樹冠縦断面形のフラクタル次元算出法

溝上, 展也
九州大学農学部林学科

増谷, 利博
九州大学農学部林学科

https://doi.org/10.15017/10887

出版情報：九州大学農学部演習林報告. 70, pp.53-62, 1994-03-30. 九州大学農学部附属演習林
バージョン：

樹冠縦断面形のフラクタル次元算出法*

溝 上 展 也**・増 谷 利 博**

抄 録

写真画像から得られる樹冠縦断面形にフラクタル性があることが確認され，同一樹種内でも葉密度や着葉形態の違いで多様な樹冠縦断面形をフラクタル次元で定量化できることがわかっている．しかしながら，スケールによってフラクタル次元は変化するという報告もみられ，同一縮尺の写真を得ることが極めて困難な樹冠を対象にフラクタル解析をすすめていくには，写真縮尺によって変化することのない安定したフラクタル次元を得る必要がある．

そこで本研究では，同一樹冠に対して縮尺が異なる5枚の写真を用いて，ボックスカウンティング法を適用し，写真縮尺による樹冠縦断面形のフラクタル次元の変化を調べた．3本のクロマツについて解析した結果，縮尺ごとに1枚の写真を用いて求めたフラクタル次元は約0.15の範囲でばらつくことがわかった．次に，5枚の写真データを同一スケール上で解析した結果，縮尺を変えても変化しないフラクタル次元が存在することが明らかとなった．

さらに，ばらつきの少ない安定したフラクタル次元を求めるためには，縮尺の異なる3枚以上の写真が必要であり，かつ，その最大縮尺が最小縮尺の約3倍以上である写真が必要であることが明らかとなった．

キーワード：樹冠縦断面形，フラクタル次元，写真縮尺，ボックスカウンティング法

1．はじめに

近年，自然界の様々な形状にフラクタル性があることが確認されてきている（高安，1986)．フラクタルとは特徴的な長さをもたず自己相似性の特徴をもつような図形や構造，現象などの総称であり，通常，フラクタル次元として単一の数値で表現される（Mandelbrot，1983)．

筆者（溝上，1993）も，写真画像から得られる樹冠縦断面形にフラクタル性があることを確認し，その形状の複雑さがフラクタル次元で表現できることを明らかにした．その結果，同一樹種内でも葉密度や着葉形態の違いで多様な樹冠縦断面形をフラクタル次元で定量化できることがわかった．また，従来から樹冠形の定性的記述により樹木の健全度を評価する試みがなされてきているが，その客観的評価指標として樹冠縦断面形のフラクタル次元が有効であると考えられた（Mizoue and Masutani，1993)．

2次元平面上の図形のフラクタル次元測定法には，いくつかの方法があるが（高安，1986)，

---

* MIZOUE, Nobuya and MASUTANI, Toshihiro: A Method for Determination of Fractal Dimensions of Tree Crowns.

** 九州大学農学部林学科
Departmant of Forestry, Faculty of Agriculture, Kyushu University, Fukuoka 812

筆者らがこれまでのフラクタル解析で用いてきた方法は，一般に多く用いられているボックスカウンティング法である．しかしながら，この方法により測定されたフラクタル次元はスケールに応じて2つの数値をとるという問題が指摘されている(松尾ら，1989； Nakano, 1983)．また，写真に写された枝先端部の形状にボックスカウンティング法を適用した報告(Morse *et al.*, 1985)では，写真縮尺を変えるとフラクタル次元も変化するという結果もみられる．我々が現地で樹冠部の写真を撮影するとき，任意の樹冠に対して同一縮尺の写真を得ることは極めて困難なことであるので，今後，樹冠形のフラクタル解析をすすめていくには，写真縮尺によって変化しない安定したフラクタル次元を得る必要がある．

本研究では，縮尺によって変化しないフラクタル次元の算出方法を確立する目的で，まず，同一樹冠に対して縮尺の違う5枚の写真を用いて，写真縮尺によるフラクタル次元の変化を調べた．その結果，縮尺ごとに1枚の写真で求めたフラクタル次元は大きくばらつくことがわかった．次に，5枚の写真データを同一スケール上で解析した結果，写真縮尺を変化させても変ることのないフラクタル次元が存在することが明らかとなった．さらに、縮尺の異なる3枚以上の写真を用いれば，安定的にフラクタル次元が求まるという結論を得た．

