^2\psi_1=0 \tag{24}$$

が成立すると考えられるから (23) は

$$\nabla^4\Psi=\nabla^4\overline{\int\frac{\partial\psi_1}{\partial z}dt\frac{\partial\psi_1}{\partial x}} \tag{25}$$

である．

一方，境界層内部では n を境界層の厚さ方向にとった座標系 (s,n) を定義し，(17) に境界層近似を適用すれば

$$\begin{aligned}&\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial\psi}{\partial n}\frac{\partial}{\partial s}-\frac{\partial\psi}{\partial s}\frac{\partial}{\partial n}\right.\\&\quad\left.-\nu\frac{\partial^2}{\partial n^2}\right)\frac{\partial^2\psi}{\partial n^2}=0\end{aligned}\tag{26}$$

であり，１次の項は

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}-\nu\frac{\partial^2}{\partial n^2}\right)\frac{\partial^2}{\partial n^2}\psi_1=0 \tag{27}$$

となるので，境界層の外側で有界となる解は

$$\frac{\partial^2}{\partial n^2}\psi_1=Ae^{-(1+i)n/\delta} \tag{28}$$

ただし，$\delta=(2\nu/\omega)^{1/2}$：境界層厚さ
で与えられる．(28) を n で積分し，境界層両端での速度によって表現すれば

$$\frac{\partial}{\partial n}\psi_1=(q_{s1}^{(0)}-q_{s1}^{(\infty)})(e^{-\alpha n}-1) \tag{29}$$

ただし，$\alpha=(1+i)/\delta$

$q_{s1}^{(0)}, q_{s1}^{(\infty)}$ は境界層底部と外部における接線速度(26)の時間平均値は

$$\overline{\left(\frac{\partial\psi}{\partial n}\frac{\partial}{\partial s}-\frac{\partial\psi}{\partial s}\frac{\partial}{\partial n}-\nu\frac{\partial^2}{\partial n^2}\right)\frac{\partial^2\psi}{\partial n^2}}=0 \tag{30}$$

この2次の項は

$$\overline{\left(\frac{\partial\psi_1}{\partial n}\frac{\partial}{\partial s}-\frac{\partial\psi_1}{\partial s}\frac{\partial}{\partial n}\right)\frac{\partial^2\psi_1}{\partial n^2}}=\nu\frac{\partial^4\overline{\psi_2}}{\partial n^4} \tag{31}$$

であるが(27)を時間積分し，(31)に代入すると

$$\frac{\partial^4\overline{\psi_2}}{\partial n^4}=\overline{\frac{\partial\psi_1}{\partial n}\int\frac{\partial^5\psi_1}{\partial s\partial n^4}dt}-\overline{\frac{\partial\psi_1}{\partial s}\int\frac{\partial^5\psi_1}{\partial n^5}dt} \tag{32}$$

従って，(12)を n で4回微分し(32)を使って整理すると

$$\frac{\partial^4\Psi}{\partial n^4}=4\overline{\int\frac{\partial^4\psi_1}{\partial n^4}dt\frac{\partial^2\psi_1}{\partial s\partial n}}+6\overline{\int\frac{\partial^3\psi_1}{\partial n^3}dt\frac{\partial^3\psi_1}{\partial s\partial n^2}}+4\overline{\int\frac{\partial^2\psi_1}{\partial n^2}dt\frac{\partial^4\psi_1}{\partial s\partial n^3}} \tag{33}$$

この式を(29)などを使って変形し，n で積分すると最終的に境界層外端における条件式は

$$\left(\frac{\partial\Psi}{\partial n}\right)_{n=\infty}=\frac{5-3i}{4i\omega}(q_{s1}^{(0)}-q_{s1}^{(\infty)})\frac{\partial}{\partial s}(q_{s1}^{(0)*}-q_{s1}^{(\infty)*}) \tag{34}$$

ただし，上付き*は複素共役の意で右辺は実部をとる

であり，さらに固定壁では $q_s^{(0)}=0$ であるから

$$\left(\frac{\partial\Psi}{\partial n}\right)_{n=\infty}=\frac{5-3i}{4i\omega}q_{s1}^{(\infty)}\frac{\partial}{\partial s}q_{s1}^{(\infty)*} \tag{35}$$

となる．

また，これと同様な解析であるが，自由表面上では接線方向の Shear Stress が0であるという条件から最終的に

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial n^2}=\frac{4}{i\omega}\frac{\partial q_{n1}^{(0)}}{\partial s}\frac{\partial q_{s1}^{(0)*}}{\partial s}(1-e^{-\alpha n}) \tag{36}$$

が得られ，境界層外端では

$$\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial n^2}\right)_{n=\infty}=\frac{4}{i\omega}\frac{\partial q_{n1}^{(0)}}{\partial s}\frac{\partial q_{n1}^{(0)*}}{\partial s} \tag{37}$$

が境界条件となる．

2.3 造波機の問題

Fig. 1 の座標系において，$x=0$ におかれたフラップ型造波機によって規則波を起こす問題を考える．一次の造波問題は，ポテンシャル理論によって容易に解ける．造波板の動揺を

$$\Theta(t)=Re\{\theta_0 e^{i\omega t}\} \tag{38}$$

とおけば，これに対応する速度ポテンシャル $\Phi(x,z,t)$ は

$$\Phi(x,z,t)=Re\{i\omega\,\theta_0\phi_1(x,z)e^{i\omega t}\} \tag{39}$$

とおいて，$\phi_1(x,z)$ は次式のような固有関数展開で表現できる．

$$\phi_1(x,z)=ia_0\frac{\cosh k(z-h)}{\cosh kh}e^{-ikx}+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\frac{\cosh k(z-h)}{\cosh k_n h}e^{-k_n x} \tag{40}$$

