九州大学学術情報リポジトリ
Kyushu University Institutional Repository

Study on the stability of stationary parallel flow of the compressible Navier-Stokes equation in a cylindrical domain

椿森, 鈴香

https://doi.org/10.15017/1522375

出版情報：九州大学, 2015, 博士（数理学）, 課程博士
バージョン：
権利関係：全文ファイル公表済

（様式６－２）

氏　　名	椿森 鈴香
論 文 名	Study on the stability of stationary parallel flow of the compressible Navier-Stokes equation in a cylindrical domain （柱状領域における圧縮性 Navier-Stokes 方程式の定常平行流解の安定性に関する研究）
論文調査委員	主　査　　九州大学　教授　　隠居 良行 副　査　　九州大学　教授　　川島 秀一 副　査　　大阪大学　教授　　小林 孝行

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

本論文は 3 次元柱状領域における圧縮性 Navier-Stokes 方程式の定常平行流解の安定性を考察したものである．無限層状領域や柱状領域における非圧縮粘性流体の流れの安定性問題は，流れのパターン形成や乱流への遷移を研究するための格好の研究対象として古くから解析が行われてきた．これらの領域上における非圧縮粘性流体に対しては，支配方程式である非圧縮性 Navier-Stokes 方程式が半線形の放物型方程式であるため，定常解の安定性や分岐などの解の定性的性質に関する数学理論はすでに整備されている．一方，圧縮性 Navier-Stokes 方程式は準線形の双曲型と放物型との連立系であることから，非圧縮流の場合のように，数学基礎理論が整備されているわけではなく，安定性理論や分岐理論の構築が重要な研究課題となっており，現在活発に研究が行われている．

無限層状領域における圧縮性 Navier-Stokes 方程式の定常平行流解の安定性解析については，Kagei ら(2010,2012)により，Reynolds 数と Mach 数が十分小さければ，定常平行流解は十分小さい初期撹乱に対して漸近安定であることが示されている．さらに，攪乱の時間無限大における漸近挙動の様相が解明されており，空間次元 n が n≧3 の場合，攪乱の時間無限大における漸近挙動の主要部は n-1 次元熱方程式の解として与えられ， n=2 の場合は，攪乱の漸近挙動の主要部は 1 次元粘性 Burgers 方程式の解として与えられることが示されている．また Brezina(2013)により時間周期的平行流解の安定性解析がなされ，同様の結果が得られている．

一方，柱状領域上の問題は，柱状領域の断面が任意形状の 2 次元有界領域であるため，その解析は層状領域の場合よりも困難となる．Iooss-Padula(1997)は空間周期的撹乱に対する定常平行流解の線形安定性を考察し，Reynolds 数が十分小さければ定常平行流解は空間周期的撹乱に対して線形安定であり，線形化方程式の解は指数的に減衰することを示した．空間無限遠方で減衰する局所的攪乱に対する安定性については，Kagei-Nukumizu(2008)により静止状態の安定性解析がなされ，静止状態は十分小さい攪乱に対して安定であり，攪乱は時間無限大において 1 次元線形熱方程式の解のごとく振る舞うことが示されている．静止状態の安定性解析においては線形化半群が解析的半群になるなど取り扱いが比較的易しく，層状領域の場合のように非自明な速度場をもつ平行流解の安定性解析への拡張が次なる課題となっていた．

本論文において椿森氏は柱状領域における圧縮性 Navier-Stokes 方程式の定常平行流解の局所的攪乱に対する安定性を考察した．論文の主結果は，Reynolds 数と Mach 数が十分小さく，平行流の密度が

定数状態に十分近ければ，定常平行流解は漸近安定であり，攪乱の時間無限大における漸近挙動の主要部は 1 次元粘性 Burgers 方程式の解と断面領域上のある関数との積の形で与えられるというものである．

定常平行流解の安定性を解析するために，椿森氏はまず線形化半群のスペクトル解析を詳細に行っている．柱状領域の無限に伸びる軸方向の変数に関する Fourier 変換を行い，線形化半群の低周波部分のスペクトルは 1 次元熱方程式の解のごとく振る舞う主要部と指数的に減衰する部分とに分離され，中間周波部分と高周波部分は指数的に減衰することが示されている．さらに，低周波部分の主要部へのスペクトル射影作用素の高階 Sobolev 空間における有界性の評価が導出されている．この評価は層状領域の場合と同様に非線形問題の解析において重要となるものであり，層状領域の場合よりも解析は困難なものとなるが，椿森氏は Stokes 方程式の解に対する評価を援用し，必要な評価を導出している．また，スペクトル射影作用素の性質を詳細に調べることにより非線形問題の解析において有用な線形化半群の因数分解を導出している．中間周波部分および高周波部分はエネルギー法により指数減衰評価が導出されている．中間周波帯に対する解析においては，層状領域上の平行流解の安定性解析に関する Kagei らによる先行研究と同じ手法を用いると Reynolds 数と Mach 数に対してより強い条件を課すことになるため，椿森氏は Kagei らの手法と Iooss-Padula のエネルギー法を組み合わせた新たな手法を導入し，Reynolds 数と Mach 数に対する適切な仮定のもとで指数減衰評価を導出した．

次いで，線形化半群のスペクトル解析にもとづいて非線形問題の解の漸近挙動に関する主結果の証明が与えられている．非線形問題を解析するために，椿森氏は，解を線形化半群の主要部の部分とその補空間の部分に分解し，主要部の部分は線形化半群の因数分解を用いて評価を行い，補空間の部分はエネルギー法を用いて評価を行っている．このアプローチは Kagei や Brezina による先行研究にも見られるが，補空間の部分の評価において椿森氏は線形化半群の指数減衰する部分を用いることにより，先行研究のエネルギー法における議論を大幅に簡略化し，証明を見通しの良いものに改善している．

これらの結果はすでに知られている平行流解の安定性に関する結果を本質的に改良したのみならず，本論文において椿森氏が展開した解析手法は，非線形偏微分方程式の解の時間無限大における漸近挙動の解析の進展に寄与する重要なものである．

以上のように椿森氏は圧縮性 Navier-Stokes 方程式の安定性解析において顕著な研究成果を挙げ，それらは流体方程式の数学解析において価値ある業績であると認められる．よって，本研究者は博士（数理学）の学位を受ける資格があるものと認める．