

3近傍局所遷移規則をもつセルオートマトンの計算機による挙動解析

井口, 修一

九州大学大学院システム情報科学研究院情報理学専攻 : 博士後期課程

佐藤, 達郎

大分工業高等専門学校

原, 淳

九州大学大学院システム情報科学研究院情報理学専攻 : 修士課程

隈本, 覚

北九州大学経済学部

他

<https://doi.org/10.15017/1474971>

出版情報 : 九州大学大学院システム情報科学紀要. 1, pp.79-84, 1996-09-27. Faculty of Information Science and Electrical Engineering, Kyushu University

バージョン :

権利関係 :

3近傍局所遷移規則をもつセルオートマトンの計算機による挙動解析

井口修一*・佐藤達郎**・原 淳***・隈本 覚†・李 鉉 列††・河原康雄†††

Computational Analysis of Cellular Automata with Triplet Transition Rule

Shuichi INOKUCHI, Tatsuro SATO, Atushi HARA, Satoru KUMAMOTO,
Hyen Yeal Lee, Yasuo KAWAHARA

(Received June 24, 1996)

Abstract: This paper deals with one-dimensional finite cellular automata with a triplet local transition rule having fixed boundary conditions. The authors observed behaviors of $CA-R_{a-b}(m)$ by computer, and found formulae of number of limit cycles and transient length from observation.

Keywords: Cellular automaton, Limit cycle, Transient length

1. はじめに

セルオートマトンは、自己増殖機能をもつシステムの理論的モデルとして1950年代にJ. von Neumannにより提案された。1980年代になってS. Wolframなどの物理学者により、セルオートマトンは非常に複雑なシステムの理論的モデルとしてその重要性が再認識されている。セルオートマトンは、簡単な構造ではあるが、一般に複雑な挙動を示し、その挙動はフラクタルやカオスの現象などの複雑系との類似性が指摘されている。セルオートマトンは数学、物理学、生物学、コンピュータサイエンスなどに応用されており²⁾、今後その重要性はますます増大していくものと思われる。

これまで研究されてきたセルオートマトンは線形性をもつものがほとんどであり、線形性をもたない、すなわち非線形なセルオートマトンについてはあまり研究されていない。これは、非線形セルオートマトンの非線形性が、セルオートマトンの複雑な挙動を引き起こし、その挙動解析を困難にしているためであると思われる。

非線形な遷移規則をもつセルオートマトンの挙動は一般に複雑であり、その挙動を完全に解明することは困難に思われる。そこで、挙動解析の手がかりとして、セルオートマトンの挙動を特徴づける基本的な量であると思われるリミットサイクルの周期、その個数、過渡長に着目しセルオートマトン $CA-R_{a-b}(m)$ の計算機実験を行った。

2. セルオートマトン

この章では、3近傍局所遷移規則をもつ1次元2状態有限セルオートマトンを定義し、基本的な用語、記号等の定義を行う。

集合 $I = \{1, 2, \dots, m\}$ をセルの集合とするとき、 m 次元ベクトル空間 $\{0, 1\}^m$ を様相空間といい、 $c = (c_1, c_2, \dots, c_m) \in \{0, 1\}^m$ を様相という。3近傍局所遷移規則 (写像) $f: \{0, 1\}^3 \rightarrow \{0, 1\}$ の規則番号 R を次のように定義する。

$$R = 2^7 r_7 + 2^6 r_6 + \dots + 2^0 r_0$$

ただし、 $r_i = f(x, y, z)$, $i = 4x + 2y + z$ とする。

定義 1 3近傍局所遷移規則をもつ1次元2状態有限セルオートマトン $CA-R_{a-b}(m)$ とは、2つ組 (C, δ) である。ただし、 $C = \{0, 1\}^m$ は様相空間、 δ は C から C への関数で、

$$\delta(c) = (f(a, c_1, c_2), \dots, f(c_{m-1}, c_m, b))$$

と定義し、大域遷移写像と呼ばれる。 $CA-R_{a-b}(m)$ において、 $a-b$ を (固定) 境界条件といい、 $0-0$ 型、 $0-1$ 型、 $1-0$ 型、 $1-1$ 型がある。

セルオートマトン $CA-R_{a-b}(m)$ の様相 $c \in \{0, 1\}^m$ に対して、 $\delta^s(c) = c$ となるような自然数 $s \geq 1$ が存在するとき、 c はリミットサイクルを構成する様相、またはリミットサイクル上の様相であると言う。

$CA-R_{a-b}(m)$ のとり得る様相は 2^m 通り、即ち有限個であるから、どのような初期様相からでも有限回の遷移で、ある状態を繰り返すようになる、すなわちリミットサイクルに収束する。

定義 2 セルオートマトン $CA-R_{a-b}(m)$ の様相 $c \in \{0, 1\}^m$ をあるリミットサイクルを構成する様相とするとき、そのリミットサイクルの周期 P を次のように定義

