九州大学学術情報リポジトリ
Kyushu University Institutional Repository

宇宙プラズマ波動の変調不安定性

成行, 泰裕
高知工業高等専門学校電気工学科

https://doi.org/10.15017/14287

出版情報：応用力学研究所研究集会報告. 20ME-S7 (15), 2009-02. Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University
バージョン：
権利関係：

応用力学研究所研究集会報告 No.20ME-S7
「**非線形波動の数理と物理**」（研究代表者　矢嶋　徹）
共催　九州大学グローバル COE プログラム
「マス・フォア・インダストリ教育研究拠点」

Reports of RIAM Symposium No.20ME-S7
Mathematics and Physics in Nonlinear Waves
Proceedings of a symposium held at Chikushi Campus, Kyushu Universiy,
Kasuga, Fukuoka, Japan, November 6 - 8, 2008

Co-organized by
Kyushu University Global COE Program
Education and Research Hub for Mathematics - for - Industry

Article No. 15 (pp. 98-102)

宇宙プラズマ波動の変調不安定性

成行 泰裕 (NARIYUKI Yasuhiro)

（Received February 3, 2009）

Research Institute for Applied Mechanics
Kyushu University
February, 2009

宇宙プラズマ波動の変調不安定性

高知工業高等専門学校 電気工学科　　成行 泰裕（NARIYUKI Yasuhiro）

概　要　　宇宙空間は無衝突プラズマと電磁場で満たされており、多様な波動現象が観測される。本講演では、宇宙プラズマ中の非線形波動の発展・散逸過程における変調不安定性（側帯波不安定性、Benjamin-Feir 不安定性）について解析的・数値的に議論した結果を報告した。

1. はじめに

変調不安定性（側帯波不安定性、Bejamin-Fair 不安定性）は有限振幅の水波、プラズマ波などで見られる不安定性だが、散逸によってその成長率が減衰する場合と増幅する場合とがある（*e.g.*, Bridges and Dias, 2007）。本稿では、粒子同士の衝突が重要ではなく、波動－粒子間の相互作用（無衝突減衰）が主な散逸機構である宇宙プラズマ中の波動について、簡単な非線型方程式を題材にして議論する。

4 半世紀以上前から、Langmuir 波の非線形発展は非線形シュレディンガー方程式 (NLS) で、Alfven 波の非線形発展は微分型非線形シュレディンガー方程式 (DNLS) で記述されることが知られている (Taniuti and Yajima, 1969; Mio *et al.*, 1976; Mjolhus, 1976)。これらの式は元々は流体・保存系で導出されており、実際それぞれの波動は長波長の近似では無衝突減衰をほとんど行わないが、変調不安定性の過程で共鳴をするイオン音波はランダウ減衰を起こすことが知られている。Dysthe(1977)、Mjolhus and Wyller(1986;1988) らは上記の方程式にイオン音波の運動論効果を含むモデルを考案した。その際に用いられたイオン音波を線形化した運動論の基礎方程式（Vlasov 方程式）を用いて方程式を閉じる方法（Landau-fluid closure）は、現在ではプラズマを扱う上でしばしば用いられる一般的な手法となっている（Hammet and Perkins, 1990; Passot and Sulem, 2004）。これまでの研究により、イオン音波のランダウ減衰の効果は変調不安定性にも影響を及ぼすことが明らかとなっているが、その導出された式の形は、例えば水波を想定した Bridges and Dias(2007) で取り扱っているような NLS（複素ギンツブルグ・ランダウ方程式）とは異なる。このようなランダウ減衰効果を含む方程式はプラズマの運動論効果を考慮するという意味から”kinetic” NLS(KNLS)、”kinetic” DNLS(KDNLS) といい、一般的に次のような形で書かれる：

$$\frac{\partial f}{\partial t} - i[(\alpha|f|^2 + \beta H(|f|^2))f] + i\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[(\alpha|f|^2 + \beta H(|f|^2))f] + i\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0, \tag{2}$$

$H(F)$ はヒルベルト変換で、以下のように表される：

$$H(F) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(x')}{x' - x} dx'.$$

P は主値積分を表す。f は複素関数である。式 (1) と式 (2) の違いとしては、式 (1) がエネルギー保存が成立するのに対して、式 (2) はそうではないことがある（Dysthe, 1977; Zhakarov *et al.*, 1995; Mjolhus and Wyller, 1986; 1988）。