2．　写真縮尺によるフラクタル次元の変化

2.1.　資料

九州大学農学部附属福岡演習林早良実習場内の3本(資料木A，B，C)の海岸クロマツを対象にした．資料木A，B，Cの胸高直径は30，32，22(cm)で，樹高は16，15，11(m)である．1993年の4月に，資料木ごとに縮尺の異なる5枚の写真を撮影した．ここで，写真縮尺の小さいものから順にS1，S2，S3，S4，S5とし，表1に写真プリント(88×127 cm)上での樹冠部の縮尺を示す．得られた写真の最大縮尺の最小縮尺に対する倍率は資料木A，B，Cで，それぞれ4.4，3.6，3.5となっている．

表1　資料木の写真縮尺
Table 1　Scales of photographs on sample trees.

写真縮尺 Scales	資料木A Sample A	資料木B Sample B	資料木C Sample C
S1	1/272	1/301	1/326
S2	1/214	1/185	1/262
S3	1/140	1/175	1/154
S4	1/96	1/133	1/106
S5	1/62	1/85	1/94

2.2.　方法

写真画像から得られる樹冠縦断面形をもとにして，コンピュータ上での画像処理によりボックスカウンティング法を適用する(溝上，1993；Mizoue and Masutani, 1993)．具体的には，まず，イメージスキャナで取込んだ画像から，画像の2値化と輪郭のトレース処

理を行い，樹冠縦断面形の画像データを作成する．そして，pixel（画素）数を単位とした幅 r のボックス（正方形）のます目で画像データを覆い，画像データを含むボックスの数 $N(r)$ をカウントしていく．r を変化させたときの r と $N(r)$ を両対数軸上にプロットし，両者に直線関係があれば，樹冠縦断面形はフラクタル性を有し，その傾きとしてフラクタル次元 D が求まる．なお，$\log r$ と $\log N(r)$ の直線関係の成立する範囲を客観的に決めるため，直線回帰の決定係数(R^2)が0.999以上となる条件を設けた．また，ボックスの幅 r が大きいスケールではすべてのボックスがカウントされ，樹冠縦断面形は面として認識されることから，傾きが2の直線となるので，このようなスケールは対象外とする．

2.3. 結果及び考察

写真から画像処理により作成した樹冠縦断面形の画像データのうち，資料木A-S4，B-S5，C-S5の3つの画像データを図1に示す．図中にある正方形の一辺の長さは512pixelであり，左上に実際の1mのスケールを記している．

このような画像データにボックスカウンティング法を適用し，r を変化させたときの $N(r)$ を測定した．このうち，資料木Aの5段階の縮尺についての結果を図2に示す．決定係数0.999以上の条件のもとで，$\log r$ と $\log N(r)$ に直線関係が認められる r のスケール範囲は，縮尺の小さいものから順に，4～64，4～128，8～128，8～256，8～512pixelである．また，それらの直線の傾きから求めたフラクタル次元 D は，1.625，1.518，1.535，1.476，1.595となり，その最大値と最小値の差は0.15である．資料木B，Cについて，同様にして求めたフラクタル次元を表2に示しているが，ここでも縮尺が変るとフラクタル次元はばらつき，その最大値と最小値の差はそれぞれ，0.19，0.13である．

2次元平面上の図形のとりうるフラクタル次元の最小値と最大値は1と2であるが，そのなかでの0.15前後の範囲のフラクタル次元のばらつきはかなり大きいといえる．また，このフラクタル次元のばらつきはランダムであり，一定の傾向はみられない．同一樹冠に対して縮尺を変えただけで，フラクタル次元はランダムに，しかも大きくばらつくというここでの結果から判断すると，樹冠形の評価指標としてフラクタル次元は実用的でないといえる．

そこで，図2のように写真縮尺ごとにプロットした5つの $\log r$-$\log N(r)$ グラフを横軸のスケールを合わせて，同一のグラフ上にプロットした．つまり，図2での横軸の単位は，コンピュータのディスプレイ上での単位のpixel数であり，縮尺の違う5つの画像データでは，それぞれ1pixelに対する実際の長さが異なる．このように画像データごとに縮尺が異なるので，それぞれのpixel単位を実際に樹冠がもつcm単位に計算しなおし，横軸を同一スケールにしたうえで，資料木ごとにひとつにまとめて図3に示した．