平成8年6月24日受付

* 情報理学専攻博士後期課程

** 大分工業高等専門学校

*** 情報理学専攻修士課程

† 北九州大学経済学部

†† 釜山大学校自然科学大学電算学科

††† 情報理学専攻

する。

$$P = \min\{s \geq 1; \delta^s(c) = c\}$$

CA- $R_{a-b}(m)$ において、周期 P のリミットサイクルの個数を $\gamma_P(m)$ で表す。

定義 3 セルオートマトンCA- $R_{a-b}(m)$ において、 $h(c)$ を様相 c が最初にリミットサイクルに入るまでに必要な最小遷移回数とすると、CA- $R(m)$ の過渡長 $H(m)$ を次のように定義する。

$$H(m) = \max\{h(c); c \in \{0, 1\}^m\}$$

3近傍局所遷移規則のうち、本質的には同等なものが対称、反転によって得られる。

定義 4 3近傍局所遷移規則 f の反転遷移規則 \bar{f} を次のように定義する。

$$\bar{f}(x, y, z) = 1 - f(1 - x, 1 - y, 1 - z)$$

定義 5 3近傍局所遷移規則 f の対称遷移規則 f^T を次のように定義する。

$$f^T(x, y, z) = f(z, y, x)$$

3近傍局所遷移写像 f の規則番号を R 、 \bar{f} の規則番号を \bar{R} 、 f^T の規則番号を R^T とすると、CA- $R_{a-b}(m)$ とCA- $\bar{R}_{\bar{a}-\bar{b}}(m)$ 、CA- $R_{a-b}(m)$ とCA- $R_{\bar{b}-\bar{a}}^T(m)$ はそれぞれ同一視できる。つまり、反転規則の対称規則(対称規則の反転規則)を \bar{R}^T とすると、CA- $R_{a-b}(m)$ 、CA- $\bar{R}_{\bar{a}-\bar{b}}(m)$ 、CA- $R_{\bar{b}-\bar{a}}^T(m)$ とCA- $\bar{R}_{\bar{b}-\bar{a}}^T(m)$ の4つは同一視できる。

遷移規則の反転、対象を考慮にいと、256種類ある3近傍遷移規則は88種類に分類できる。

3. 計算機による挙動解析

この章では、セルオートマトンのリミットサイクルの周期、その個数、過渡長に着目し、3近傍局所遷移規則をもつ1次元2状態有限セルオートマトンCA- $R_{a-b}(m)$ を計算機により挙動解析した結果について述べる。

まず、計算機によるシミュレーションを行ない、リミットサイクルの周期、その個数、過渡長をセルサイズ1から22までについて求めた。その結果からリミットサイクルの周期、その個数、過渡長にフィボナッチ数列のような

規則性を見出すという手順で行なった。その結果を表にまとめたものが、以下のTable 1, Table 2, Table 3である。表の見方としては、左側から規則番号 R 、その対称規則番号 R^T 、反転規則番号 \bar{R} 、反転対称規則番号 \bar{R}^T 、CA- $R_{0-0}(m)$ のリミットサイクル(上段)と過渡長(下段)、CA- $R_{0-1}(m)$ のリミットサイクル(上段)と過渡長(下段)、CA- $R_{1-0}(m)$ のリミットサイクル(上段)と過渡長(下段)、CA- $R_{1-1}(m)$ のリミットサイクル(上段)と過渡長(下段)についてである。リミットサイクルについては、 $\langle p \rangle(k)$ で周期 p のリミットサイクルが k 個存在することを示す。 k を個数ではなく、フィボナッチ数列のような漸化式で表すこともある。規則番号が閾値型であるならば、その下に θ が書いてある。 θ の添字については、³⁾による分類である。例えば、以下の例では、

Rule	Sym	Rev	Sym	0-0
0	0	255	255	$\langle 1 \rangle(1)$
θ	θ	θ_1	θ_1	1

規則番号0の対称規則番号は0で、その反転規則番号、反転対称規則番号はともに255であり、これらはすべて閾値型であることを示す。また、CA- $0_{0-0}(m)$ では周期1のリミットサイクルを1個もち、過渡長は1であることを示す。また、次の例では、

Rule	Sym	Rev	Sym	0-0
23	23	23	23	$\langle 1 \rangle(1/0) \langle 2 \rangle(F_{12})$
θ	θ	θ	θ	$2 \lfloor \frac{m}{2} \rfloor - 1$

規則番号23の対称規則番号、反転規則番号、反転対称規則番号は23であり、これらはすべて閾値型であることを示す。また、CA- $23_{0-0}(m)$ では周期1のリミットサイクルを m が奇数のとき1個、 m が偶数のときは0個もち、周期2のリミットサイクルを F_{12} もつことを示し、過渡長は $2 \lfloor \frac{m}{2} \rfloor - 1$ であることを示す。ただし、 F_{12} はリミットサイクルの個数が漸化式