ヒルベルト変換の項 $H(F)$ は、無衝突減衰を担う共鳴粒子に関する項である。無衝突減衰は、波動の位相速度と近い速度の（あるいは速度差がプラズマの回転運動の周波数に関する項の整数倍になっているような）粒子に、電磁場がエネルギーを与えることによって生じる。実際は、電磁場にエネルギーを与える粒子も存在するが、波動が結果的に減衰するのか増幅されるのかは減衰に関与するプラズマの速度分布関数の傾きによる。このようなプラズマの統計的性質は 0 次の速度分布がマクスウェル分布である場合、以下のようなプラズマ分散関数で表される[1]：

$$Z(\xi_j) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} P \int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{e^{-z^2}}{z - \xi_j} + i\sqrt{\pi} sgn(k) e^{-\xi_j^2}. \tag{3}$$

右辺第 2 項目が共鳴粒子の寄与であり、$sgn(k) = |k|/k$、ξ_j はドップラーシフトなどを考慮した位相速度と熱速度の比を表すパラメータである。上のヒルベルト変換の項は、この共鳴粒子の項を逆フーリエ変換したものに当たる。

2. 変調不安定性

ここでは、式 (1) と式 (2) の変調不安定性の違いについて議論する。$f = f_p + \delta f_+ + \delta f_-$、$f_p = f_0 e^{i\phi_0}$、$\delta f_\pm = f_\pm e^{i\phi_\pm}$、$\phi_\pm = \phi_0 \pm \Phi^{(*)}$、$\phi = \omega^{(*)} t - kx$ として線形解析を行うと、式 (1) と式 (2) からそれぞれ次のような分散関係式が得られる（ただし、式 (1) では $k_0 = 0$

[1] Z は Stix(1992) の Z_0 である。

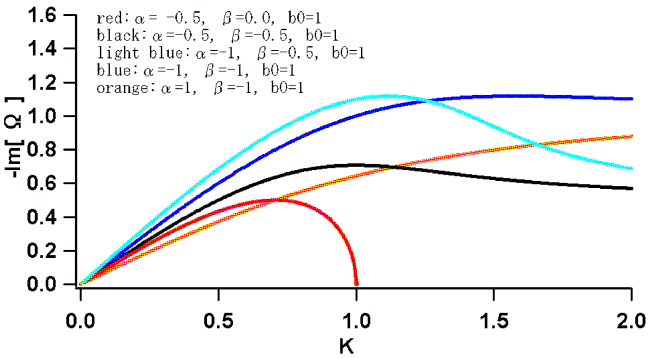

Figure 1: 式 (4) から得られた $-Im[\Omega]$。赤線が流体系（$\beta = 0$）での成長率である。

として与えている。これは NLS が搬送波を除いた変調を表しているためである）:

$$\Omega^* = \pm\sqrt{K^2\left(K^2 + 2\left(\alpha + i\frac{K}{|K|}\beta\right)b_0^2\right)}, \tag{4}$$

$$\Omega^* = B \pm \sqrt{B^2 + A_+A_- - C}. \tag{5}$$

$$A_\pm = \left(\left(2\alpha + i\frac{K}{|K|}\beta\right)k_\pm - \alpha k_0\right)b_0^2 - K(2k_0 \pm K)$$

$$B = \left(2\alpha + i\frac{K}{|K|}\beta\right)b_0^2 + 2k_0K$$

$$C = k_+k_-b_0^4\left(\alpha + i\frac{K}{|K|}\beta\right)$$

$*$ は複素共役を表している。式 (4) と式 (5) をいくつかのパラメータについて描いたグラフが Fig. 1、Fig. 2 である。ここでは無衝突減衰を考えているため、β は 0 以下になる (Dysthe, 1977; Mjolhus and Wyller, 1986)。また、Fig. 2 では $k_0 = 1$ としている。

まず $\beta = 0$(流体系) の時、NLS の系の不安定性が α の符号に依存するのに対し、DNLS では αk_0 に依存する。次に、$\beta < 0$ の時は、KNLS では流体系で安定な場合（$\alpha > 0$）でも大きな成長率の増幅を見せており、また高波数領域においても高い成長率が見られる。一方、KDNLS は $\beta = 0$ では不安定な場合は成長率の減衰、安定な場合は有限の成長率の出現がみられ、$K \geq k_0$ の領域では不安定性は生じない。