これに対応する一次の流れ関数は次式となる。

$$\psi_1=a_0\frac{K}{k}\frac{\sinh k(z-h)}{\sinh kh}e^{-ikx}+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\frac{K}{k_n}\frac{\sin k(z-h)}{\sin k_n h}e^{-k_n x} \tag{41}$$

ただし，

$$K=\omega^2/g=k\tanh kh \tag{42}$$

$$=-k_n\tan k_n h\quad(n=1,2,\cdots) \tag{43}$$

この時，水面変位については

$$\eta(x)=-K\theta_0\{ia_0e^{-ikx}+\sum_{n=1}^{\infty}a_ne^{-k_nx}\} \tag{44}$$

で与えられる．

未定常数 a_j, $(j=0, 1, 2, \cdots)$ は造波板表面条件

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x}\phi(0,z)&=d-z, \quad 0\leq z\leq d\\ &=0, \qquad d<z\leq h\end{aligned}\right\} \tag{45}$$

によって固有関数の直交性を利用して求められる．

ここで，(41)を記述の簡単のために発散波と局部波に分けて

$$\phi_1(x,z)=\phi_W^{(1)}(x,z)+\sum_{n=1}^{\infty}\phi_{Ln}^{(1)}(x,z) \tag{46}$$

のように分離しておこう．

次に，質量輸送の流れ関数 $\Psi(x, z)$ に対する条件式をここでの問題についてまとめておくと，まず境界層外部における支配方程式は

$$\nabla^4\Psi(x,z)=\nabla^4\overline{\int\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial z}dt\cdot\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial x}} \tag{47}$$

であり，自由表面，水底および造波板表面での境界条件式は

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\Psi(x,0)=Re\{\frac{4}{i\omega}\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial u^*}{\partial x}\} \tag{48}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\Psi(x,h)=Re\{\frac{5-3i}{4i\omega}u\frac{\partial u^*}{\partial x}\} \tag{49}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\Psi(0,z)=-Re\{\frac{5-3i}{4i\omega}w\frac{\partial w^*}{\partial z}\} \tag{50}$$

さらに，流量の連続条件から

$$\Psi(x,0)=\Psi(x,h)=\Psi(0,z)=0 \tag{51}$$

および $x\to+\infty$ で有界であることが必要である．

上式では $\nabla\phi_1=(-w, u)$ であり，上付き＊は複素共役の意味である．

ここで，$\Psi(x, z)$ を次式のように4つの成分に分けて

$$\Psi=\Psi_1(\phi_W^{(1)},\phi_W^{(1)})+\sum_n\Psi_2^{(n)}(\phi_W^{(1)},\phi_{Ln}^{(1)})+\sum_n\sum_m\Psi_3^{(n,m)}(\phi_{Ln}^{(1)},\phi_{Lm}^{(1)})+\Psi_4(x,z) \tag{52}$$

とおき，Ψ_1, $\Psi_2^{(n)}$, $\Psi_3^{(n,m)}$ については $x=0$ における条件については考えないものとすれば付録に示すように $\phi^{(1)}(x, z)$ から解析解が求められる．Ψ_4 については $x=0$ におけるΨの条件を満たし，他の境界では斉次な条件を満たすものとして

$$\Psi_4(x,z)=\sum_{j=1}^{N}\{A_j(z-h)+B_jx\}e^{-\alpha_jx}\sin\alpha_j(z-h) \tag{53}$$

ただし，$\alpha_j=j\pi/h$

を考えれば未定定数 A_j, B_j は $x=0$ における条件から決定できる．

以上によって，質量輸送の流れ関数が決定したらその速度は

$$(\overline{U},\overline{W})=(\frac{\partial\Psi}{\partial z}, -\frac{\partial\Psi}{\partial x}) \tag{54}$$

によって計算できる．

3. 実　験

実験は応用力学研究所沿岸海象力学部門所有の内部波水槽（$L\times B\times D=25m\times0.6m\times1m$）を借用して行い，水深は 0.3$m$ とした．造波装置はフラップ式で，回転中心は水槽底部より下部（$d=0.4m$）にある．造波板後方にも水があり，ヒンジの下で水槽本体と通じている．このため，ヒンジ下部を布やスポンジなどで穴埋めした上で，造波板前方水槽底部に長さ 2m のステンレス板を敷いた．

水面変位は水槽中央部に3本の波高計を設置し，入射波高と反射波高を位相分離法によって求めた．また，流速は2成分の電磁流速計によって計測したが，検出部の直径は 5mm である．流速計測位置は，鉛直方向には最底部で 1cm，他の点では 2cm 間隔で計14点，水平方向には約 10cm 間隔で計10点，造波板から 1m までとした．実験は規則波中で行い，周期は0.8，1.0，1.2秒，波高は約 6cm とした．実験時間は90秒とし，過渡状態を避けるため定常に達したと思われる70秒間について解析を行った．流速 (u, w) についてもほぼ安定な記録が得られており，平均流のオイラー流速はこれらの平均値として求めた．

4. 数値計算結果

最初に，実験状態に合わせて１次の問題を解く．この場合は従来からも知られているように特に問題無く解ける．ここでは，１次の固有関数として10項取った．従って，Ψ_2 は $\psi_W^{(1)}$ と $\psi_{Ln}^{(1)}$ の干渉から９項の和，Ψ_3 は $\psi_{Ln}^{(1)}$ 同士の干渉から81項の和で与えられる．Ψ_4の固有関数項数としては(51)および(50)（または付録の(A.34)，(A.35)）の一致度を **Fig. 2, 3** によって比較し，10項と決めた．水面との交点は自由表面条件(48)と物体表面条件(50)を同時に満足しなければならないので，一種の特異点となっており，ここでは(48)は満足されていないがその点を除くと指数関数的に(48)