$$\gamma_2(m) = \gamma_2(m-1) + \gamma_2(m-2)$$

を満たすことを示し、 $\lfloor \cdot \rfloor$ はGauss記号を表す。

その他表中にあらわれる記号については、表の後の注意に詳細を述べている。

Table 1 Limit Cycles and Transient Lengths of Cellular Automata

Rule	Sym	Rev	Sym	0-0	0-1	1-0	1-1
0	θ	255	θ_1	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle$ 1	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle$ 1	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle$ 1	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle$ 1
1	θ	127	θ	$\langle 2 \rangle \langle F_{12} \rangle$ $1(m \geq 2)$	$\langle 2 \rangle \langle F_{12} \rangle$ $2(m \geq 3)$	$\langle 2 \rangle \langle F_{12} \rangle$ $2(m \geq 3)$	$\langle 2 \rangle \langle F_{12} \rangle$ $2(m \geq 4)$
2	θ	191	θ_{13}	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle$ m	$\langle 3 \rangle \langle 1 \rangle$ $m - 1(m \geq 2)$	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle$ $m - 1(m \geq 2)$	$\langle 3 \rangle \langle 1 \rangle$ $m - 2(m \geq 3)$
3	θ_9	63	θ_{10}	$\langle 2 \rangle \langle 1 \rangle$ $2m - 2$	$\langle 2 \rangle \langle 1 \rangle$ $2m - 2$	$\langle 2 \rangle \langle 1 \rangle$ $2m - 3(m \geq 2)$	$\langle 2 \rangle \langle 1 \rangle$ $2m - 3(m \geq 2)$
4	θ	223	θ	$\langle 1 \rangle \langle F_{12} \rangle$ 1	$\langle 1 \rangle \langle F_{12} \rangle$ 1	$\langle 1 \rangle \langle F_{12} \rangle$ 1	$\langle 1 \rangle \langle F_{12} \rangle$ 1
5	θ	95	θ	$\langle 1 \rangle \langle F_{23} \rangle \langle 2 \rangle \langle *1 \rangle$ 1	$\langle 1 \rangle \langle F_{23} \rangle \langle 2 \rangle \langle *1 \rangle$ $2(m \geq 4)$	$\langle 1 \rangle \langle F_{23} \rangle \langle 2 \rangle \langle *1 \rangle$ $2(m \geq 4)$	$\langle 1 \rangle \langle F_{23} \rangle \langle 2 \rangle \langle *1 \rangle$ $2(m \geq 5)$
6	θ	159	θ	$\langle 1 \rangle \langle \lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor + 2 \rangle$ $4\lfloor \frac{m}{2} \rfloor - 2$	$\langle 1 \rangle \langle 0/1 \rangle \langle 2 \rangle \langle 1/0 \rangle \langle 4 \rangle \langle \lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor / 0 \rangle$	$\langle 1 \rangle \langle \lfloor \frac{m}{2} \rfloor \rangle$ $4\lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor - 1(m \geq 3)$	$\langle 1 \rangle \langle 1/0 \rangle \langle 2 \rangle \langle 0/1 \rangle \langle 4 \rangle \langle 0 \rangle \langle \lfloor \frac{m}{2} \rfloor - 1 \rangle$
7	θ	31	θ	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle \langle 2 \rangle \langle \lfloor \frac{m}{2} \rfloor \rangle$ $2m - 5(m \geq 4)$	$\langle 1 \rangle \langle 0/1 \rangle \langle 2 \rangle \langle \lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor + 1 \rangle$ $2m - 4(m \geq 3)$	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle \langle 2 \rangle \langle \lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor \rangle$ $2m - 6(m \geq 5)$	$\langle 1 \rangle \langle 1/0 \rangle \langle 2 \rangle \langle \lfloor \frac{m}{2} \rfloor \rangle$ $2m - 5(m \geq 4)$
8	θ	239	θ_4	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle$ 2	$\langle 1 \rangle \langle 2 \rangle$ $2(m \geq 2)$	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle$ $2(m \geq 3)$	$\langle 1 \rangle \langle 2 \rangle$ $2(m \geq 3)$
9	θ	111	θ	$\langle 2 \rangle \langle 1 \rangle \langle 3 \rangle \langle 1 \rangle \langle 5 \rangle \langle ? \rangle$			$\langle 2 \rangle \langle 1 \rangle \langle 3 \rangle \langle 1 \rangle \langle 5 \rangle \langle ? \rangle$
10	θ	175	θ_{12}	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle$ m	$\langle 4 \rangle \langle 1 \rangle$ $m - 1(m \geq 4)$	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle$ $m - 1(m \geq 2)$	$\langle 4 \rangle \langle 1 \rangle$ $m - 2(m \geq 3)$
11	θ_{15}	47	θ_{14}	$\langle 3 \rangle \langle \lfloor \frac{m}{2} \rfloor \rangle$ $2\lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor + 1(m \geq 2)$	$\langle 3 \rangle \langle 1 \rangle$ $2m - 4(m \geq 3)$	$\langle 3 \rangle \langle \lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor \rangle$ $2\lfloor \frac{m}{2} \rfloor - 1(m \geq 4)$	$\langle 3 \rangle \langle 1 \rangle$ $2m - 6(m \geq 5)$
12	θ	207	θ_5	$\langle 1 \rangle \langle F_{12} \rangle$ 1	$\langle 1 \rangle \langle F_{12} \rangle$ $1(m \geq 2)$	$\langle 1 \rangle \langle F_{12} \rangle$ 1	$\langle 1 \rangle \langle F_{12} \rangle$ 1
13	θ	79	θ	$\langle 1 \rangle \langle F_{23} \rangle$ m	$\langle 1 \rangle \langle F_{23} \rangle$ $m - 1(m \geq 2)$	$\langle 1 \rangle \langle F_{23} \rangle$ m	$\langle 1 \rangle \langle F_{23} \rangle$ $m - 1$