図3をみると，資料木A，B，Cともに，写真縮尺が大きくなるにつれて，$\log r$ と $\log N(r)$ の関係はある直線（便宜上，この直線をフラクタルラインと呼ぶ）に沿って左側にスライドしていくように動いていることがわかる．このことから，写真縮尺を変えることによって変化するのは直線部の範囲，つまり，フラクタル性の成立する範囲であり，直線の傾きは変化しないと判断される．つまり，縮尺を変えても変化することのないこのフラクタルラインの傾きが樹冠縦断面形のフラクタル次元であるといえる．図3のフラクタルライン上の点から直線回帰により傾きを求めると，資料木A，B，Cのフラクタル次元

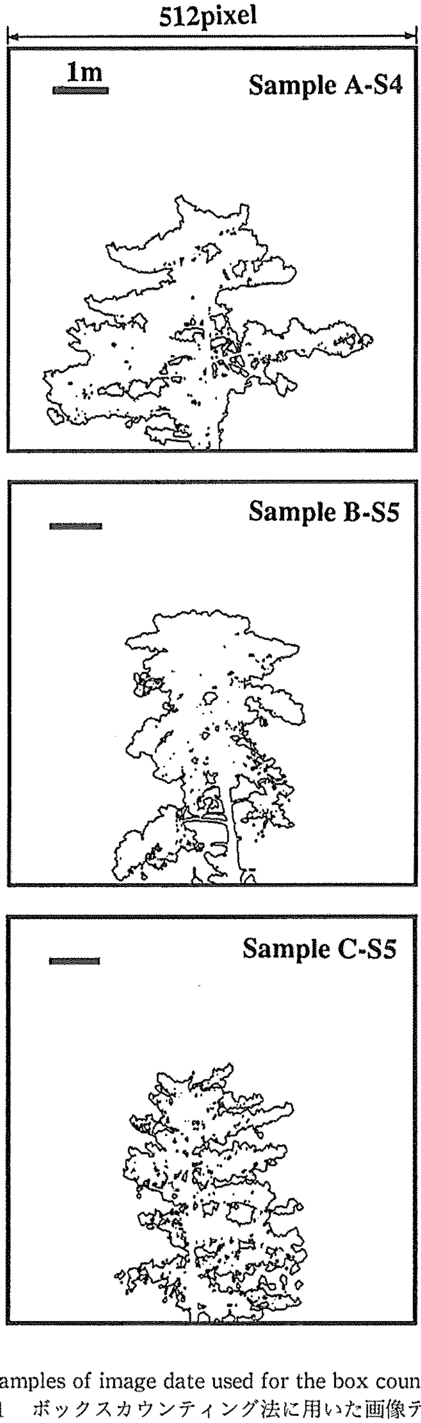

Fig. 1 Examples of image date used for the box counting method.
図1 ボックスカウンティング法に用いた画像データ

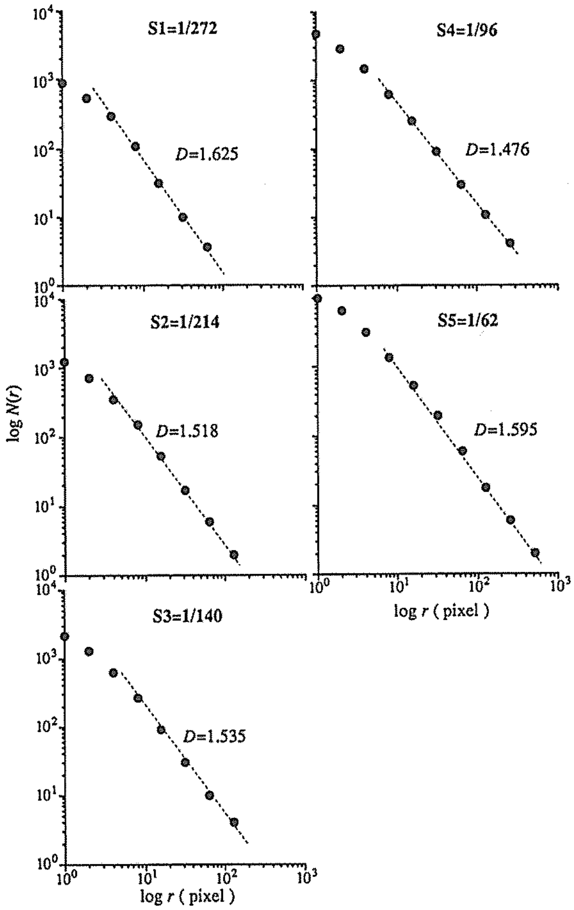

Fig. 2 Results of the box counting method on five scales of sample A.
r: Width of boxes.
$N(r)$: The number of boxes needed to cover the image data.
D: Fractal dimension determined as the slope of a broken line.
図2 資料木Aについてのボックスカウンティング法の実行結果