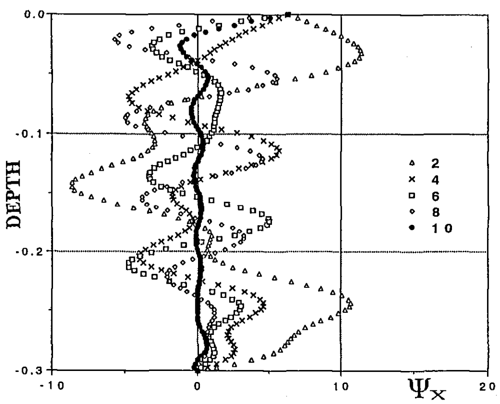

Fig. 2　Agreement of $\Psi_4(0, z)$ with boundary condition at $x=0$ as a function of number of eigen functions

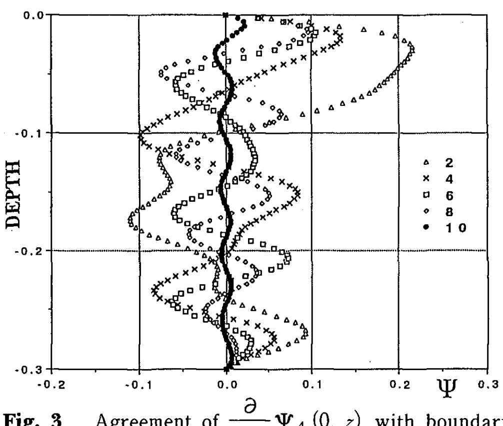

Fig. 3　Agreement of $\dfrac{\partial}{\partial x}\Psi_4(0, z)$ with boundary condition at $x=0$ as a function of number of eigen functions

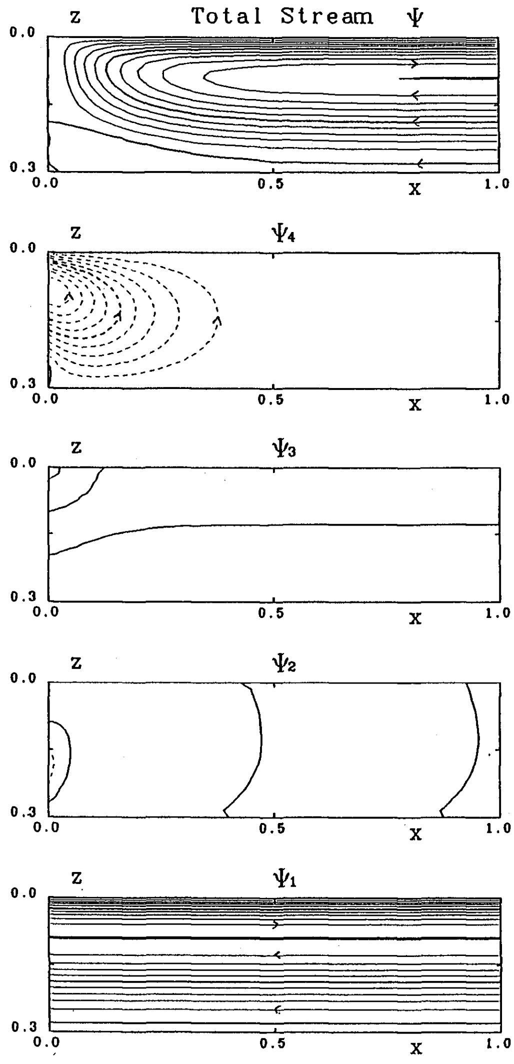

Fig. 4　Calculated each components of mass transport stream lines ($T_W=0.8sec$)

を満たす解を採っている．

Fig. 4 は，波周期が0.8秒の場合の質量輸送の流れ関数を成分毎と最終的なものに分けて表示したもので，それぞれの成分の定量的な比較ができる．図で実線は流れ関数の値が正で時計周りの流線，破線は負のものであり反時計周りの流線を示している．図から分かるように，この場合に支配的な項は発散波による質量輸送であって造波機から少し離れるとほとんどそれによって表現できる．造波機付近ではΨ_4 が重要となって

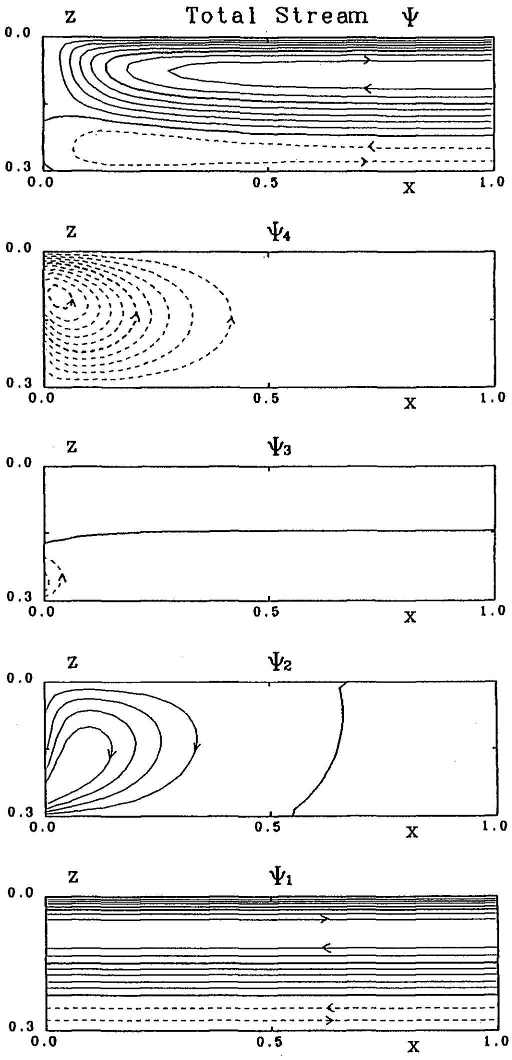

Fig. 5　Calculated each components of mass transport stream lines (T_W=1.0*sec*)