3. 議論と展望

現在、Alfven 波の変調不安定性については、前章のような DNLS から得られた知見を基にして、より一般的な議論が進められている（Nariyuki and Hada, 2007; Araneda, 2007）。一方、Langmuir 波の変調不安定性については、Alfven 波と異なり有限振幅の Langmuir 波が基礎方程式系の厳密解にならないということもあり、NLS のような弱非線形方程式

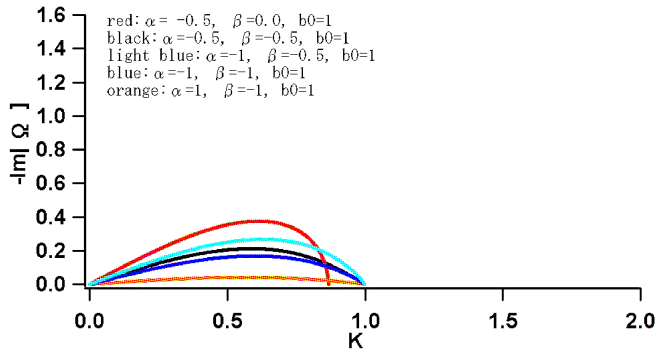

Figure 2: 式 (5) から得られた $-Im[\Omega]$（$k_0 = 1$）。赤線が流体系（$\beta = 0$）での成長率である。

系での議論が未だに理論研究の主流の一つである。

Langmuir 波の変調不安定性は、基礎方程式系の直接数値計算からその存在は強く示唆されているが、定量的に数値計算を説明する理論モデルはまだ構築されていない。現在良く知られている理論は、Zhakarov *et al.*(1985) による議論を発展させたものであり、ここで議論した NLS を周波数ミスマッチや空間多次元性などを加えた形に拡張したものに当たる（Robinson, 1997）。このモデルも Dysthe らが導入したようなイオン無衝突減衰効果を含んでいるが、波数を $k_0 \neq 0$ としていることもあり、ここで述べたような問題点については触れられていない。また、このモデルは親波と逆方向伝搬の波を生成する崩壊型の不安定性についての議論にも用いられているが、実際のプラズマ中で生じている Langmuir 波の崩壊不安定性とどのぐらい定性的・定量的に関係があるのかは不明である。今後は、現行のモデルの再考を行うとともに、より高次の分散効果を考慮したモデル（Dysthe, 1979）や、Langmuir の不安定性をより細かく検討するためのシミュレーションモデルを検討していく必要がある。

謝　辞

本研究は、九州大学応用力学研究所共同利用研究（共同研究者：及川正行教授、辻英一助教、羽田亨准教授）の援助を受けて行われています。

参考文献

Araneda, J. A., Marsch, E. and Vinas, A. F., *J. Geophys. Res.*, **112**, A04104 (2007).

Bridges, T. J., and Dias, F. , *Phys. Fluids*, **19**, 104104 (2007).

Dysthe, K. B., and Pecseli, H. L., *Plasma Phys.*, **19**, 931 (1977).

Dysthe, K. B., *Proc. R. Soc. Lond. A*, **369**, 105 (1979).

Hammett, G. W., and Perkins, F. W., *Phys. Rev. Lett.*, **64**(25), 3019 (1990).

Mio, K., Ogino, T., Minami, K., and Takeda, S. , *J. Phys. Soc. Japan*, **41**, 265 (1976).

Mjølhus, E., *J. Plasma. Phys.*, **16**, 321 (1976).

Mjølhus, E., and Wyller, J. ,*Phys. Scr.*, **33**, 442 (1986).

Mjølhus, E., and Wyller, J. , *J. Plasma Phys.*, **40**, 299 (1988).

Nariyuki, Y., and Hada, T., *J. Geophys. Res.*, **112**, A10107 (2007).

Passot, T., and Sulem, P. L., *Phys. Plasmas*, **11**(11), 5173 (2004).

Robinson, P. A., *Rev. Mod. Phys.*, **69**(2) (1997).

Stix, T. H., *Waves in plasmas*, by American Institute of Physics, New York (1992).

Taniuti T., and Yajima, N., *J. Math. Phys*, **10**, 1369 (1969).

Zakharov, V. E. Musher, S. L., and Rubenchik, A. M., *phys. Rep.*, **129**(5), 285 (1985).