

緯度・経度から平面直角座標系への変換について

石井, 大輔
九州大学応用力学研究所技術室

<https://hdl.handle.net/2324/17069>

出版情報 : 九州大学応用力学研究所技術職員技術レポート. 7, pp.85-90, 2006-03. Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University

バージョン :

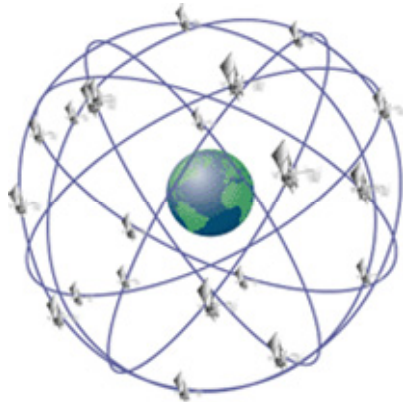
権利関係 :

緯度・経度から平面直角座標系への変換について

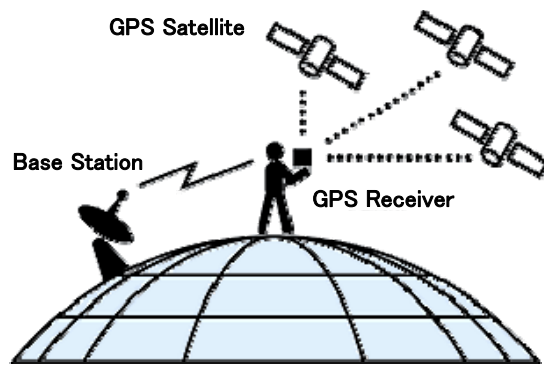
九州大学応用力学研究所 技術室
石井 大輔

1. はじめに

近年、人やものの位置情報を知りたい場合、またはその情報を他人に知らせたい場合、その有用な手段として、GPS (Global Positioning System ; 全地球測位システム) を身近で利用する機会が増えてきた。GPS とは、地球の周回軌道を回っている約 30 もの衛星からの電波を利用して、対象物の緯度・経度・高度などの位置情報を、全世界でいつでも高精度 (< 数十 m) に測位できる三次元測位システムのことである (図 1 参照)。



(quoted from FAA web site)



(quoted by I・O DATA web site)

図 1. GPS 衛星軌道と配置およびシステム概念図

当該システムは 1970 年代ごろから米国防省により軍事目的で研究・開発されたものであるが、比較的早い時期から民間利用者にも開放され始めた。例えば、船舶・漁船・航空機などの航法・測量業務での利用をはじめ、民生機器 (カーナビ・携帯電話など) への搭載や GPS を利用した防犯サービスの提供など、手軽で信頼性の高い測位システムとしてその応用は多岐にわたっている。この急速な普及に伴い海洋分野でも多く応用例が見られる中、本研究室においては GPS を搭載した漂流ブイの追跡調査により、対象海域における表層流動場の収束・発散構造の解明を目指している。

本稿は、GPS で得られる位置情報 (緯度・経度) から流速 (≡ブイの移動速度) を算出する際に利用する「平面直角座標系」について、その概略と座標系への変換式ならびに諸公式について紹介するものである。なお、本稿は測地学の経験がある方なら当然のようにご存知の内容かもしれないが、その点は筆者の知識不足に免じてご容赦頂きたい。

2. 極座標系および直交座標系を用いた考え方

当初、筆者は GPS で得られた時間と緯度・経度の情報をもとにブイの移動速度を求める簡易的な方法として、極座標系から直交座標系への座標変換で対応できるものと考えていた。具体的な事例を以下に示す。