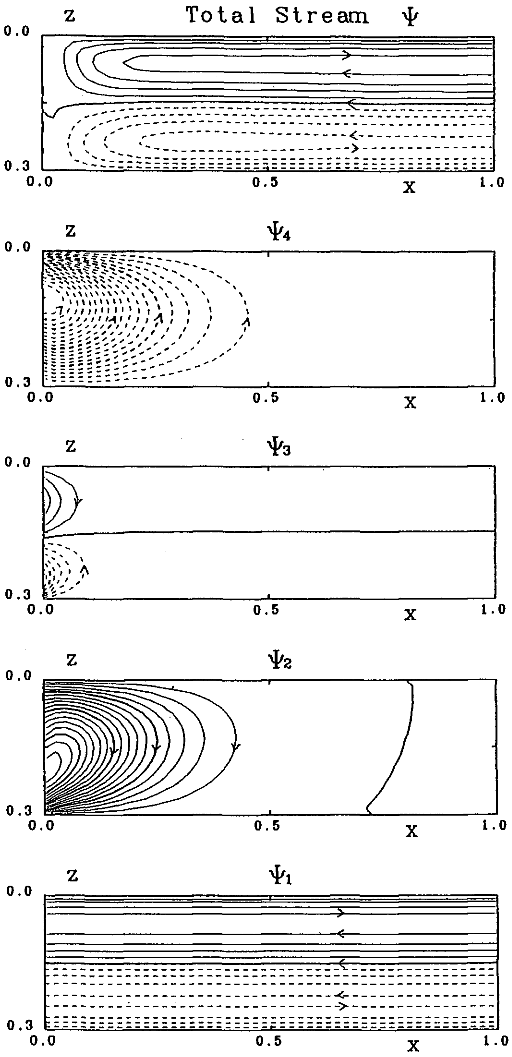

Fig. 6　Calculated each components of mass transport stream lines (T_W=1.2*sec*)

くるが，Ψ_4 は負の流線となっている．Ψ_2 と Ψ_3 については定量的に小さな影響を与えるのみであって，この場合には局部波の影響は小さなものであるといえる．

Fig. 5 は波周期が1.0秒の同様な結果であるが，**Fig. 4** と比較すると Ψ_2 の影響が大きくなってくること，その値が Ψ_4 とは逆符号であってお互いに打ち消し合う様になることが判る．また，Ψ_1 が水底に近いところで負となっており，これは水底の定常流が自由表面と同様に波の進行方向に大きくなってくることに対応している．この傾向は **Fig. 6** の波周期が1.2秒の場合にもっと強調されており，波周期が大きくなると局部波の影響項 Ψ_2 の比重が大きくなるが，この項は Ψ_4 と打ち消し合うので結果的に造波機のごく近くを除くと Ψ_1 だけで近似できるといえる．

Fig. 7, 8, 9 は，Euler 流速について計算値と実験値を同じスケールで比較したものである．この研究での関心は質量輸送速度にあるが，定点の電磁流速計では Euler 流速しか計測できない．ここでの問題では，

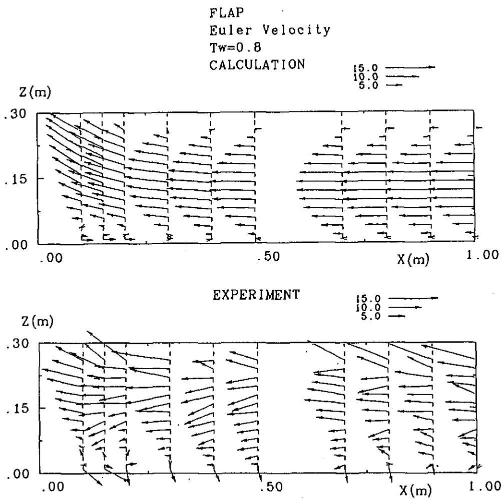

Fig. 7　Vectors of Eulerian velocity (T_W=0.8*sec*)

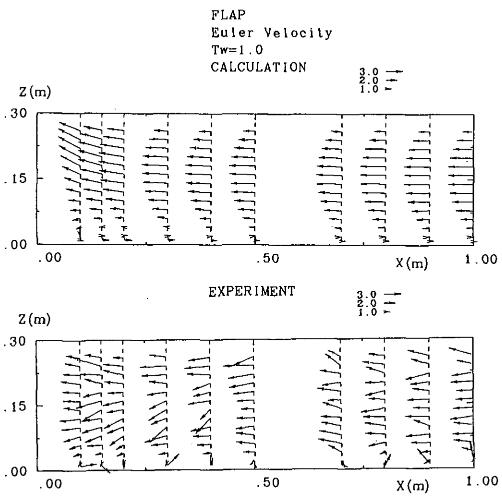

Fig. 8　Vectors of Eulerian velocity (T_W=1.0*sec*)

1次の諸量については理論と実験の一致の良いことが知られているので，Stokes 流速を波高計測値から計算して求めることも行ってみたが計算と実験の比較という点では大差無しという結果であった．これらの結果から，Euler 速度の鉛直分布は水底のごく近くで波の進行方向と同方向であること，T_W=0.8*sec* の場合を除けば中層から表層までは逆向きの流れとなっていることが判る．造波板前面では，やや上向きの流れがあり，中層の水が上層へと持ち上げられることになる．