14	θ	143	θ_6	$\langle 1 \rangle \langle \lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor + 2 \rangle$ $m(m \geq 2)$	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle$ $2m - 1(m \geq 1)$	$\langle 1 \rangle \langle \lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor + 2 \rangle$ $m(m \geq 3)$	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle$ $2m - 2(m \geq 2)$
15	θ_7	15	θ_7	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle$ m	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle$ m	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle$ m	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle$ m
18	θ	183	θ				
19	θ	55	θ	$\langle 2 \rangle \langle F_{12} \rangle$ $2(m \geq 3)$	$\langle 2 \rangle \langle F_{12} \rangle$ $2(m \geq 2)$	$\langle 2 \rangle \langle F_{12} \rangle$ $2(m \geq 2)$	$\langle 2 \rangle \langle F_{12} \rangle$ $2(m \geq 3)$
22	θ	151	θ				
23	θ	23	θ	$\langle 1 \rangle \langle 1/0 \rangle \langle 2 \rangle \langle F_{12} \rangle$ $2\lfloor \frac{m}{2} \rfloor - 1$	$\langle 1 \rangle \langle 0/1 \rangle \langle 2 \rangle \langle F_{12} \rangle$ $2\lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor (m \geq 3)$	$\langle 1 \rangle \langle 0/1 \rangle \langle 2 \rangle \langle F_{12} \rangle$ $2\lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor (m \geq 3)$	$\langle 1 \rangle \langle 1/0 \rangle \langle 2 \rangle \langle F_{12} \rangle$ $2\lfloor \frac{m}{2} \rfloor - 1$
24	θ	231	θ	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle$ $m + 1(m \geq 2)$	$\langle 1 \rangle \langle 2 \rangle$ $m(m \geq 2)$	$\langle 3 \rangle \langle 1 \rangle$ $m(m \geq 4)$	$\langle 3 \rangle \langle 2 \rangle$ $m - 1(m \geq 4)$
25	θ	103	θ	$\langle 4 \rangle \langle 1 \rangle \langle 8 \rangle \langle 1 \rangle$	$\langle 4 \rangle \langle ? \rangle \langle 8 \rangle \langle ? \rangle$	$\langle 2 \rangle \langle 1 \rangle \langle 4 \rangle \langle \lfloor \frac{m}{2} \rfloor \rangle$	$\langle 2 \rangle \langle 2 \rangle \langle 4 \rangle \langle ? \rangle$
26	θ	167	θ		$\langle 3 \rangle \langle 1 \rangle \langle 5 \rangle \langle 1 \rangle$		
27	θ	39	θ	$\langle 6 \rangle \langle 1 \rangle$ $3m - 7(m \geq 4)$	$\langle 3 \rangle \langle 1 \rangle$ $3m - 7(m \geq 4)$	$\langle 2 \rangle \langle 2 \rangle$ $2m - 4(m \geq 4)$	$\langle 2 \rangle \langle 1 \rangle$ $2m - 3(m \geq 2)$
28	θ	199	θ	$\langle 1 \rangle \langle \lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor + 1 \rangle \langle 2 \rangle \langle *2 \rangle$ $2\lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor + 1$	$\langle 1 \rangle \langle m + 1 \rangle \langle 2 \rangle \langle *3 \rangle$ $2\lfloor \frac{m}{2} \rfloor - 1(m \geq 2)$	$\langle 1 \rangle \langle 0/1 \rangle \langle 2 \rangle \langle *4 \rangle$ $2\lfloor \frac{m}{2} \rfloor + 1$	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle \langle 2 \rangle \langle *5 \rangle$ $2\lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor + 1$
29	θ	71	θ	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle \langle 2 \rangle \langle F_{123} + 1 \rangle$ 1	$\langle 1 \rangle \langle 2 \rangle \langle 2 \rangle \langle F_{123} + 2 \rangle$ $1(m \geq 2)$	$\langle 1 \rangle \langle 0/1 \rangle \langle 2 \rangle \langle F_{123} + 1/0 \rangle$ $1(m \geq 2)$	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle \langle 2 \rangle \langle F_{123} + 1 \rangle$ 1
30	θ	135	θ	$\langle 1 \rangle \langle 2/1 \rangle \langle 2 \rangle \langle 0/1 \rangle$	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle \langle 2/4 \rangle \langle 1 \rangle$	$\langle 2 \rangle \langle 1 \rangle \langle 1 \rangle$	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle \langle 4/2 \rangle \langle 1 \rangle$
32	θ	251	θ	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle$ $\lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor + 1$	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle$ m	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle$ m	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle \langle 2 \rangle \langle 1 \rangle$ $m - 1$
33	θ	123	θ	$\langle 2 \rangle \langle F_{12} \rangle$ $\lfloor \frac{m}{2} \rfloor + 0/0/1/0$	$\langle 4 \rangle \langle F_{12} \rangle$ $2\lfloor \frac{m}{2} \rfloor$	$\langle 4 \rangle \langle F_{12} \rangle$ $2\lfloor \frac{m}{2} \rfloor$	$\langle 2 \rangle \langle 1 \rangle \langle 4 \rangle \langle F_{12} \rangle$ $2\lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor$
34	θ	187	θ_2	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle$ m	$\langle 2 \rangle \langle 1 \rangle$ $m(m \geq 2)$	$\langle 1 \rangle \langle 1 \rangle$ m	$\langle 2 \rangle \langle 1 \rangle$ $m(m \geq 2)$