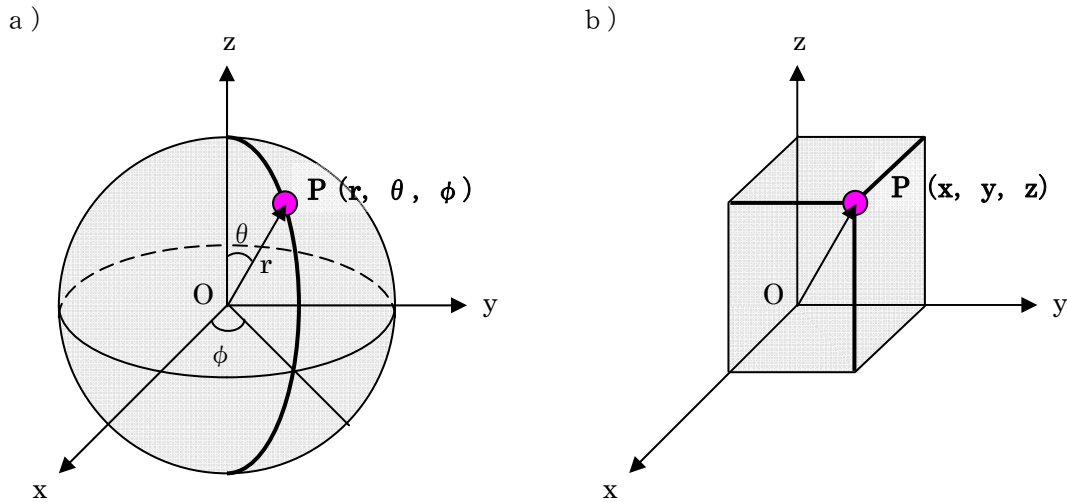


図2. a) 極座標 (r, θ, ϕ) および b) 直交座標 (x, y, z)

ここにおいて、実際に GPS により測位された緯度を ϕ 、経度を λ と設定し、ある時間 (T_1) における物体 (ϕ_1, λ_1, T_1) が、時間経過によって (ϕ_2, λ_2, T_2) へ移動した時の物体の移動速度を求める問題を想定する。単純に考えれば、その物体の移動距離を移動時間 ($T_2 - T_1$) で割れば算出可能であるが、では一体、移動距離は緯度・経度を使ってどのように導出できるのだろうか。

ここで筆者は、すぐに極座標系を思い浮かべた。本来は長短軸をもつ楕円体である地球を、図 2 (a) で示すような半径 r の球体で、且つ Oz 軸が北極を通る軸であると仮定すると、緯度 (ϕ) ならびに経度 (λ) は同図で示す極座標内の「 θ の余角」ならびに「 ϕ 」に対応すると考えられる。しかしながら、このような極座標のまま物体の移動距離を求めるのは、直感的にイメージしにくい (筆者だけかもしれないが)。また、ある微小時間 (ΔT) における移動距離 (ΔD) が短い場合、球体の曲率の影響はほとんど無視できることからその微小空間に対して平面近似が適用可能と考えられるが、その平面場を極座標におけるパラメータ (r, θ, ϕ) でどのように表現すればよいのかも不明であった。

そこで、この極座標系を図 2 (b) のような直交座標系に変換することにした。こうすれば、一般的によく知られているピタゴラスの定理 (三平方の定理) を適用することで、2 点間の移動距離、すなわち移動速度を容易に算出できるのではないかと考えたからである。以下に、極座標と直交座標の相互関係について式で表わす。

$$x = r \sin \theta \cdot \cos \phi \quad , \quad y = r \sin \theta \cdot \sin \phi \quad , \quad z = r \cos \theta$$

しかし、ここでも筆者は疑問を抱いた。例えば、ある点において地表面もしくは海表面に接する面での風や海流のベクトル（東西成分 u 、南北成分 v ）は、図 2 (b) で示す直交座標内の 3 次元パラメータ (x, y, z) を使ってどのように表現できるのであろうか。試行錯誤を重ねたものの結局解法には至らなかったため、その後色々な書籍・文献を調査したところ、次章に示す「平面直角座標系」で対応可能であることが判明した。