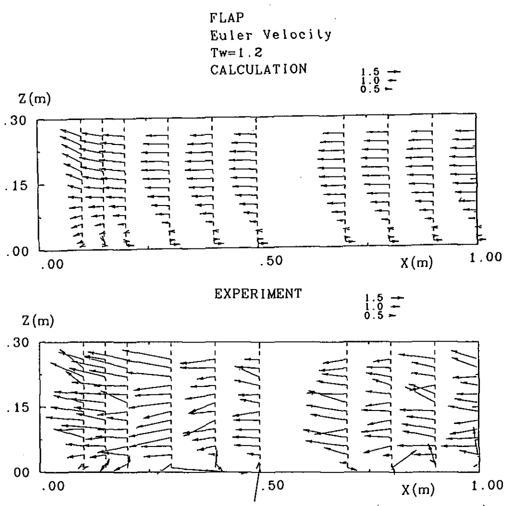

Fig. 9　Vectors of Eulerian velocity (T_W=1.2*sec*)

質量輸送速度では，これに波と同方向の Stokes 流速が加わることになる．今回の実験では，定常流速の実測値は高々数 *cm/sec* と微小量であったので計算値との定量的な比較については疑問のあるところも多いが，全体的な流れパターンと流速の絶対値のオーダについては両者が良く一致しており，計算結果の妥当性を裏付けているように思われる．なお，ここでの流速は次式によって無次元化している．

$$\bar{u}=\frac{\overline{U}}{\left(\dfrac{a_0^2K^2\,\omega\, k}{4\sinh^2 kh}\right)} \tag{55}$$

これと同時にアニリンブルーを染料として流れの可視化も行ったが，**Fig. 7, 8, 9** の結果に Stokes Drift 成分を加えて求められるものと同様な流れパターンが観察できた．

Fig. 10 (a), (b), (c) は，造波機から約 10*m* の水槽中央部で計測された Euler 流速の実験値と計算値の比較である．この位置では造波機の局部波の影響は無視できることから計算値進行波のみの項を採っている。これらの結果をみると，両者のオーダと大体の傾向は合っていると言えるが，細部については矛盾した点も見受けられ，もっと実験精度を上げる必要があると思われる．

ここに，見られる差異を埋めるための重要な考察の一つとしては，今回の計算では消波装置側については全く遠慮せずに無限に長いと仮定したが，場合によっ

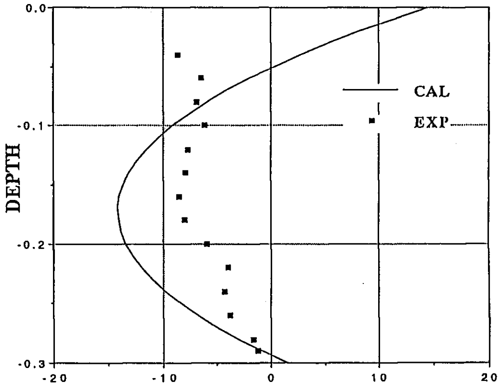

Fig. 10(a)　Eulerian velocity at $x=10m\,(T_W=0.8sec)$

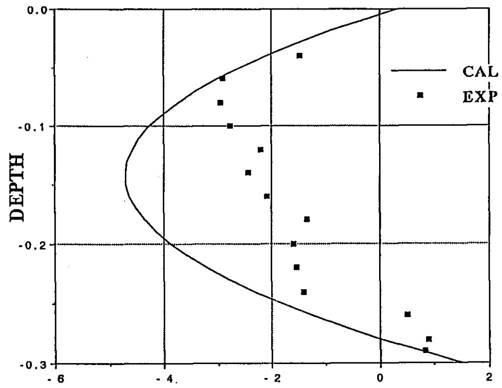

Fig. 10(b)　Eulerian velocity at $x=10m\ (T_W=1.0sec)$

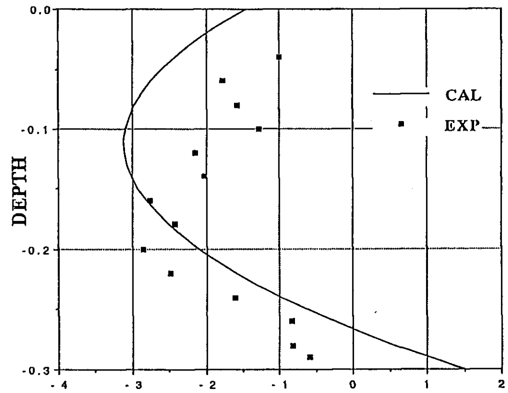

Fig. 10(c)　Eulerian velocity at $x=10m\ (T_W=1.2sec)$

てはそこからの影響が小さくなかったことが考えられる．また，Dore[9] は自由表面条件として，水と空気の界面に働く Shear Stress を遠慮した解を示しており，その結果は波周期によらず自由表面付近の流速を岸側に加速する効果となっているので，今回の実験結果では $T_W=1.2sec$ を除いて改善される方向ではないが，今後検討すべき事項であると思われる．

5. おわりに

近年，環境問題に関連して関心が高まりつつある波浪に伴う循環流に関して，進行波と局部波を含む波浪中の定常循環流の理論解析法を示すとともにフラップ型造波機について数値計算をおこなった．この解法は，任意形状物体周りの循環流の解析には直接適用できないが，ハイブリッド法による解法を適用する場合に外部領域での解を与えているので拡張可能である．計算と実験の比較では，大まかなフローパターンについては両者の間で特に矛盾は無いようであるが，定量的に議論できるまでには至っていないので実験精度をもう少し上げる必要があると思われる．理論が基本的には微小振幅次の仮定の上になりたっているのに対し，平均流の大きさは波振幅の2乗に比例しているので実験的には大振幅の波を使いたい．今回の実験では波振幅については考慮していなかったが，このことについても考える必要があるかも知れない．