Table 2 Limit Cycles and Transient Lengths of Cellular Automata

Rule	Sym	Rev	Sym	0-0	0-1	1-0	1-1
35	49	59	115	$\langle 2 \rangle(1)$ $3m - 4(m \geq 2)$	$\langle 2 \rangle(m)$ $2m - 4(m \geq 2)$	$\langle 3 \rangle(1)$ $2m - 3(m \geq 2)$	$\langle 2 \rangle(1)$ $3m - 4(m \geq 2)$
θ_8	θ_8	θ_{11}	θ_{11}				
36	36	219	219	$\langle 1 \rangle(F_{13})$ $2(m \geq 3)$	$\langle 1 \rangle(F_{13})$ $3(m \geq 3)$	$\langle 1 \rangle(F_{13})$ $3(m \geq 3)$	$\langle 1 \rangle(F_{13})$ $3(m \geq 4)$
37	37	91	91	$\langle 1 \rangle(1/2) \langle 2 \rangle(F_{12}) \langle 6 \rangle(1)$	$\langle 1 \rangle(1/0/1) \langle 4 \rangle(F_{13})$		
38	52	155	211	$\langle 1 \rangle(2)$ $2\lfloor \frac{m}{2} \rfloor$	$\langle 4/8 \rangle(1)$ $m + 2(m \geq 5)/m - 1(m \geq 4)$	$\langle 1 \rangle(1)$ m	$\langle 4 \rangle(1)$ $m - 1(m \geq 3)$
40	96	235	249	$\langle 1 \rangle(1)$ $\lfloor \frac{2m+2}{3} \rfloor$	$\langle 1 \rangle(2)$ $2m - 2$	$\langle 1 \rangle(1)$ m	$\langle 1 \rangle(2)$ $3m - 5(m \geq 5)$
41	97	107	121				
42	112	171	241	$\langle 1 \rangle(1)$ m	$\langle 3 \rangle(1)$ $m(m \geq 3)$	$\langle 1 \rangle(1)$ m	$\langle 3 \rangle(1)$ $m - 1$
θ	θ	θ_{16}	θ_{16}				
43	113	43	113	$\langle 3 \rangle(\lfloor \frac{m}{2} \rfloor)$ $m - 1(m \geq 2)$	$\langle 3 \rangle(\lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor + 1)$ $2\lfloor \frac{m}{2} \rfloor - 1(m \geq 2)$	$\langle 3 \rangle(\lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor + 1)$ $2\lfloor \frac{m}{2} \rfloor - 1(m \geq 2)$	$\langle 3 \rangle(\lfloor \frac{m}{2} \rfloor)$ $m - 1(m \geq 2)$
θ_{17}	θ_{17}	θ_{17}	θ_{17}				
44	100	203	217	$\langle 1 \rangle(F_{13})$ H_1	$\langle 1 \rangle(F_{13}) \langle 2 \rangle(F_{13})$ $3\lfloor \frac{m}{3} \rfloor$	$\langle 1 \rangle(F_{13})$ H_2	$\langle 1 \rangle(F_{13}) \langle 2 \rangle(F_{13})$ $3\lfloor \frac{m+1}{3} \rfloor$
45	101	75	89				
46	116	139	209	$\langle 1 \rangle(2)$ $m(m \geq 2)$	$\langle 3 \rangle(1)$ $m + 1(m \geq 2)$	$\langle 1 \rangle(1)$ m	$\langle 3 \rangle(1)$ m
50	50	179	179	$\langle 1 \rangle(1) \langle 2 \rangle(F_{12})$ $m - 1(m \geq 2)$	$\langle 2 \rangle(F_{12})$ $m(m \geq 2)$	$\langle 2 \rangle(F_{12})$ $m(m \geq 2)$	$\langle 2 \rangle(F_{12})$ $\lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor + 1$
θ	θ	θ	θ				
51	51	51	51	$\langle 2 \rangle(2^{m-1})$ 0	$\langle 2 \rangle(2^{m-1})$ 0	$\langle 2 \rangle(2^{m-1})$ 0	$\langle 2 \rangle(2^{m-1})$ 0
θ_3	θ_3	θ_3	θ_3				
54	54	147	147	$\langle 1 \rangle(1) \langle 4 \rangle(F_{14}) \langle 32 \rangle(?)$			
56	98	227	185	$\langle 1 \rangle(1)$ $m + \lfloor \frac{m+1}{3} \rfloor$	$\langle 1 \rangle(2)$ $2m - 2$	$\langle 2 \rangle(1)$ $2m - 2$	$\langle 6 \rangle(1)$ $2m - 4(m \geq 4)$
57	99	99	57	$\langle 6 \rangle(1)$ $4m - 10$	$\langle 3 \rangle(m - 3)$ $2m - 7(m \geq 7)$	$\langle 2 \rangle(2) \langle 2m - 2 \rangle(1)$ $3m - (10/8)(m \geq 4)$	$\langle 6 \rangle(1)$ $4m - 10$
58	114	163	177	$\langle 1 \rangle(1) \langle 2 \rangle(1)$ H_3	$\langle 3 \rangle(1)$ $2m - 4(m \geq 3)$	$\langle 2 \rangle(2)$ H_4	$\langle 6 \rangle(1)$ $2m - 3(m \geq 4)$
60	102	195	153				
62	118	131	145	$\langle 1 \rangle(1) \langle 6 \rangle(F_{134})$	$\langle 6 \rangle(F_{134})$	$\langle 6 \rangle(F_{134})$	$\langle 6 \rangle(*_6)$
72	72	237	237	$\langle 1 \rangle(F_{13})$ $2(m \geq 3)$	$\langle 1 \rangle(F_{13})$ $2(m \geq 2)$	$\langle 1 \rangle(F_{13})$ $2(m \geq 2)$	$\langle 1 \rangle(F_{13})$ $2(m \geq 3)$
73	73	109	109				
74	88	173	229	$\langle 1 \rangle(\lfloor \frac{m+1}{3} \rfloor + 1)$ $m + 5(m \geq 16)$	$\langle 1 \rangle(0/1/1) \langle 4 \rangle(1/0/0) \langle 6 \rangle(?)$	$\langle 1 \rangle(\lfloor \frac{2m+4}{3} \rfloor)$	$\langle 1 \rangle(1/2/1) \langle 4 \rangle(1/0/1) \langle 6 \rangle(*_{16})$ $m + 5(m \geq 14)$
76	76	205	205	$\langle 1 \rangle(F_{123})$ $1(m \geq 3)$	$\langle 1 \rangle(F_{123})$ $1(m \geq 2)$	$\langle 1 \rangle(F_{123})$ $1(m \geq 2)$	$\langle 1 \rangle(F_{123})$ 1
θ	θ	θ	θ				
77	77	77	77	$\langle 1 \rangle(*_7)$ $\lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor + 1$	$\langle 1 \rangle(*_8)$ $\lfloor \frac{m}{2} \rfloor$	$\langle 1 \rangle(*_8)$ $\lfloor \frac{m}{2} \rfloor$	$\langle 1 \rangle(*_7)$ $\lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor + 1$
θ	θ	θ	θ				
78	92	141	197	$\langle 1 \rangle(F_{23} + 1)$ $2\lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor + 1$	$\langle 1 \rangle(F_{23})$ $2\lfloor \frac{m}{2} \rfloor + 1$	$\langle 1 \rangle(F_{23} + 2)$ $2\lfloor \frac{m}{2} \rfloor(m \geq 3)$	$\langle 1 \rangle(F_{23})$ $2\lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor + 2$
90	90	165	165				
94	94	133	133				
104	104	233	233	$\langle 1 \rangle(F_{14})$	$\langle 1 \rangle(F_{14})$	$\langle 1 \rangle(F_{14})$	$\langle 1 \rangle(F_{14}) \langle 2 \rangle(1/0)$
105	105	105	105				
106	120	169	225	$\langle 1 \rangle(2)$			