3. 緯度・経度 ($\psi \cdot \lambda$) から平面直角座標系 ($X \cdot Y$) への変換

「平面直角座標系」とは、前述した直交座標系や極座標系といった数学で用いられる座標系と同様に、一般的には測地学の分野で地籍測量や公共測量、それらに関する地図（縮尺国土基本地図や地系図）作成のために利用される特別な座標系 (X, Y) である（本稿では、数学における直交座標は (x, y) のように小文字で表記し、測地学における平面直角座標は (X, Y) のように大文字で表記することで、両者を区別する）。また、狭い範囲を表現するのに緯度・経度表示よりも実用的かつ利便性に優れた面を持ち、国土交通省告示の測量法にもその基準が規定されている (<http://www.gsi.go.jp/LAW/>)。

表 1. 日本における 19 の平面直角座標系

系番号	座標系原点の経緯度			系番号	座標系原点の経緯度	
	経度 (DDD. MM. SS)	緯度 (DD. MM. SS)			経度 (DDD. MM. SS)	緯度 (DD. MM. SS)
1	129. 30. 00	33. 00. 00		1 1	140. 15. 00	44. 00. 00
2	131. 00. 00	33. 00. 00		1 2	142. 15. 00	44. 00. 00
3	132. 10. 00	36. 00. 00		1 3	144. 15. 00	44. 00. 00
4	133. 30. 00	33. 00. 00		1 4	142. 00. 00	26. 00. 00
5	134. 20. 00	36. 00. 00		1 5	127. 30. 00	26. 00. 00
6	136. 00. 00	36. 00. 00		1 6	124. 00. 00	26. 00. 00
7	137. 10. 00	36. 00. 00		1 7	131. 00. 00	26. 00. 00
8	138. 30. 00	36. 00. 00		1 8	136. 00. 00	20. 00. 00
9	139. 50. 00	36. 00. 00		1 9	154. 00. 00	26. 00. 00
1 0	140. 50. 00	40. 00. 00				

表 2. GRS80 およびベッセルの地球楕円体

	世界測地系 (GRS80)	日本測地系 (ベッセル)
a (長半径) [m]	6378137.00	6377397.155
b (短半径) [m]	6356752.31	6356078.963
F (1 / 扁平率)	298.257222101	299.152813

具体的には、図 3 のように日本の国土（北方領土を除く）を 19 に区分し、区域ごとにもつ原点（表 1 参照）を基準（ $X=0.000\text{ m}$, $Y=0.000\text{ m}$ ）として各位置における座標値を求める手法である（真北および真東の方向を正とする）。なお、平面直角座標系の座標軸は、原点を通る子午線を X 軸（縦軸）、原点を通り X 軸に直交する線を Y 軸（横軸）としており、我々が暗黙のうちに認識している、子午線方向が y 軸（いわゆる南北方向）、その直交方向が x 軸（いわゆる東西方向）という座標軸構成とは逆である。すなわち、平面直角座標系における