最後に，この報告は文献[10]に一部加筆したものであることをお断りしておく．

参 考 文 献

1) Longuet-Higgins, M. S. (1953): Mass Transport in Water Waves, Philosophical Transaction of Royal Society of London, Series A, Vol. **245**, No. 903, pp. 535-581.
2) 松永信博 (1990)：沿岸域における循環流と循環問題，1990年度水工学に関する夏期研究会講義集B，pp. B-2-1, B-2-22.
3) Chaplin, J. R. (1984): Mass transport around a horizontal cylinder beneath waves, J. Fluid Mech., Vol. **140,** pp. 175-187.
4) 高木幹雄 (1991)：没水平板による波浪制御と海水交換，第10回海洋工学シンポジウム，日本造船学会，pp. 157-163.
5) 加藤直三，宮崎武晃 (1991)：沿岸域に設置された沖合浮体式波力利用装置と離岸堤まわりの波と流れに関する比較模型実験，日本造船学会論文集，第**169**号，pp. 203-213.
6) Arai, S. (1993)：Forces on and Flows Around a Horizontal Rectangular Cylinder Submerged in Regular Waves, Proc. 3rd International Offshore and Polar Eng. Conf., Singapore, Vol. **3**, pp. 288-293.
7) 経塚雄策，山口健太郎 (1993)：波浪に伴う潜堤まわりの定常流について，土木学会西部支部研究発表会講演概要

集, pp. 182-183.
8) Hudspeth, R. T. and Sulisz, W. (1991) : Stokes drift in two-dimensional wave flumes, J. Fluid Mech., Vol. **230**, pp. 209-229.
9) Dore, B. D. (1978) : Some Effects of the Air-Water Interface on Gravity Waves, Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics, Vol. **10**, pp. 215-230.
10) 経塚雄策, 長町健治 (1994) : 造波機によって誘起される定常循環流について, 関西造船協会誌, 第221号, pp. 133-144.
11) Iskandarani, M. and Liu, P. L.-F. (1991): Mass transport in two-dimensional water waves, J. Fluid Mech., Vol. 231, pp. 395-415.

A　質量輸送流れ関数の解

A. 1　Ψ_1 の解

Ψ_1 は発散波のみの場合であり, Longuet-Higgins によって既に解が与えられているが, 本研究で用いた記号の定義で書き直しておく. 発散波のみの1次の流れ関数は (41) より

$$\varepsilon\psi_1=\frac{a_0K}{k}\frac{\sinh k(z-h)}{\sinh kh}e^{-ikx}e^{i\omega t} \tag{A. 1}$$

であり, その水面変位は (44) において $\theta_0=1$ とおけば

$$\eta(x,t)=-a_0K\sin(kx-\omega t) \tag{A. 2}$$

これを (47) に代入すると, 支配方程式は

$$\nabla^4\Psi_1=\nabla^4\frac{a_0^2K^2}{4\omega}\frac{\sinh 2k(z-h)}{\sinh^2 kh} \tag{A. 3}$$

自由表面条件 (48) は

$$\varepsilon^2\frac{\partial^2}{\partial z^2}\Psi_1(x,0)=-\frac{2a_0^2K^2k^2\sinh 2kh}{\omega\sinh^2 kh} \tag{A. 4}$$

水底条件 (49) は

$$\varepsilon^2\frac{\partial}{\partial z}\Psi_1(x,h)=\frac{5a_0^2K^2k}{4\omega\sinh^2 kh} \tag{A. 5}$$

流量の連続条件から

$$\Psi_1(x,0)=\Psi_1(x,h)=0 \tag{A. 6}$$

そこで

$$\varepsilon^2\Psi_1=\frac{a_0^2K^2}{4\omega\sinh^2 kh}\{\sinh 2k(z-h)+Z^{(p)}(z)\} \tag{A. 7}$$

を仮定し. $Z^{(p)}(z)$ に対する条件を求めると

$$\left.\begin{aligned}&\frac{d^4}{dz^4}Z^{(p)}(z)=0\\&\frac{d}{dz}Z^{(p)}(h)=3k\quad,\quad Z^{(p)}(h)=0\\&\frac{d^2}{dz^2}Z^{(p)}(0)=-4k^2\sinh 2kh,\\&Z^{(p)}(0)=\sinh 2kh\end{aligned}\right\} \tag{A. 8}$$

これを解くと次式を得る.

$$\begin{aligned}Z^{(p)}=&\sinh 2kh+3kz+k^2h^2\sinh 2kh(z^3/h^3-2z^2/h^2+z/h)\\&+\frac{1}{2}(\sinh 2kh+3kh)(z^3/h^3-3z/h)\end{aligned} \tag{A. 9}$$

A. 2　$\Psi_2^{(n)}$ の解

$\Psi_2^{(n)}$ (ψ_W, ψ_{Ln}) は発散波と局部波の干渉項であり

$$\psi_1=a_0\frac{K}{k}\frac{\sinh k(z-h)}{\sinh kh}e^{-ikx}+a_n\frac{K}{k_n}\frac{\sin k_n(z-h)}{\sin k_nh}e^{-k_nx} \tag{A. 10}$$