Table 3 Limit Cycles and Transient Lengths of Cellular Automata

Rule	Sym	Rev	Sym	0-0	0-1	1-0	1-1
108	108	201	201	$\langle 1 \rangle (F_{134}) \langle 2 \rangle (*_9)$ 2	$\langle 1 \rangle (F_{134}) \langle 2 \rangle (*_9)$ 2	$\langle 1 \rangle (F_{134}) \langle 2 \rangle (*_9)$ 2	$\langle 1 \rangle (F_{134}) \langle 2 \rangle (*_9)$ 2
110	124	137	193				
122	122	161	161				
126	126	129	129				
128	θ	254	θ	$\langle 1 \rangle (1)$ $\lceil \frac{m-1}{2} \rceil + 1$	$\langle 1 \rangle (1)$ m	$\langle 1 \rangle (1)$ m	$\langle 1 \rangle (2)$ $m - 1$
130	144	190	246	$\langle 1 \rangle (1)$ m	$\langle 3 \rangle (1)$ $4 \lceil \frac{m-1}{2} \rceil$	$\langle 1 \rangle (1)$ m	$\langle 1 \rangle (1) \langle 3 \rangle (1)$ $m + 2 \lceil \frac{m}{2} \rceil - 4$
132	132	222	222	$\langle 1 \rangle (F_{12})$ $\lceil \frac{m}{2} \rceil$	$\langle 1 \rangle (F_{12})$ m	$\langle 1 \rangle (F_{12})$ m	$\langle 1 \rangle (F_{12} - 1)$ $m - 1$
134	148	158	214	$\langle 1 \rangle (\lceil \frac{m-1}{2} \rceil + 2)$ $4 \lceil \frac{m}{2} \rceil - 2$	$\langle 1 \rangle (0/1) \langle 2 \rangle (1/0) \langle 4 \rangle (\lceil \frac{m}{2} \rceil / 0)$	$\langle 1 \rangle (\lceil \frac{m}{2} \rceil + 1)$ $4 \lceil \frac{m-1}{2} \rceil - 1 (m \geq 5)$	$\langle 1 \rangle (1/2) \langle 2 \rangle (1) \langle 4 \rangle (?)$
136	θ	192	θ	$\langle 1 \rangle (1)$ m	$\langle 1 \rangle (m + 1)$ $m - 1$	$\langle 1 \rangle (1)$ m	$\langle 1 \rangle (m + 1)$ $m - 1$
138	θ	208	θ	$\langle 1 \rangle (1)$ m	$\langle 1 \rangle (1)$ $m + 1 (m \geq 2)$	$\langle 1 \rangle (1)$ m	$\langle 1 \rangle (2)$ $m (m \geq 2)$
140	θ	196	θ	$\langle 1 \rangle (F_{12})$ $m - 1$	$\langle 1 \rangle (F_{12}^+)$ $m - 2 (m \geq 2)$	$\langle 1 \rangle (F_{12})$ m	$\langle 1 \rangle (F_{12})$ $m - 1$
142	θ	212	θ	$\langle 1 \rangle (\lceil \frac{m-1}{2} \rceil + 2)$ $m (m \geq 2)$	$\langle 1 \rangle (\lceil \frac{m}{2} \rceil + 1)$ m	$\langle 1 \rangle (\lceil \frac{m}{2} \rceil + 1)$ m	$\langle 1 \rangle (\lceil \frac{m-1}{2} \rceil + 2)$ $m (m \geq 2)$
146	146	182	182				
150	150	150	150				
152	194	230	188	$\langle 1 \rangle (1)$ $4 \lceil \frac{m}{2} \rceil - 1$	$\langle 1 \rangle (m + 1)$ $4 \lceil \frac{m-1}{2} \rceil - 1 (m \geq 5)$	$\langle 3 \rangle (1)$ $m + 2 \lceil \frac{m-1}{2} \rceil - 1 (m \geq 3)$	$\langle 1 \rangle (2) \langle 2 \rangle (1) \langle 3 \rangle (m - 2)$ $m + 2 \lceil \frac{m}{2} \rceil - 4$