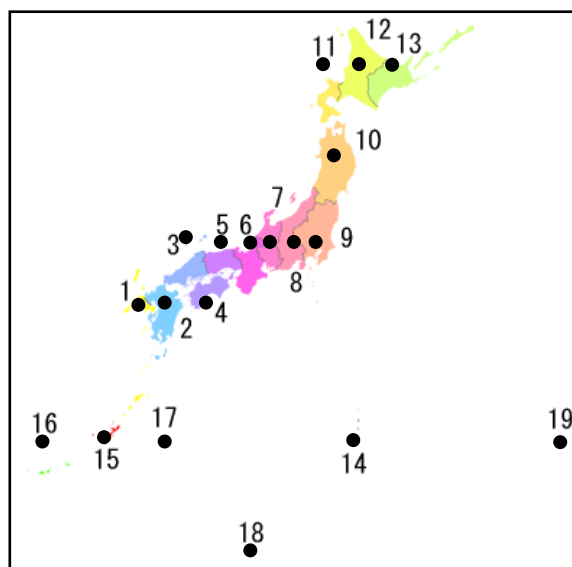


図 3. 日本における 19 の平面直角座標系分布

「X 軸」は直交座標系における「y 軸（南北方向）」に、「Y 軸」は「x 軸（東西方向）」にそれぞれ対応することを注意しておかなければならない。

付録に、緯度・経度から平面直角座標系への変換式および関連する諸公式について示す。なお本稿は、Bowring (1996) および国土地理院ウェブサイトに記載されている内容を抜粋し紹介しているだけであるため、実際に利用する場合には前述の情報源を確認されたい。表 2 に地球楕円体（地球の大きさや形状を表わす値）を示すが、現在では世界各国との整合性を保つために世界測地系（GRS80 ; Geodetic Reference System 1980）が測地基準系となっている。

4. おわりに

測地学で一般的に利用されている「平面直角座標系」という存在を知った。そして、当該座標系を利用することで、時間経過に伴い移動する物体の緯度・経度情報をもとに、その物体の移動距離や移動速度が簡単に算出できることが判明した。今後は、当該機能を搭載した観測用プログラムの構築を行なう。そして、既存の漂流ブイ位置データ（緯度・経度）と時間データから移動速度を計算し、その結果と別の海洋測器で観測された同海域における流速場との比較検証を実施する予定である。

参考文献

B. R. Bowring, TOTAL INVERSE SOLUTIONS FOR THE GEODESIC AND GREAT ELLIPTIC, Survey Review, 33, 261, 1996, 461-476.

国土交通省国土地理院および国土地理院測地部 ウェブサイト

<http://www.gsi.go.jp/> , <http://vldb.gsi.go.jp/sokuchi/>

【付録】 緯度 (ϕ)・経度 (λ) から平面直角座標 (X, Y) への変換式と楕円体の諸公式

$$\left\{ \begin{array}{l}
 X = \left\{ (S - S_0) + \frac{1}{2!} N \cdot \cos^2 \phi \cdot t \cdot (\Delta\lambda)^2 \right. \\
 \quad + \frac{1}{4!} N \cdot \cos^4 \phi \cdot t \cdot (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) \cdot (\Delta\lambda)^4 \\
 \quad - \frac{1}{6!} N \cdot \cos^6 \phi \cdot t \cdot (-61 + 58t^2 - t^4 - 270\eta^2 + 330t^2\eta^2) \cdot (\Delta\lambda)^6 \\
 \quad \left. - \frac{1}{8!} N \cdot \cos^8 \phi \cdot t \cdot (-1385 + 3111t^2 - 543t^4 + t^6) \cdot (\Delta\lambda)^8 \right\} \cdot m_0 \\
 \\
 Y = \left\{ \begin{array}{l}
 N \cdot \cos \phi \cdot (\Delta\lambda) \\
 - \frac{1}{3!} N \cdot \cos^3 \phi \cdot (-1 + t^2 - \eta^2) \cdot (\Delta\lambda)^3 \\
 - \frac{1}{5!} N \cdot \cos^5 \phi \cdot (-5 + 18t^2 - t^4 - 14\eta^2 + 58t^2\eta^2) \cdot (\Delta\lambda)^5 \\
 - \frac{1}{7!} N \cdot \cos^7 \phi \cdot (-61 + 479t^2 - 179t^4 + t^6) \cdot (\Delta\lambda)^7 \end{array} \right\} \cdot m_0
 \end{array} \right.$$