表2 写真縮尺を変化させたときのフラクタル次元
Table 2 Fractal dimensions at various scales of photographs.

写真縮尺 Scales	フラクタル次元, D Fractal dimension, D		
	資料木A Sample A	資料木B Sample B	資料木C Sample C
S1	1.625	1.452	1.611
S2	1.518	1.642	1.571
S3	1.535	1.563	1.554
S4	1.476	1.428	1.675
S5	1.595	1.642	1.685

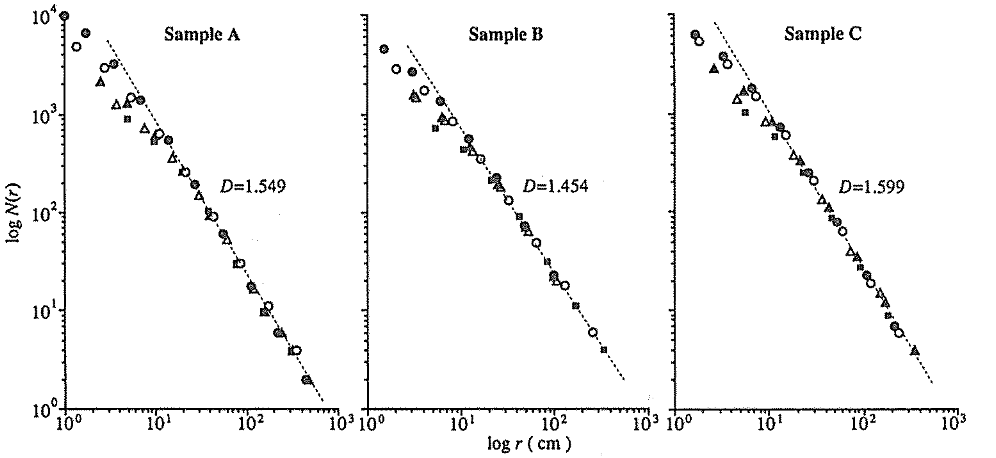

Fig. 3 Changes in $\log r$-$\log N(r)$ plots with scales of photographs. The broken lines indicate "fractal line" whose slopes(D) do not change with scales. Symbols show scales of photographs in Table 1 (■ , S1 ; △ , S2 ; ▲ , S3 ; ○ , S4 ; ● , S5).
図3 写真縮尺の変化による $\log r$-$\log N(r)$ プロットの動き

Dは，それぞれ1.549($R^2 = 0.998$)，1.454($R^2 = 0.997$)，1.599($R^2 = 0.997$)となる．

図3に示すように縮尺の異なる5つの画像データにボックスカウンティング法を適用し，同軸上に$\log r$と$\log N(r)$をプロットすると，点の多少のばらつきはあるものの縮尺によって傾きが変化することのないフラクタルラインが明確に定まる．一方，縮尺ごとにフラクタル次元を求める場合は，5，6個のプロット数から直線回帰を行うことになるので，このフラクタルライン上のわずかな点のばらつきが，求める傾きに大きく影響し，それが原因で，縮尺ごとのフラクタル次元は大きくばらついてしまうことになる．つまり，一枚だけの写真からでは，その樹冠縦断面形が本来有するフラクタルラインを確定することは極めて困難であり，安定したフラクタル次元を得るには，縮尺の異なる複数枚の写真が必要であることがわかる．

これまでの結果では縮尺の異なる5枚の写真データを用いれば，安定したフラクタル次元が求まるということがわかったが，今後，フラクタル次元による解析を効率よくすすめていく上では，どのくらいの縮尺の写真を何枚以上得れば安定したフラクタル次元が求まるのかということを知る必要がある．そこで次章では，5枚の写真データから2枚あるいは3枚用いてボックスカウンティング法を適用し，フラクタル次元の安定する写真データ数と写真縮尺について明らかにする．