とおくと支配方程式および各境界条件式は

$$\begin{aligned}\nabla^4\Psi_2^{(n)}=\nabla^4\frac{a_0a_nK^2}{2\omega}\Big\{&\frac{\cosh k(z-h)}{\sinh kh}\\&\cdot\frac{\sin k_n(z-h)}{\sin k_nh}e^{-k_nx}\sin kx\\&+\frac{\sinh k(z-h)}{\sinh kh}\cdot\frac{\cos k_n(z-h)}{\sin k_nh}e^{-k_nx}\cos kx\Big\}\end{aligned} \tag{A. 11}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\Psi_2^{(n)}(x,0)=&\frac{4a_0a_nK^2}{\omega}\frac{kk_ne^{-k_nx}}{\sinh kh\sin k_nh}\times\\&\times\{\cosh kh\sin k_nh\cdot\cos kx\\&-\sinh kh\cos k_nh\cdot\sin k_nx\}\end{aligned} \tag{A. 12}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial z}\Psi_2^{(n)}(x,h)=&\frac{a_0a_nK^2}{4\omega}\frac{e^{-k_nx}}{\sinh kh\sin k_nh}\times\\&\times Re\{(3+5i)(k_ne^{-ikx}-ike^{ikx})\}\end{aligned} \tag{A. 13}$$

$$\Psi_2^{(n)}\ (x,0)=\Psi_2^{(n)}\ (x,h)=0 \qquad \text{(A. 14)}$$

この一般解を

$$\Psi_2^{(n)}\ (x,z)=\frac{a_0 a_n K^2}{2\omega}\cdot\frac{e^{-k_n x}}{\sinh kh\sin k_n h}\times$$
$$\times\Big[\sin kx\left\{\cosh k(z-h)\ \sin k_n(z-h)+Z_s(z)\right\}$$
$$+\cos kx\left\{\sinh k(z-h)\cos k_n(z-h)+Z_c(z)\right\}\Big] \qquad \text{(A. 15)}$$

とおけば，(A. 11)に代入することによって

$$\left.\begin{aligned}D_1Z_s(z)+D_2Z_c(z)=0\\ D_2Z_s(z)-D_1Z_c(z)=0\end{aligned}\right\} \qquad \text{(A. 16)}$$

ただし

$$\left.\begin{aligned}D_1&=\frac{d^4}{dz^4}+2(k_n^2-k^2)\frac{d^2}{dz^2}+(k^4-6k^2k_n^2+k_n^4)\\ D_2&=4kk_n\left\{\frac{d^2}{dz^2}+(k_n^{\,2}-k^2)\right\}\end{aligned}\right\} \qquad \text{(A. 17)}$$

この特性方程式から

$$D_1^2+D_2^2=\left\{\frac{d^4}{dz^4}+2(k_n^{\,2}-k^2)\frac{d^2}{dz^2}+(k_n^2+k^2)^2\right\}^2 \qquad \text{(A. 18)}$$

従って，固有値方程式は

$$\left\{\lambda^4+2(k_n^2-k^2)\ \lambda^2+(k_n^2+k^2)^2\right\}^2=0 \qquad \text{(A. 19)}$$

であり

$$\lambda_j=\pm k\pm ik_n\quad,\quad j=1\sim4\,(\text{重根}) \qquad \text{(A. 20)}$$

なる$\pm k$と$\pm ik_n$の組み合わせからなる4つの固有値(重根)を持つ．従って，$A_j^{\pm}, B_j^{\pm}$を未知数として

$$\left.\begin{aligned}Z_s(z)\\ Z_c(z)\end{aligned}\right\}=(A_j^{\pm}+B_j^{\pm}z)\,e^{\pm kz\pm ik_n z},\ (j=1\sim4) \qquad \text{(A. 21)}$$

とおき，これを(A. 12)，(A. 13)，(A. 14)の条件から求められる8元一次方程式を解けば良い．

A. 3　$\Psi_3^{(n,m)}$の解

$\Psi_3^{(n,m)}$は局部波同志の干渉であるが条件式は

$$\psi_1=a_n\frac{K}{k_n}\frac{\sin k_n(z-h)}{\sin k_n h}e^{-k_n x}$$
$$+a_m\frac{K}{k_m}\frac{\sin k_m(z-h)}{\sin k_m h}e^{-k_m x} \qquad \text{(A. 22)}$$

とおいて同様に計算すると以下の式を得る．

$$\nabla^4\Psi_3^{(n,m)}\ (x,z)=0 \qquad \text{(A. 23)}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\Psi_3^{(n,m)}\ (x,0)=0 \qquad \text{(A. 24)}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\Psi_3^{(n,m)}(x,h)=\frac{3a_n a_m K^2 k_m}{4\omega}\frac{e^{-(k_n+k_m)x}}{\sin k_n h\sin k_m h} \qquad \text{(A. 25)}$$

$$\Psi_3^{(n,m)}\ (x,0)=\Psi_3^{(n,m)}\ (x,h)=0 \qquad \text{(A. 26)}$$

この解を

$$\Psi_3^{(n,m)}\ (x,z)=Z_L(z)\,e^{-(k_n+k_m)x} \qquad \text{(A. 27)}$$

とおけば

$$\nabla^4\Psi_3^{(n,m)}\ (x,z)=\left\{\frac{d^2}{dx^2}+\frac{d^2}{dz^2}\right\}^2 Z_L(z)\,e^{-(k_n+k_m)x}$$
$$=\left\{(k_n+k_m)^4+2(k_n+k_m)^2\frac{d^2}{dz^2}\right.$$
$$\left.+\frac{d^4}{dz^4}\right\}Z_L(z)\,e^{-(k_n+k_m)x}\equiv0 \qquad \text{(A. 28)}$$

よって，特性方程式は

$$\lambda^4+2(k_n+k_m)^2\lambda^2+(k_n+k_m)^4=\{\lambda^2+(k_n+k_m)^2\}^2=0 \qquad \text{(A. 29)}$$

であり，この根は以下となる．

$$\lambda_j=\pm i(k_n+k_m)\quad,\quad j=1,2\,(\text{重根}) \qquad \text{(A. 30)}$$

従って，$k_{nm}=k_n+k_m$とおいて

$$Z_L(z)=(C_1+C_2z)\cos k_{nm}(z-h)+(C_3+C_4z)\sin k_{nm}(z-h) \qquad \text{(A. 31)}$$

これを(A. 24), (A. 25), (A. 26)の条件式から $C_j(j=1\sim4)$ を決定する.