154	210	166	180		$\langle 1 \rangle (1)$ $m + 1 (m \geq 8)$		$\langle 1 \rangle (2)$ $m + 2 (m \geq 5)$
156	198	198	156	$\langle 1 \rangle (\lceil \frac{m-1}{2} \rceil + 2) \langle 2 \rangle (*_{10})$ $2 \lceil \frac{m-1}{2} \rceil$	$\langle 1 \rangle (*_{11}) \langle 2 \rangle (*_{12})$ $2 \lceil \frac{m}{2} \rceil - 2$	$\langle 1 \rangle (0/1) \langle 2 \rangle (*_{13})$ $2 \lceil \frac{m}{2} \rceil$	$\langle 1 \rangle (\lceil \frac{m-1}{2} \rceil + 2) \langle 2 \rangle (*_{10})$ $2 \lceil \frac{m-1}{2} \rceil$
160	θ	160	θ	$\langle 1 \rangle (1)$ $\lceil \frac{m-1}{2} \rceil + 1$	$\langle 1 \rangle (1)$ m	$\langle 1 \rangle (1)$ m	$\langle 1 \rangle (2) \langle 2 \rangle (1)$ $m - 2 (m \geq 2)$
162	θ	176	θ	$\langle 1 \rangle (1)$ m	$\langle 2 \rangle (1)$ $m - 1$	$\langle 1 \rangle (1)$ m	$\langle 1 \rangle (1) \langle 2 \rangle (1)$ $m - 1 (m \geq 2)$
164	164	218	218	$\langle 1 \rangle (F_{13})$ $\lceil \frac{m-1}{2} \rceil + 1$	$\langle 1 \rangle (F_{13})$ $m + 1 (m \geq 8)$	$\langle 1 \rangle (F_{13})$ $m + 1 (m \geq 8)$	
168	θ	224	θ	$\langle 1 \rangle (1)$ m	$\langle 1 \rangle (m + 1)$ $m - 1$	$\langle 1 \rangle (1)$ m	$\langle 1 \rangle (m)$ m
170	θ	240	θ	$\langle 1 \rangle (1)$ m	$\langle 1 \rangle (1)$ m	$\langle 1 \rangle (1)$ m	$\langle 1 \rangle (1)$ m
172	228	202	216	$\langle 1 \rangle (F_{13})$ $m (m \geq 3)$	$\langle 1 \rangle (F_{13} + 1)$ $m - 1$	$\langle 1 \rangle (F_{13})$ $m + 1 (m \geq 2)$	$\langle 1 \rangle (F_{13})$ m
178	θ	178	θ	$\langle 1 \rangle (1) \langle 2 \rangle (F_{12})$ $m - 2 (m \geq 4)$	$\langle 2 \rangle (F_{12})$ $m - 1$	$\langle 2 \rangle (F_{12})$ $m - 1$	$\langle 1 \rangle (1) \langle 2 \rangle (F_{12})$ $m - 2 (m \geq 4)$
184	226	226	184	$\langle 1 \rangle (1)$ $2m - 1$	$\langle 1 \rangle (m + 1)$ $m - 1$	$\langle 2 \rangle (1)$ $m - 1$	$\langle 1 \rangle (1)$ $2m - 1$
200	θ	200	θ	$\langle 1 \rangle (F_{124})$ 1	$\langle 1 \rangle (F_{124})$ $1 (m \geq 2)$	$\langle 1 \rangle (F_{124})$ $1 (m \geq 2)$	$\langle 1 \rangle (F_{124})$ 1
204	θ	204	θ	$\langle 1 \rangle (2^m)$ 0	$\langle 1 \rangle (2^m)$ 0	$\langle 1 \rangle (2^m)$ 0	$\langle 1 \rangle (2^m)$ 0
232	θ	232	θ	$\langle 1 \rangle (*_{14})$ $\lceil \frac{m-1}{2} \rceil + 1$	$\langle 1 \rangle (*_{15})$ $\lceil \frac{m}{2} \rceil$	$\langle 1 \rangle (*_{15})$ $\lceil \frac{m}{2} \rceil$	$\langle 1 \rangle (*_{14})$ $\lceil \frac{m-1}{2} \rceil + 1$