3． フラクタル次元のばらつきと写真データ数及び縮尺の関係

各資料木ごとに5枚の写真から，2枚あるいは3枚の写真データの組をつくる．写真データの組合せはそれぞれ10通りとなり，各資料木，計20組のデータに対して，$\log r$-$\log N(r)$グラフ上でフラクタルライン上の点を定め，直線回帰よりフラクタル次元を求めた．

図４の横軸には，フラクタル次元の算出に用いる２枚もしくは３枚の画像データの縮尺の最小値に対する最大値の倍率をとっている．つまり，横軸の大きい値は次元算出に用いる写真の縮尺の違いが大きいことを示している．また，縦軸には５枚すべての写真から算出したフラクタル次元(資料木Ａ，1.549；資料木Ｂ，1.454；資料木Ｃ，1.599)からの偏差を，画像データ数ごとにマークを変えてプロットしている．また，一枚の写真データから求めたフラクタル次元も重ねてプロットした．

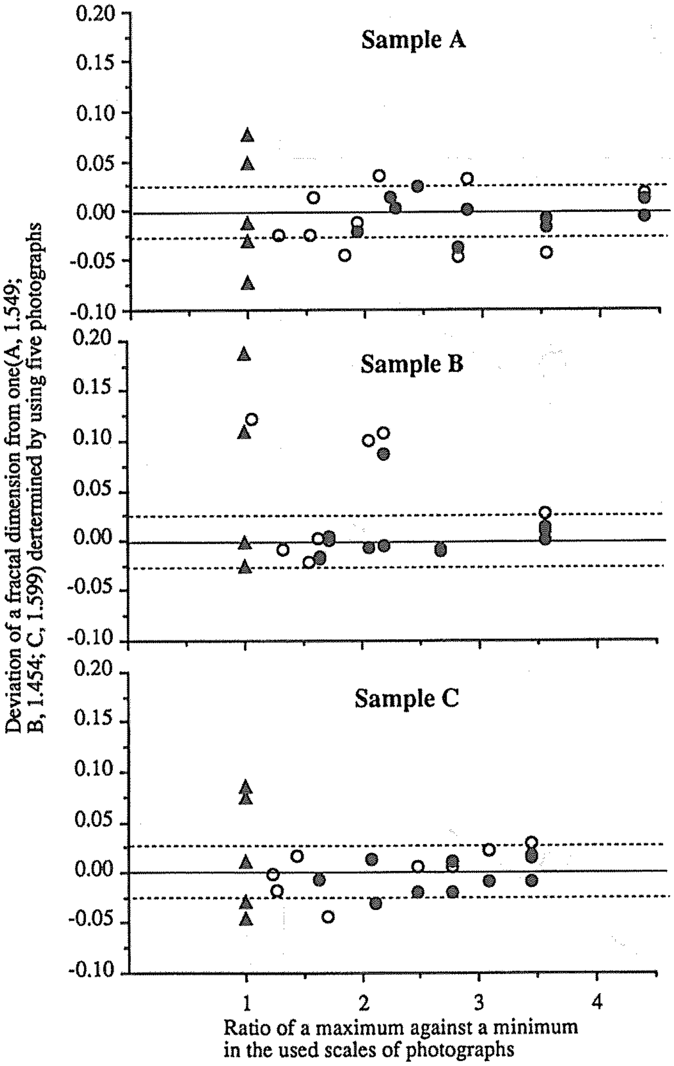

Fig. 4 Relationships between the scatter in fractal dimensions and the number and scales of photographs used for determining the dimensions. Symbols show the number of photographs used for determining fractal dimensions (▲ , one ; ○ , two ; ● , three).