A. 4　Ψ_4 の解

Ψ_4 は Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3 で考慮されなかった $x=0$ での条件を満たすために付加された項であるが，この条件式は

$$\nabla^4\Psi_4(x, z)=0 \tag{A. 32}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\Psi_4(x, h)=0, \quad \frac{\partial^2}{\partial z^2}\Psi_4(x, 0)=0 \tag{A. 33}$$

$$\Psi_4(x, h)=\Psi_4(x, 0)=0 \tag{A. 34}$$

$$\Psi_4(0, z)=-\Psi_1(0, z)-\sum_n \Psi_2(0, z) - \sum_n\sum_m \Psi_3(0, z) \tag{A. 35}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\Psi_4(0, z)=-\frac{\partial}{\partial x}\Psi_1(0, z) - \sum_n \frac{\partial}{\partial x}\Psi_2(0, z)-\sum_n\sum_m\frac{\partial}{\partial z}\Psi_3(0, z) + Re\left\{\frac{5-3i}{4i\omega}w_1\frac{\partial}{\partial z}w^*{}_1\right\} \tag{A. 36}$$

のようにまとめられる. この解を

$$\Psi_4(x, z)=\sum\left\{D_jx+E_j(z-h)\right\}e^{-\alpha_jx}\sin\alpha_j(z-h) \tag{A. 37}$$

とおいて(A. 35), (A. 36)から D_j, E_j を決定する.

B　矩形潜堤周りの質量輸送速度

平成４年度に，本報告と同じ実験装置で規則波中の矩形潜堤周りの定常流の計測を行った. **Fig. B-1** がその結果の１例であり，水深 0.3*m*, 潜堤は幅 0.4*m*, 高さ 0.15*m* とし，周期 $T_W=0.8sec$ の規則波が x 軸方向から来る場合である. ここでは質量輸送速度を，実験で計測した Euler 流速に実験時の波高から計算される Stokes Drift を加えて算定した. この結果から，潜堤の透過波側背後で時計回りの大きな定常流が発生していること，矩形潜堤の角部付近で強い流れが存在していることなどが判る. 染料を使った可視化観測では，潜堤の両方の角部から流れが剝離しており，大きな渦の発生が観察された.

これに対応する本研究の計算結果は **Fig. B-2** である. この結果は，剝離無しを前提にしているから実験との比較はあまり意味がないが，それでも潜堤の両角部付近に見られる強い反時計周りの渦や，潜堤背後に発生している時計周りの渦などについては定性的に合っているといえる.

矩形潜堤については，角部からの剝離は本質的に避

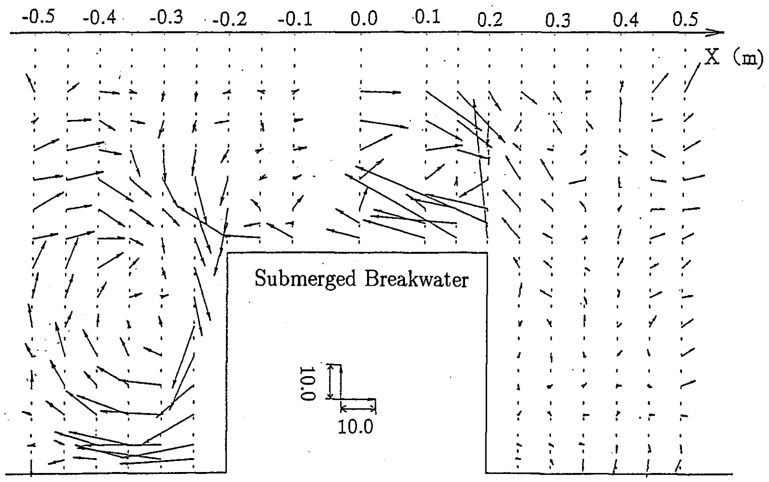

Fig. B-1　Measured vectors of mass transport velocity around a submerged breakwater ($T_W=0.8sec$)

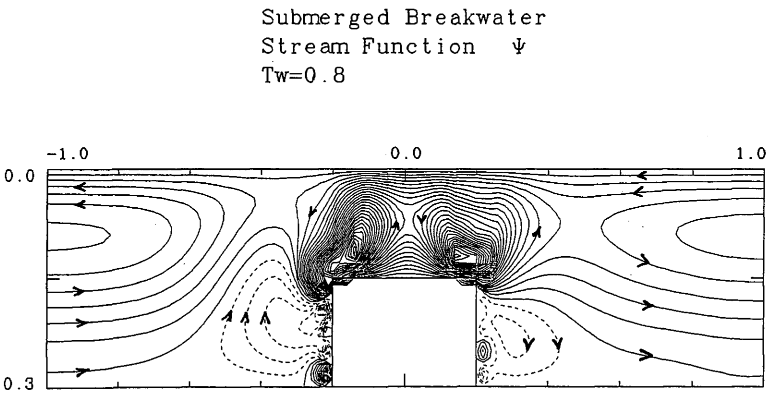

Fig. B-2　Calculated vectors of mass transport velocity around a submerged breakwater (T_W=0.8*sec*)

けることが出来ないであろうから理論モデルとしては剝離渦を取り入れたものを考える必要があると考えられるが，剝離が生じないようななだらかな海底地形の問題については本研究で示した解析手法が有効になると考えられる．Iskandarani and Liu[11] は，一定水深域の海底上になだらかな山があるときの質量輸送速度を有限要素法によって解いた結果を示している．