注意

1. $h/i/\dots/j/k : m = 1$ のときから順に $h, i, \dots, j, k, h, i, \dots$ と繰り返してでることを表す.
2. $*_1 : \gamma_2(m) = \gamma_2(m-1) + \gamma_2(m-2) + \gamma_2(m-3) - \gamma_2(m-4) + \gamma_2(m-5) - \gamma_2(m-6) + \gamma_1(m-5)$
3. $*_2 : \gamma_2(m) = \gamma_2(m-1) + \gamma_2(m-2) + \gamma_2(m-3) - 2\gamma_2(m-4) + 0/1$
4. $*_3 : \gamma_2(m) = \gamma_2(m-1) + \gamma_2(m-2) + \gamma_2(m-3) - 2\gamma_2(m-4) + 1$
5. $*_4 : \gamma_2(m) = 2\gamma_2(m-2) + 2\gamma_2(m-3) - \gamma_2(m-4) - 2\gamma_2(m-5)$
6. $*_5 : \gamma_2(m) = \gamma_2(m-1) + \gamma_2(m-2) + \gamma_2(m-3) - 2\gamma_2(m-4)$
7. $*_6 : \gamma_6(m) = \gamma_6(m-1) + \gamma_6(m-2) + \begin{cases} -1 & (m = 4k+1) \\ 0 & (m = 4k+2, 4k+4) \\ 1 & (m = 4k+3) \end{cases}$
8. $*_7 : \gamma_1(m) = \gamma_1(m-1) + \gamma_1(m-2) + \begin{cases} 0 & (m = 3k) \\ -1 & (m = 3k+1) \\ 1 & (m = 3k+2) \end{cases}$
9. $*_8 : \gamma_1(m) = \gamma_1(m-2) + 2\gamma_1(m-3) + \gamma_1(m-4)$
10. $*_9 : \gamma_2(m) = \gamma_2(m-1) + \gamma_2(m-2) + \gamma_2(m-4) + \gamma_2(m-5) - \gamma_2(m-6) + \gamma_1(m-5)$
11. $*_{10} : \gamma_2(m) = \gamma_2(m-1) + \gamma_2(m-2) + \gamma_2(m-3) - 2\gamma_2(m-4) + 0/1$
12. $*_{11} : \gamma_1(m) = \gamma_1(m-1) + \gamma_1(m-2) - \gamma_1(m-3) + 1$
13. $*_{12} : \gamma_2(m) = 2\gamma_2(m-1) - 3\gamma_2(m-4) + 2\gamma_2(m-5) + 1/0$
14. $*_{13} : \gamma_2(m) = \gamma_2(m-1) + 2\gamma_2(m-2) + \gamma_2(m-3)$
15. $*_{14} : \gamma_1(m) = \gamma_1(m-1) + \gamma_1(m-2) + \begin{cases} 1 & (m = 6k-3, 6k-2) \\ 0 & (m = 6k-1, 6k+2) \\ -1 & (m = 6k, 6k+1) \end{cases}$
16. $*_{15} : \gamma_1(m) = \gamma_1(m-1) + \gamma_1(m-2) + \begin{cases} 1 & (m = 6k-3, 6k-2) \\ 0 & (m = 6k-1, 6k+2) \\ -1 & (m = 6k, 6k+1) \end{cases}$
17. $*_{16} : \gamma_6(m) = \lfloor \frac{m}{3} \rfloor - 1 / \lfloor \frac{m}{3} \rfloor / \lfloor \frac{m}{3} \rfloor - 1$
18. $F_{st} : \gamma_p(m) = \gamma_p(m-s) + \gamma_p(m-t)$

19. $F_{stu} : \gamma_p(m) = \gamma_p(m-s) + \gamma_p(m-t) + \gamma_p(m-u)$
20. $H_1 : m = 6k-2 \implies \lfloor \frac{m}{2} \rfloor + 1$
otherwise $\implies \lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor + 1$
21. $H_2 : m = 6k-3 \implies \lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor + 2$
otherwise $\implies \lfloor \frac{m}{2} \rfloor + 1$
22. $H_3 : m = 5k+r$ のとき $\frac{9m+r}{5} - 4$
23. $H_4 : m = 2k + 2(k \geq 1) \implies 4k - \lfloor \frac{k}{2} \rfloor$
 $m = 2k + 3(k \geq 2) \implies 4k$

4. ま と め

今回の計算機による挙動解析は、SunのSS20で行なったが、メモリ容量、計算時間等の関係によりセルサイズが20位までとかなり制限された。そのため、256種類のセルオートマトンのなかには、セルサイズが20位まででは、リミットサイクルや過渡長の規則性が見出せないものも存在した。そこで、今後の課題の1つとして、より大きなセルサイズをもつセルオートマトンについても、シミュレーションできるようにプログラムを改良することである。また、本稿では、計算機によるものだけで、理論的な挙動解析は行なっていない。閾値型遷移規則をもつセルオートマトンについてはShingaiの定理などや、その他いくつかのセルオートマトンについても理論的な挙動解析が行なわれている^{1),3),4),5)}。しかし、まだ理論的な挙動解析が行なわれていないものも、数多く存在し、本報告の結果を基に、理論的な挙動解析を行なうことがもう1つの課題である。

参 考 文 献

- 1) R. Shingai: *The Maximum Period Realized in 1-D Uniform Neural Networks*, Trans.IECE,Japan, E61,1978,804-808
- 2) S. Wolfram: *Theory and Applications of Cellular Automata*, World Scientific, Singapore, 1986
- 3) E. Goles and S. Martinez: *Neural and Automata Networks - Dynamical Behavior and Applications*, Kluwer Academic Publishers,1990
- 4) 井口 修一: 閾値型遷移規則をもつセルオートマトンの挙動解析, 修士論文,1996
- 5) T. Sato: *On Behaviors of Cellular Automata with Rule 27*, Kyushu Journal of Mathematics, vol.50, No.1, 1996