図４　フラクタル次元のばらつきと次元算出に用いた写真数及び縮尺との関係

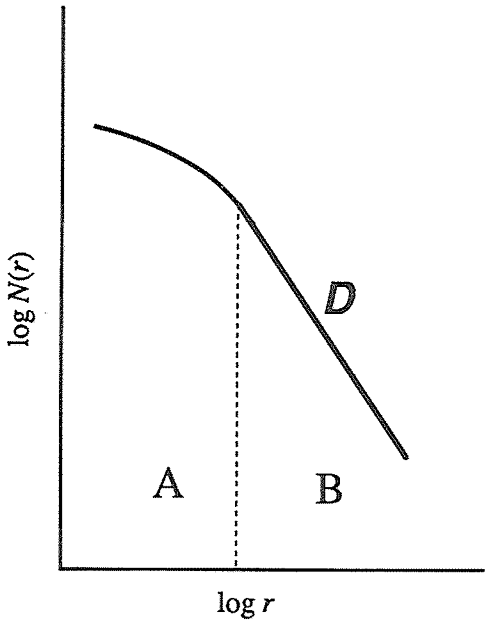

Fig. 5 Log$r$-log$N(r)$ plots in using one photograph. A fractal dimension(D) is determined as the slope in the range B.

図5 1枚の写真を用いたときの log$r$-log$N(r)$ プロット

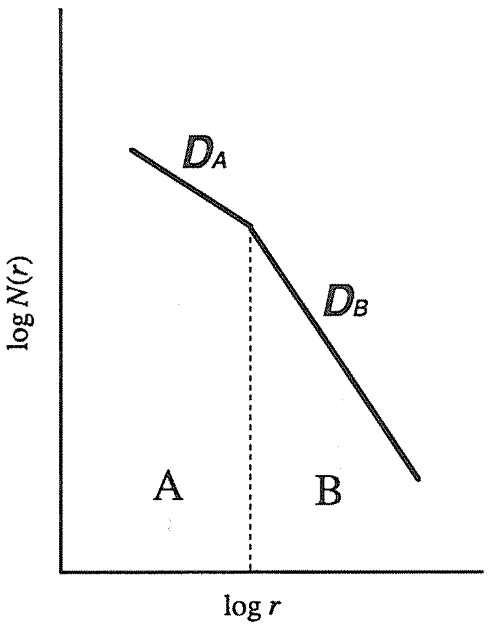

Fig. 6 Log$r$-log$N(r)$ plots where two fractal dimensions($D_A < D_B$) are determined as the slops in the range A and B (Matsuo *et al.*, 1989;Nakano, 1983).

図6 2つのフラクタル次元($D_A < D_B$)が求まる場合の log$r$-log$N(r)$ プロット(松尾ら，1989；Nakano, 1983)

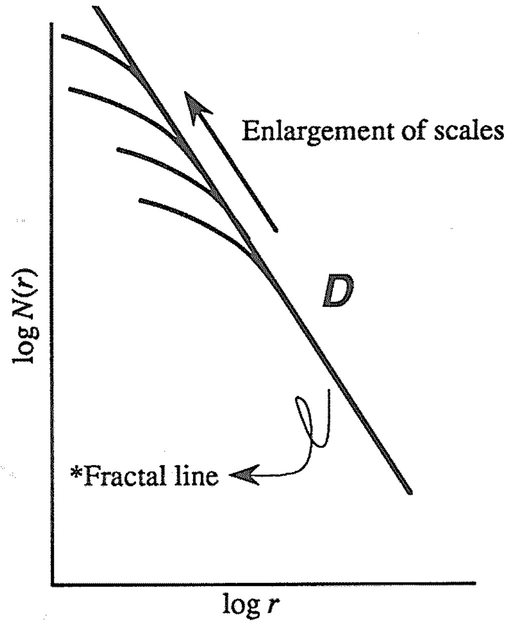

Fig. 7 Changes in log$r$-log$N(r)$ plots in using some photographs at different scales.
*Fractal line defined in this study is the straight line whose slope(D) does not change with scales of photographs.

図7 縮尺の異なる写真を用いたときの log$r$-log$N(r)$ プロットの動き

図4から明らかなように，1枚の写真を用いて求めたフラクタル次元でも偏差の小さいものもみられるが，そのばらつきは最も大きいことがわかる．また，2枚の写真を用いたものでは資料木Cで比較的安定しているものの，縮尺の違いが3倍以上と大きいものを用いても偏差の大きい場合がみられる．一方，3枚の写真で求めたフラクタル次元の偏差はほぼ±0.025内におさまっているが，特に，使用する写真縮尺の違いが3倍以上のものでは，ばらつきの少ない安定したフラクタル次元が求まることがわかる．

以上のことから，ばらつきの少ないフラクタル次元を求めるには，縮尺の違う3枚以上の写真で，かつ，その最大縮尺が最小縮尺の3倍以上になるように撮影した写真が必要であるという結論を得た．