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$$

$$W = \sqrt{1 - (e \cdot \sin \phi)^2}$$

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} = \frac{\sqrt{2F - 1}}{F}$$

$$e' = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2}} = \frac{\sqrt{2F - 1}}{F - 1}$$

$$M = \frac{a(1 - e^2)}{W^3}$$

$$N = \frac{a}{W}$$

$$\eta^2 = (e' \cdot \cos \phi)^2$$

$$t = \tan \phi$$

X : 平面直角座標系における X 座標

Y : 平面直角座標系における Y 座標

ϕ : 緯度

λ : 経度

ϕ_0 : 座標系の原点緯度

λ_0 : 座標系の原点経度

m_0 : 座標系の原点における縮尺係数
(0.9999)

e : 第一離心率

e' : 第二離心率

S_0 : 赤道から ϕ_0 までの子午線弧長

S : 赤道から ϕ までの子午線弧長

a : 地球の長半径

b : 地球の短半径

F : 逆扁平率

M : 子午線曲率半径

N : 卯西線曲率半径

$$S = B_1 \varphi + B_2 \sin 2\varphi + B_3 \sin 4\varphi + B_4 \sin 6\varphi + B_5 \sin 8\varphi \\ + B_6 \sin 10\varphi + B_7 \sin 12\varphi + B_8 \sin 14\varphi + B_9 \sin 16\varphi$$

※ S₀算出時は、上式の「 φ 」を「 φ_0 」に置き換える。

$$B_0 = a \cdot (1 - e^2)$$

$$B_1 = B_0 \cdot \left(+\frac{A}{1}\right) \quad B_6 = B_0 \cdot \left(-\frac{F}{10}\right)$$

$$B_2 = B_0 \cdot \left(-\frac{B}{2}\right) \quad B_7 = B_0 \cdot \left(+\frac{G}{12}\right)$$

$$B_3 = B_0 \cdot \left(+\frac{C}{4}\right) \quad B_8 = B_0 \cdot \left(-\frac{H}{14}\right)$$

$$B_4 = B_0 \cdot \left(-\frac{D}{6}\right) \quad B_9 = B_0 \cdot \left(+\frac{I}{16}\right)$$

$$B_5 = B_0 \cdot \left(+\frac{E}{8}\right)$$

$$A = 1 + \frac{3}{4}e^2 + \frac{45}{64}e^4 + \frac{175}{256}e^6 + \frac{11025}{16384}e^8 + \frac{43659}{65536}e^{10} + \frac{693693}{1048576}e^{12} + \frac{19324305}{29360128}e^{14} + \frac{4927697775}{7516192768}e^{16}$$

$$B = \frac{3}{4}e^2 + \frac{15}{16}e^4 + \frac{525}{512}e^6 + \frac{2205}{2048}e^8 + \frac{72765}{65536}e^{10} + \frac{297297}{266144}e^{12} + \frac{135270135}{117440512}e^{14} + \frac{547521975}{469762048}e^{16}$$

$$C = \frac{15}{64}e^4 + \frac{105}{256}e^6 + \frac{2205}{4096}e^8 + \frac{10395}{16384}e^{10} + \frac{1486485}{2097152}e^{12} + \frac{45090045}{58720256}e^{14} + \frac{766530765}{939524096}e^{16}$$

$$D = \frac{35}{512}e^6 + \frac{315}{2048}e^8 + \frac{31185}{131072}e^{10} + \frac{165165}{524288}e^{12} + \frac{45090045}{117440512}e^{14} + \frac{209053845}{469762048}e^{16}$$

$$E = \frac{315}{16384}e^8 + \frac{3465}{65536}e^{10} + \frac{99099}{1048576}e^{12} + \frac{4099095}{29360128}e^{14} + \frac{348423075}{1879048192}e^{16}$$

$$F = \frac{693}{131072}e^{10} + \frac{9009}{524288}e^{12} + \frac{4099095}{117440512}e^{14} + \frac{26801775}{469762048}e^{16}$$

$$G = \frac{3003}{2097152}e^{12} + \frac{315315}{58720256}e^{14} + \frac{11486475}{939524096}e^{16}$$

$$H = \frac{45045}{117440512}e^{14} + \frac{765765}{469762048}e^{16}$$

$$I = \frac{765765}{7516192768}e^{16}$$