4．おわりに

ボックスカウンティング法からフラクタル次元を求める場合，通常は1つの縮尺のものから求められる．その場合，$\log r$-$\log N(r)$ プロットは，図5に示すように r のスケールによってAとBの2つの領域に分かれ，筆者らのこれまでの解析結果では，領域Aは曲線として近似されたので，領域Bの直線の傾きとしてフラクタル次元 D を定義してきた．しかしながら，血管の構造を解析した報告(松尾ら，1989)や海岸線の形状を解析した報告(Nakano, 1983)では，図6のように領域Aでも直線関係がみられ，スケールによって変化する2つのフラクタル次元($D_A < D_B$)を定義している．

ところで，本研究では縮尺の異なる写真データを用いることで，図7のように縮尺を変えても傾きの変化しないフラクタルラインが存在することを明らかにした．図7で注目すべき点は，フラクタルラインからはずれているスケール(領域A)でも，より大縮尺のものを用いると $\log N(r)$ はフラクタルラインにのってくることである．このことは，写真縮尺を大きくすることで，それだけ樹冠部の細かい形状がみえてきて，小縮尺の写真ではカウントされなかったボックスがカウントされるためであると考えられる．つまり，r の小さいスケール(領域A)でのフラクタルラインからの $\log N(r)$ の落込みは，現実には存在するフラクタル構造が，写真に写すことで消えてしまったことに起因すると考えられる．

自然界のものの形を計測する場合，それがどのようなものであっても，まず，形を抽出するという作業が必要となる．例えば，直接スケッチしたり，写真やビデオで得た画像からコンピュータ上で処理をしたりするが，いずれにせよ，それらの処理過程で2重，3重のフィルターがかかることになり，実際の形の細かな部分を抽出するのには限界がある．

このように考えると，図6のように領域Aでも直線関係が成立し，2つの数値が求まる場合も，領域Aは形の抽出過程で微小部分が消えたことによるフラクタルラインからの落込みとも解釈できる．しかし，なぜ領域Aでもきれいな直線になるのかは不明であり，今後，様々なものの形状についても縮尺を変えたデータで解析する必要があると思われる．

引 用 文 献

MANDELBROT, B. B. (1983) : The fractal geometry of nature. 広中平祐監訳(1991)フラクタル幾何学. 日経サイエンス社, 東京, pp. 1-82

松尾 崇・桶田理喜・高橋道雄・船田みどり (1989) ：血管の幾何学構造にみられる規則性. 形の科学会報：72-76

溝上展也 (1993) ：樹冠縦断面のフラクタル次元による解析. 平成4年度九大修士論文

MIZOUE, N. and MASUTANI, T. (1993) : Application of fractal dimension to quantifying form of tree crowns. Proc. of the IUFRO Seoul Conference, pp. 133-138

MORSE, D. R., LAWTON, J. H., DODSON, M. M. and WILLIAMSON, M. H. (1985) : Fractal dimension of vegetation and the distribution of arthropod body lengths. Nature **314** : 731-733

NAKANO, T. (1983) : A "fractal" study of some rias coastlines in Japan. Ann. Rep., Inst. Geosci., Univ. Tsukuba **9** : 75-80

高安秀樹 (1986) ：フラクタル. 朝倉書店, 東京, pp. 1-69

(1993年12月21日受付；1994年1月18日受理)

Summary

We have showed that the vertical section form of tree crowns on photographs has fractal properties and the fractal dimension is a good quantifier of crown form varying widely with foliage distribution and density even within a species. In order to develop such fractal analyses on tree crowns, each crown needs to have a constant fractal dimension regardless scales of photographs because it is very difficult to take a photograph of crowns at a specified scale in the field.

Five photographs at different scales were taken about each of three pine trees and these fractal dimensions were determined by the box counting method. The fractal dimensions obtained from each photograph varied randomly in the range of about 0.15. By analyzing data at five scales together on the same axis, however, we found that there was a constant fractal dimension even if scales changed.

Relationships between the scatter in fractal dimensions and the number and scales of photographs used for determining the dimensions were examined. It was concluded that it is necessary to take more than three photographs at different scales whose maximum is at least three times as large as the minimum to obtain a stable fractal dimension efficiently.

Key words : fractal dimension ; form of tree crowns ; scale of photographs ; the box counting method.